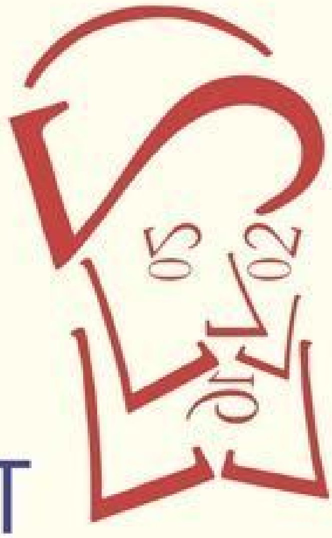




ИЭН СТЮАРТ

ЗНАЧИМЫЕ ФИГУРЫ

Жизнь и открытия великих математиков



АЛЬПИНА НОН-ФИКШН

ТРАЕКТОРИЯ

Иэн Стюарт

Значимые фигуры. Жизнь и открытия великих математиков

«Альпина Диджитал»

2017

Стюарт И.

Значимые фигуры. Жизнь и открытия великих математиков / И. Стюарт — «Альпина Диджитал», 2017

ISBN 978-5-0013-9060-2

Несмотря на загадочное происхождение отдельных своих элементов, математика не рождается в вакууме: ее создают люди. Некоторые из этих людей демонстрируют поразительную оригинальность и ясность ума. Именно им мы обязаны великими прорывными открытиями, именно их называем пионерами, первопроходцами, значимыми фигурами математики. Иэн Стюарт описывает открытия и раскрывает перед нами судьбы 25 величайших математиков в истории – от Архимеда до Уильяма Тёрстона. Каждый из этих потрясающих людей из разных уголков мира внес решающий вклад в развитие своей области математики. Эти живые рассказы, увлекательные каждый в отдельности, складываются в захватывающую историю развития математики.

ISBN 978-5-0013-9060-2

Содержание

Иэн Стюарт
Значимые фигуры: Жизнь и открытия великих математиков

Переводчик *Наталья Лисова*
Научный редактор *Андрей Родин, канд. филос. наук*
Редактор *Антон Никольский*
Руководитель проекта *А. Тарасова*
Арт-директор *Ю. Буга*
Корректоры *М. Миловидова, С. Чупахина*
Компьютерная верстка *М. Поташкин*
Дизайн обложки *Steve Pantone*

Издание подготовлено в партнерстве с Фондом некоммерческих инициатив «Траектория» (при финансовой поддержке Н.В. Каторжнова).

ТРАЕКТОРИЯ

Фонд поддержки научных, образовательных и культурных инициатив «Траектория» (www.traektoriafdn.ru) создан в 2015 году. Программы фонда направлены на стимулирование интереса к науке и научным исследованиям, реализацию образовательных программ, повышение интеллектуального уровня и творческого потенциала молодежи, повышение конкурентоспособности отечественных науки и образования, популяризацию науки и культуры, продвижение идей сохранения культурного наследия. Фонд организует образовательные и научно-популярные мероприятия по всей России, способствует созданию успешных практик взаимодействия внутри образовательного и научного сообщества.

В рамках издательского проекта Фонд «Траектория» поддерживает издание лучших образцов российской и зарубежной научно-популярной литературы.

* * *

Джону Дейви (19.04.1945–21.04.2017),
редактору и другу

Введение

Истоки всех научных направлений можно проследить далеко в прошлом, в туманных далях истории, но в большинстве случаев, рассказывая о каком-либо из них, добавляют что-нибудь вроде: «Сегодня мы знаем, что на самом деле это не так» или «Направление было выбрано верно, но сегодня мы считаем иначе». К примеру, греческий философ Аристотель был убежден, что лошадь, идя рысью, не может целиком отрываться от земли; это утверждение опроверг в 1878 г. Эдвард Мейбридж, воспользовавшись несколькими фотокамерами, затворы которых срабатывали от натянутых растяжек. Аристотелевы теории движения полностью опровергли Галилео Галилей и Исаак Ньютон, а его теории разума неприменимы в современных нейробиологии и психологии.

Математика – другое дело. Математика имеет долгую и поступательную историю. С той поры как древние вавилоняне научились решать квадратные уравнения, – а произошло это, вероятно, около 2000 г. до н. э., хотя первые доказательства датируются примерно 1500 г. до н. э., – их результат не устарел. Он был верен, и вавилоняне понимали почему. Остается верным он и сегодня. Мы записываем результат при помощи специальных символов, но рассуждаем точно так же, как и они. Неразрывная линия математической мысли прочно соединяет наш завтрашний день с Вавилоном. Когда Архимед получил формулу для объема сферы, он не пользовался алгебраическими символами и не думал о числе π, как мы думаем сегодня. Он выражал свои результаты геометрически, в терминах пропорций, как было принято у греков. Тем не менее в его ответе мгновенно распознается эквивалент сегодняшнему $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Конечно, помимо тех, что мы видим в математике, есть и другие древние открытия, которые обрели долгую жизнь. Например, Архимедова выталкивающая сила. Или его же закон рычага. Кое-что из древнегреческой физики и инженерного дела живет до сих пор. Но в этих областях знаний долгая жизнь открытий – исключение, тогда как в математике, скорее, правило. «Начала» Евклида, заложившие логический фундамент геометрии, и сегодня выдержат любую проверку. Его теоремы остаются верными, и многие из них по-прежнему полезны. В математике мы движемся вперед, но не отказываемся от ее истории.

Прежде чем вы начнете думать, что математика живет только своим прошлым, я должен указать вам на два момента. С одной стороны, представления о важности тех или иных методов и теорем могут меняться. Целые области математики выходят из моды или устаревают, по мере того как сдвигаются границы известного или внедряются новые методики. Но при этом они по-прежнему остаются *верными*, а время от времени случается даже так, что какая-то устаревшая область возрождается заново, как правило благодаря появившейся связи с другой областью, какому-нибудь новому приложению или прорыву в методологии. С другой стороны, математики, развивая свой предмет, не просто движутся вперед, а создают попутно новую, важную, красивую и полезную математику.

С учетом сказанного отметим, что основной посыл остается неизменным: математическая теорема, если она однажды верно доказана, становится – навсегда – кирпичиком, на который мы можем в дальнейшем опираться. Несмотря на то что концепция доказательства со времен Евклида стала значительно строже, сегодня, чтобы избавиться от прежних допущений, мы сами можем заполнить то, что нам представляется лакунами, и результат останется прежним.

* * *

Книга «Значимые фигуры» исследует загадочный, почти мистический процесс появления на свет новой математики. Математика возникает не в вакууме; ее создают *люди*. Среди них встречаются личности с поразительно оригинальным и ясным умом – личности, с которыми мы связываем великие открытия: это пионеры, первопроходцы, значимые фигуры. Историки справедливо указывают, что достижения гениев невозможны без обширной поддержки, без рядовых математиков, добавляющих крохотные кусочки и детальки в общую картину головоломки. Важные и плодотворные вопросы задают иногда почти неизвестные люди. Великолепные идеи порой осеняют тех, кому попросту не хватает технической подготовки, чтобы превратить их в новые мощные методы и концепции. Ньютон, как он сам отмечал, «стоял на плечах гигантов». В какой-то степени это его замечание отдает сарказмом, ведь некоторые из этих гигантов (в особенности Роберт Гук) жаловались, что Ньютон не столько стоял на их плечах, сколько постоянно наступал на ноги: он либо не отдавал им должного и не признавал их заслуг, либо, ссылаясь на их достижения в своих научных работах, публично приписывал все результаты исключительно себе. Однако Ньютон говорил правду: его великолепный синтез законов движения, гравитации и света был бы невозможен без огромного числа озарений интеллектуальных предшественников. Из которых, надо сказать, не все были гигантами. Обычные люди тоже сыграли здесь свою роль.

Тем не менее гиганты всегда заметны; они возглавляют движение, а мы, остальные, следуем за ними. Через биографии и труды отдельных значимых фигур мы можем получить общее представление о том, как рождается новая математика, кто ее создавал и как жили эти люди. В моем представлении это не просто пионеры, показавшие остальным путь, но первопроходцы, проложившие удобные и общедоступные тропы через густые джунгли математической мысли. Большую часть жизни они пробивались сквозь колючие кустарники и ненасытные трясины, но иногда натыкались на какой-нибудь затерянный город или месторождение и находили там бесценные сокровища. Они проникали в области мысли, прежде неизвестные человечеству.

Мало того, на самом деле они создавали эти области. Математические джунгли не похожи на дождевые леса Амазонки или африканского Конго. Математический первопроходец – это не какой-то Давид Ливингстон, прорубающий себе дорогу вдоль реки Замбези или занятый поисками истоков Нила. Ливингстон «открывал» вещи, которые *уже существовали*, причем местные жители, разумеется, прекрасно знали о них. Но в те дни европейцы считали, что для того, чтобы что-то «открыть», одни европейцы должны сообщить об этом другим европейцам. Математические первопроходцы не просто исследуют джунгли, существовавшие испокон веков. В определенном смысле они сами создают джунгли вокруг себя в процессе движения; новые растения как будто сами пускаются в рост в оставленных ими следах, стремительно становятся молодыми деревцами, а затем могучими деревьями. Однако *создается впечатление*, что джунгли эти действительно давно существуют, потому что вы не можете сами решать, какие деревья пойдут в рост. Вы решаете, где идти, где прокладывать тропу, но не можете по собственному желанию «открыть» рощу великолепных красных деревьев, если на самом деле в этом месте вас ждут трясина и мангровые заросли.

Именно здесь, мне кажется, кроется источник популярного до сих пор платоновского представления о математических идеях, согласно которому математические истины существуют «на самом деле», но существуют в некоей идеальной форме, в своего рода параллельной реальности, которая всегда существовала и будет существовать. Согласно этим представлениям, когда мы доказываем новую теорему, мы всего лишь находим то, что и так всегда существовало. Не думаю, что буквальный платонизм имеет смысл, но он довольно точно описывает процесс математических исследований. Выбирать не приходится: можно только трясти деревья и смотреть, не упадет ли с них что-нибудь полезное. В книге «Что такое математика на самом деле?» Ройбен Херш предлагает более реалистичный взгляд на математику как на общечеловеческий ментальный конструкт. В этом отношении математика похожа на деньги. «На самом деле» деньги – это не металлические кружочки, не бумажки и даже не числа в компьютере; это общий для людей набор договоренностей о том, как мы обмениваемся металлическими кружочками, бумажками или числами в компьютере друг с другом или обмениваем их на вещи.

Херш резко критиковал некоторых математиков, которые, сосредоточив свое внимание на формулировке «человеческий конструкт», утверждали, что математику ни в коем случае нельзя назвать произвольной; ее никто не выдумывал. И социальный релятивизм здесь не годится. Это правда, но Херш совершенно ясно объяснил, что математика – *не любой* человеческий конструкт. Мы сами решаем, заниматься нам Великой теоремой Ферма или не заниматься, но от нас никак не зависит, верна эта теорема или нет. Человеческий конструкт, который мы называем математикой, регулируется строгой системой логических ограничений, и нечто может быть добавлено в этот конструкт только при условии, что оно соответствует всем этим ограничениям. Собственно говоря, потенциально эти ограничения позволяют нам отличить истинное от ложного, но невозможно проделать это разделение, просто объявив результат громко и торжественно. Главный вопрос: истина или ложь? Я потерял уже счет случаям, когда некто нападает на какое-то спорное положение в математике, которое ему не нравится, и указывает при этом, что математика – это тавтология: все новое в ней является логическим следствием из вещей, которые нам уже известны. Ну да, так и есть. Все новое неявно скрыто в известном. Но самое трудное начинается, когда нам хочется вскрыть все неявное и сделать явным. Спросите об этом у Эндрю Уайлса; бесполезно говорить ему, что статус Великой теоремы Ферма был с самого начала предопределен логической структурой математики. Он потратил семь лет на поиск того, каков же на самом деле этот предопределенный статус. До тех пор пока кто-нибудь этого не сделал, предопределенность статуса значит не больше, чем если в ответ на вопрос, где находится Британская библиотека, сказать, что она находится в Британии.

* * *

Эта книга не упорядоченная история всей математики, я пытался представить в ней затрагиваемые математические темы более или менее упорядоченно, так, чтобы концепции усложнялись постепенно по ходу повествования. Для этого пришлось рассказывать обо всем примерно в хронологическом порядке. Хронологический порядок по темам оказался бы нечитаемым, поскольку мы постоянно перескакивали бы с одного математика на другого, поэтому я упорядочил главы по датам рождения и снабдил их отдельными перекрестными ссылками.

Значимых фигур – древних и современных, мужчин и женщин, представителей Востока и Запада – у меня получилось 25. Их личные истории начинаются в Древней Греции с великого геометра и инженера Архимеда, к числу достижений которого относятся и приблизительное вычисление числа π, и вычисление площади поверхности и объема сферы, и Архимедов винт для подъема воды, и механизм вроде крана, предназначенный для разрушения вражеских кораблей. За ним следуют три представителя далеких восточных стран, где в Средние века происходили все главные события в мире математики. Это китайский ученый Лю Хуэй, персидский математик Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми, работы которого подарили нам слова «алгоритм» и «алгебра», и индиец Мадхава из Сангамаграмы, первым исследовавший бесконечные ряды для тригонометрических функций, заново открытые на Западе Ньютоном только через тысячу лет.

Главные события математической жизни вернулись в Европу в эпоху Итальянского возрождения, где мы встречаем Джироламо Кардано – одного из величайших мошенников, которому выпала честь украсить собой математический пантеон. Кардано, игрок и дебошир, написал также один из важнейших алгебраических текстов в истории человечества, занимался медициной и придерживался образа жизни, достойного страниц желтой прессы. А еще он составлял гороскопы. Напротив, Пьер де Ферма, знаменитый своей Великой теоремой, был законопослушным гражданином, хотя и питал страсть к математике, из-за чего часто пренебрегал своей работой юриста. Он превратил теорию чисел в признанную и уважаемую область математики; кроме того, он внес заметный вклад в развитие оптики и рассмотрел некоторые предварительные вопросы дифференциального исчисления. Эту тему довел до логического конца Ньютон, вершиной научной деятельности которого стала книга «Математические начала натуральной философии», которую обычно называют кратко: «Начала». В ней Ньютон изложил свои законы движения и тяготения и применил их к движению тел Солнечной системы. Деятельность Ньютона – переломный момент в математической физике; именно тогда она преобразовалась в организованное математическое исследование того, что сам Ньютон называл «Системой мира».

После Ньютона фокус математической науки на 100 лет сместился в континентальную Европу и Россию. Леонард Эйлер – самый плодовитый математик в истории – выдавал важные математические статьи практически в журналистском темпе; одновременно он систематизировал целые области математики и изложил их в серии элегантных учебников, написанных ясным языком. Ни одна область математики не избежала его внимания. Эйлер сумел даже предвосхитить некоторые идеи Жозефа Фурье, который, исследуя процесс передачи тепла, разработал один из важнейших методов из инструментария современного инженера: анализ Фурье, представляющий любые периодические колебания в терминах основных тригонометрических функций «синус» и «косинус». Кроме того, Фурье первым понял, что атмосфера играет важную роль в тепловом балансе Земли.

В новую эру математика входит с непревзойденными исследованиями Карла Фридриха Гаусса – одного из серьезных претендентов на роль величайшего математика всех времен. Гаусс начал свою деятельность с теории чисел, заработал репутацию в небесной механике тем, что предсказал положение на небе недавно открытого астероида Церера, и значительно продвинул теорию в вопросах, касающихся комплексных чисел, аппроксимации чисел методом наименьших квадратов и неевклидовой геометрии, хотя он и не публиковал ничего по последней теме; Гаусс опасался, что слишком опередил в этом свое время и публикация результатов в данной области навлечет на него насмешки. Николай Иванович Лобачевский был менее робок и активно публиковался на темы альтернативной (по отношению к Евклидовой) геометрии, получившей позже название гиперболической геометрии. В настоящее время именно его и Яноша Бойяи признают основателями неевклидовой геометрии, которую можно рассматривать как естественную геометрию поверхности постоянной кривизны. Однако фактически Гаусс был прав, считая, что эта идея опередила свое время: ни Лобачевский, ни Бойяи при жизни не получили признания. Рассказ об этой эпохе мы завершим трагической историей блестящего новатора Эвариста Галуа, убитого в возрасте 20 лет на дуэли из-за женщины. Он внес большой вклад в алгебру, что привело к разработке современных методов описания важнейшей концепции – симметрии – в терминах групп преобразований.

После этого в нашей истории появляется новая тема – яркий след, оставленный первой женщиной-математиком, о которой мы будем говорить. Конкретно речь пойдет о вычислительной математике. Августа Ада Кинг, графиня Лавлейс, работала помощницей у Чарльза Бэббиджа, упорного человека, убежденного в потенциальном могуществе вычислительных машин. Он придумал Аналитическую машину – программируемый вычислитель, сделанный из храповиков и шестеренок, коронный номер чуть ли не всех научно-фантастических произведений в стиле стимпанк. Аду же общественное мнение упрямо называет первым программистом в истории, хотя это довольно спорное утверждение. Компьютерная тема продолжится рассказом о Джордже Буле, чьи «Законы мышления» заложили фундаментальную математическую основу для цифровой логики современных компьютеров.

По мере того как математика становится более разнообразной, то же происходит и с нашим повествованием, прорубающим путь в новые области все расширяющихся джунглей. Бернард Риман блестяще умел вскрывать простые общие идеи, стоящие за сложными на первый взгляд концепциями. Ему мы обязаны, в частности, некоторыми фундаментальными понятиями геометрии, в первую очередь искривленными «многообразиями», на которых построена революционная теория гравитации – общая теория относительности Альберта Эйнштейна. Но помимо этого он сумел сделать гигантский шаг вперед в теории простых чисел, связав при помощи своей «дзета-функции» теорию чисел и комплексный анализ. Гипотеза Римана о нулях этой функции – одна из величайших и важнейших нерешенных задач во всей математике, и за ее решение объявлен приз в $1 млн.

Далее идет Георг Кантор, изменивший представления математиков об основах их собственной науки введением теории множеств и определивший бесконечные аналоги натуральных чисел 1, 2, 3, …, что привело к открытию того факта, что одни бесконечности могут быть больше других – в строгом, продуманном и полезном смысле. Как многих новаторов, Кантора при жизни не понимали и подвергали насмешкам.

Далее на сцене появляется наша вторая женщина-математик, невероятно талантливая Софья Ковалевская. Ее биография извилиста и тесно связана с русским революционным движением, а также осложнена препятствиями, которые всякое общество, где доминируют мужчины, ставит на пути блестящих женщин-интеллектуалок. Поразительно, что она вообще сумела чего-то добиться в математике. Мало того, ей принадлежат замечательные открытия в решении уравнений в частных производных, исследовании движения недеформируемого тела, структуры колец Сатурна и преломления света кристаллами.

Наша история набирает ход. На рубеже XIX–XX вв. одним из ведущих математиков мира был француз Анри Пуанкаре. Окружающие считали его эксцентричным, но на самом деле он был чрезвычайно проницателен. Пуанкаре одним из первых распознал значение новой, только что зародившейся математической области – топологии, или «геометрии резинового листа», в которой фигуры можно непрерывно деформировать, – и распространил ее с двух измерений на три и более. Он применил ее законы к дифференциальным уравнениям и исследовал задачу трех тел в Ньютоновом поле тяготения. Это привело его к открытию возможности детерминистического хаоса – случайного на первый взгляд поведения в детерминированных системах. Кроме того, он вплотную, еще до Эйнштейна, подошел к открытию специальной теории относительности.

В Германии во времена Пуанкаре мы видим Давида Гильберта, чья деятельность разделяется на пять отдельных периодов. Во-первых, он вслед за Булем занимался исследованием «инвариантов» – алгебраических выражений, которые сохраняют форму, несмотря на изменение координат. Затем Гильберт последовательно изложил основные положения теории чисел. После этого он вновь заглянул в Евклидовы аксиомы геометрии, нашел их недостаточными и добавил еще несколько, чтобы закрыть логические прорехи. Далее подался в математическую логику и запустил программу, целью которой было доказать, что под математику можно подвести аксиоматическую базу и что она будет непротиворечивой (то есть никакие логические рассуждения не приведут к противоречию) и полной (то есть любое утверждение в рамках этой системы может быть либо доказано, либо опровергнуто). Наконец, он обратился к математической физике, едва не обогнав Эйнштейна на пути к общей теории относительности, и ввел понятие Гильбертова пространства, центральное в квантовой механике.

Третья и последняя наша женщина-математик – Эмми Нётер, жившая в те времена, когда большинство облеченных властью мужчин все еще с неодобрением смотрело на участие женщин в академической деятельности. Начинала она, как и Гильберт, с теории инвариантов и позже много работала с ним бок о бок. Гильберт не раз со всей доступной энергией пытался пробить стеклянную стену непонимания и обеспечить Нётер постоянную академическую должность, но добился лишь частичного успеха. Нётер оставила яркий след в абстрактной алгебре, первой исследовав сегодняшние аксиоматические структуры, такие как группы, кольца и поля.

Кроме того, она доказала важную теорему о симметрии законов физики по отношению к сохраняемым величинам, таким как энергия.

К этому моменту наше повествование перейдет уже в XX в. Чтобы показать, что великолепные математические способности присущи не только образованным классам западного мира, мы познакомимся с жизнью и деятельностью индийского гения-самоучки Сринивасы Рамануджана, выросшего в бедности. Состязаться с ним в способности интуитивно находить странные, но верные формулы могли разве что такие гиганты, как Эйлер и Карл Якоби, и то не факт. Представления Рамануджана о том, что такое доказательство, были довольно туманными, зато он умел находить такие формулы, которые никому другому и в голову бы не пришли. Ученые до сих пор роются в его бумагах и записных книжках в поисках вдохновения и свежего взгляда на вещи.

Два математика со склонностью к философии вернут нас к основам этой науки и к ее связям с вычислениями. Один из этих ученых – Курт Гёдель; он доказал, что любая система аксиом для арифметики обязательно будет неполна и неразрешима, и тем самым разрушил программу Гильберта, целью которой было доказать обратное. Второй – Алан Тьюринг, чье исследование возможностей программируемого компьютера позволило получить более простое и естественное доказательство этих результатов. Прославился он, конечно же, своей работой по разгадыванию нацистских шифров, которой он занимался в Блетчли-парке во время Второй мировой войны. Кроме того, он предложил известный тест Тьюринга для проверки искусственного интеллекта, а после войны исследовал закономерности в структурах живой природы. Он был нетрадиционной сексуальной ориентации и умер при трагических и загадочных обстоятельствах.

Я решил не включать в книгу никого из ныне живущих ученых, но закончить двумя недавно почившими современными математиками. Один из них занимался теоретической математикой, другой – прикладной (надо сказать, весьма оригинальной). Последний – Бенуа Мандельброт, широко известный своими работами по фракталам – геометрическим фигурам, которые имеют сложную структуру на любых масштабах увеличения. Фракталы часто отражают структуру природы намного лучше, чем традиционные гладкие поверхности вроде сфер и цилиндров. Хотя и до него несколько математиков работало со структурами, которые мы сегодня называем фракталами, именно Мандельброт сделал гигантский шаг вперед, первым распознав потенциал фракталов в моделировании природного мира. Он не принадлежал к тем математикам, все внимание которых сосредоточено на теоремах и доказательствах; напротив, отличался интуитивным визуальным восприятием геометрии, что позволяло ему видеть взаимоотношения и строить догадки. Кроме того, он был в некотором смысле шоуменом и энергично продвигал собственные идеи. Это не добавляло ему привлекательности в глазах части математического сообщества, но всем не угодишь.

Наконец, я выбрал рафинированного – этакого математика-математика – Уильяма Тёрстона. Тёрстон тоже обладал глубоким интуитивным пониманием геометрии, в более широком и глубоком смысле, нежели Мандельброт. Математика теорем и доказательств давалась ему на уровне лучших представителей профессионального сообщества, однако чем дальше, тем больше он сосредоточивался на теоремах и опускал доказательства. В частности, он работал в области топологии, где отметил неожиданную связь с неевклидовой геометрией. В конечном итоге именно этот круг идей побудил Григория Перельмана доказать неуловимую гипотезу из области топологии, выдвинутую Пуанкаре. Методы Перельмана позволили доказать также более общую гипотезу Тёрстона, которая проливает неожиданный свет на все трехмерные многообразия.

* * *

В последней главе я соберу воедино нити, проходящие через все 25 биографий этих поразительных людей, и посмотрю, что эти биографии могут рассказать нам о математиках-первопроходцах – кто они, как работают, откуда берут свои «безумные идеи», что вообще толкает их к занятиям математикой.

А пока я хотел бы сделать два замечания и немного предостеречь вас. Первое – не забывайте о том, что я объективно вынужден был отбирать только самое интересное. В книге просто не хватило бы места для исчерпывающих биографий и разбора всего, над чем работали мои первопроходцы, – как и для разбора мелких подробностей того, как развивались их идеи и как они взаимодействовали с коллегами. Вместо этого я попытался предложить репрезентативную выборку самых важных – или интересных – открытий и концепций и добавить некоторые исторические детали, которые позволили бы показать их реальными людьми и обозначить их место в современном им обществе. Для некоторых математиков древности даже этот вопрос пришлось излагать вкратце, поскольку сохранилось очень мало данных о жизни этих людей, а оригинальных документов об их работах в большинстве случаев вообще не сохранилось.

И второе. Выбранные мной 25 математиков – это ни в коем случае не все значимые фигуры в истории математики. Я делал свой выбор, исходя из многих соображений: значимость математических достижений, увлекательность темы исследований, интерес к личности, исторический период, разнообразие героев – и еще это неуловимое качество, «баланс». Если ваш любимый математик не вошел в список, причина тому, скорее всего, кроется в недостатке места вкупе с желанием отобрать представителей, как можно шире распределенных в трехмерном многообразии – географии, историческом периоде и поле. Я убежден, что каждый, кто попал в эту книгу, всемерно заслуживает этого, хотя один-два персонажа могут показаться спорными. Я нисколько не сомневаюсь в том, что многие другие могли быть выбраны с не менее серьезными обоснованиями.

1. «Не тронь моих чертежей!» Архимед

I

«Не тронь моих чертежей!»

Архимед

Архимед Сиракузский
Родился: Сиракузы, Сицилия, ок. 287 г. до н. э.
Умер: Сиракузы, ок. 212 г. до н. э.

Год: 1973. Место: *военно-морская база Скарамангас под Афинами.*

Все взгляды сфокусированы на фанерной модели древнеримского судна, выполненной в натуральную величину. На этой модели сфокусированы лучи солнца, отраженные от 70 покрытых медью зеркал, расположенных в 50 м от нее и имеющих размер 1 м в ширину и 0,5 м в высоту.

Проходит несколько секунд, и корабль вспыхивает.

Греческий ученый Иоаннис Саккас в наши дни воссоздает легендарный сюжет из истории древнегреческой науки. Во II в. римский писатель Лукиан писал, что при осаде Сиракуз около 214–212 гг. до н. э. инженер и математик Архимед изобрел устройство, которое позволяло уничтожать вражеские корабли при помощи огня. Существовало ли вообще это устройство и если существовало, то как работало, совершенно неясно. Рассказ Лукиана, в принципе, может быть всего лишь отсылкой к обычной практике использования горящих стрел или обстрела пылающими тряпками из катапульты, но трудно представить себе причину, по которой эту тактику следовало представлять как новое изобретение. В VI в. Анфимий из Тралл в трактате «Пылающие стекла» предположил, что Архимед тогда воспользовался огромной линзой. Но согласно самой распространенной легенде Архимед использовал гигантское зеркало или, может быть, систему зеркал, расположенных по дуге и образующих грубый параболический отражатель.

Парабола – это U-образная кривая, хорошо известная греческим геометрам. Архимед, безусловно, знал о свойстве ее фокуса: все прямые, параллельные оси параболы, отражаясь от ее внутренней части, проходят через одну и ту же точку, которая называется фокусом параболы. Понимал ли кто-нибудь в то время, что параболическое зеркало точно так же сфокусирует свет (и жар) солнца, менее очевидно, поскольку представления греков о свойствах света были рудиментарными. Но, как показывает эксперимент Саккаса, на самом деле Архимеду не понадобилось бы громоздкое параболическое сооружение. Множество солдат, вооруженных отражающими щитами и независимо друг от друга направляющих их так, чтобы отраженные каждым щитом лучи солнца попадали на одну и ту же часть вражеского корабля, добились бы не меньшего эффекта.

Практическая применимость того, что часто называют «лучами смерти Архимеда», с давних времен служит предметом горячих споров. Философ Рене Декарт, пионер в оптике, не верил, что такой прием мог сработать. Эксперимент Саккаса показывает, что все же мог, хотя фанерная модель корабля была хлипкой и к тому же окрашена краской на основе смолы, так что поджечь ее было несложно. С другой стороны, во времена Архимеда корабли обязательно смолили, смола обеспечивала герметичность и защиту корпуса. В 2005 г. группа студентов Массачусетского технологического института повторила эксперимент Саккаса; в конечном итоге им удалось поджечь деревянную модель корабля – но только после того, как мишень на протяжении 10 минут неподвижно стояла под направленными на нее сфокусированными лучами солнца. Они попробовали проделать то же самое еще раз для телешоу «Разрушители легенд». Сюжет снимался в Сан-Франциско, а в качестве мишени было использовано старое рыболовное судно; участникам удалось местами обуглить дерево, кое-где даже появились языки пламени, но целиком судно не загорелось. «Разрушители легенд» сделали вывод, что вся эта история – миф.

* * *

Архимед был человеком энциклопедических знаний: астрономом, инженером, изобретателем, математиком, физиком. Вероятно, он был величайшим ученым (воспользуемся современным понятием) своего времени. Помимо значительных математических открытий Архимед сделал несколько изобретений, поражающих своим разнообразием – Архимедов винт для поднятия воды, систему для поднятия тяжестей на основе канатов и блоков (аналог современных талей), – и открыл Архимедов принцип плавания тел и закон рычага (хотя само устройство появилось намного раньше). Ему приписывают также создание еще одной военной машины – когтя. Он будто бы использовал это устройство, напоминающее подъемный кран, в битве при Сиракузах; с его помощью он поднимал вражеские корабли из воды и топил их. Авторы документального телефильма 2005 г. «Супероружие древнего мира» построили собственную версию этой машины, и она работала. В древних текстах можно найти множество других заманчивых упоминаний о теоремах и изобретениях, приписываемых Архимеду. Среди них механический вычислитель движения планет – что-то вроде знаменитого антикитерского механизма, датируемого примерно 100 г. до н. э. и найденного среди обломков кораблекрушения в 1900–1901 гг.; разгадать его назначение и принцип действия удалось лишь недавно.

Мы очень мало знаем об Архимеде. Родился он в Сиракузах – историческом городе на Сицилии, расположенном ближе к южной оконечности восточного побережья острова. Город был основан в 734 или 733 г. до н. э. греческими колонистами, по преданию, под предводительством полумифического Архия, после того как тот покинул Коринф и удалился в изгнание. Если верить Плутарху, Архий был влюблен в прекрасного юношу Актеона и, не добившись от него взаимности, попытался похитить предмет своей страсти; в ходе завязавшейся борьбы Актеон был разорван на куски. Мольбы отца юноши Мелисса, просившего о справедливости, остались без ответа, поэтому он взобрался на верхушку храма Посейдона, призвал этого бога отомстить за его сына – и бросился вниз, на скалы. После этого драматического события случились сильная засуха и голод, и местный оракул возвестил, что только возмездие может умилостивить Посейдона. Архий понял смысл послания и добровольно отправился в изгнание, чтобы избежать принесения в жертву; он отправился на Сицилию и основал Сиракузы. Позже прошлое все же настигло его, и Телеф, который мальчиком тоже какое-то время был предметом страсти Архия, убил его.

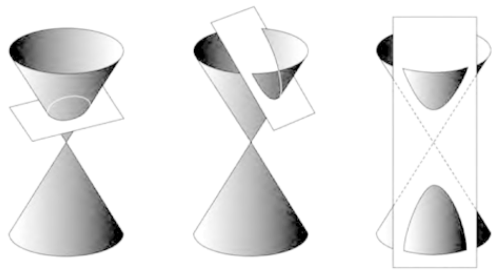
Земля была плодородна, местные жители дружелюбны, и вскоре Сиракузы стали самым процветающим и могущественным греческим городом на всем Средиземноморье. В трактате «Псаммит», или «Исчисление песчинок», Архимед говорит, что его отцом был астроном

Фидий. Если верить «Сравнительным жизнеописаниям» Плутарха, то он был дальним родственником тирана Сиракуз Гиерона II. Считается, что в юности Архимед учился в египетском городе Александрия, расположенном в дельте Нила, где встречался с Кононом Самосским и Эратосфеном Киренским. Это подтверждают, в частности, утверждения Архимеда о том, что Конон был его другом; кроме того, вводные части его книг «Послание к Эратосфену о методе» и «Задача о быках» обращены к Эрастофену.

О смерти Архимеда тоже ходят легенды, в свое время мы доберемся и до них.

* * *

Математическая репутация Архимеда зиждется на книгах, которые уцелели и дошли до нас – все в более поздних копиях. «Квадратура параболы», написанная в форме письма к другу Архимеда Досифею, содержит 24 теоремы о параболах, последняя из которых дает площадь параболического сегмента, выраженную через площадь связанного с ним треугольника. Парабола вообще занимает видное место в трудах Архимеда. Это один из типов конических сечений – семейства кривых, игравшего значительную роль в греческой геометрии. Чтобы получить коническое сечение, нужно разрезать плоскостью двойной конус, образованный при соединении вершинами двух одинаковых конусов. Существует три основных типа конических сечений: эллипс – замкнутый овал, парабола – U-образная кривая и гипербола – две U-образные кривые, расположенные «спина к спине».



Три основных типа конических сечений

Работа «О равновесии плоских фигур» состоит из двух отдельных книг. В ней устанавливаются фундаментальные закономерности того, что мы сегодня называем статикой, – той области механики, где анализируются условия, при которых тело остается в покое. Дальнейшее развитие этой темы образует фундамент всего строительного искусства и дает возможность рассчитать силы, действующие на структурные элементы зданий и мостов, и гарантировать, что они действительно сохранят покой и не будут ни вспучиваться, ни рушиться.

Первая книга посвящена в основном закону рычага, который Архимед формулирует так: «Два груза находятся в равновесии на расстояниях, обратно пропорциональных их весам». Одно из следствий этого состоит в том, что длинный рычаг увеличивает малую силу. Плутарх сообщает нам, что Архимед драматически усилил это утверждение в письме к царю Гиерону: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю». Конечно, для этого ему потребовался бы невероятно длинный и идеально жесткий рычаг, но главный недостаток рычага состоит в том, что, хотя приложенная сила увеличивается, дальний конец рычага проходит куда меньшее расстояние, чем место приложения силы. На самом деле Архимед мог бы сдвинуть Землю на то же (крохотное-крохотное) расстояние, просто подпрыгнув на месте. Тем не менее рычаг очень эффективен, как и другое устройство (вариант рычага), также известное Архимеду, – полиспаст. Когда скептически настроенный Гиерон попросил Архимеда продемонстрировать свое изобретение, тот

> …велел наполнить обычной кладью царское трехмачтовое грузовое судно, недавно с огромным трудом вытащенное на берег целою толпою людей, посадил на него большую команду матросов, а сам сел поодаль и, без всякого напряжения вытягивая конец каната, пропущенного через составной блок, придвинул к себе корабль – так медленно и ровно, точно тот плыл по морю[1].

Вторая книга посвящена в основном нахождению центра тяжести различных геометрических фигур – треугольника, параллелограмма, трапеции и сегмента параболы.

Книга «О сфере и цилиндре» содержит результаты, которыми Архимед настолько гордился, что даже велел начертать их на своей гробнице. Он доказал вполне строго, что площадь поверхности сферы в четыре раза больше площади любого ее большого круга (такого, как экватор сферической Земли); что объем шара составляет две трети объема цилиндра, описанного вокруг этого шара; и что площадь любого сегмента шара, отрезанного от него плоскостью, равна площади соответствующего сегмента такого цилиндра. В своем доказательстве он использовал витиеватый метод, известный как метод исчерпывания, который первым предложил Евдокс при работе с пропорциями с участием иррациональных чисел, которые невозможно точно представить в виде дроби. В современных терминах можно сказать, что Архимед доказал: площадь поверхности сферы радиуса r равна $4\pi r^2$, а заключенный в ней объем равен $4/3\pi r^3$.

У математиков есть привычка представлять конечный результат в красиво организованном, упорядоченном виде, скрывая от глаз тот часто путаный и сумбурный процесс, в результате которого этот результат был получен. Нам повезло кое-что узнать о том, как Архимед делал свои открытия в отношении сферы, поскольку этот процесс нашел отражение в «Послании к Эратосфену о методе». Долгое время работа считалась утраченной, но в 1906 г. датский историк Йохан Гейберг обнаружил так называемый палимпсест Архимеда, содержавший ее неполный список. Палимпсест – это текст, стертый или смытый в древности с целью повторно использовать пергамент или бумагу, на которых он был написан. Около 530 г. Исидор Милетский собрал работы Архимеда в Константинополе (современный Стамбул), столице Византийской империи. В 950 г. их переписал неизвестный византийский писец; в то время в Константинополе действовала школа Льва Математика, в которой изучались работы Архимеда. После этого рукопись каким-то образом переместилась в Иерусалим, где в 1229 г. была разобрана, отмыта (не слишком хорошо), сложена пополам и заново переплетена уже в виде 177-страничной христианской литургической книги.

В 1840-е гг. на этот текст, вернувшийся к тому моменту обратно в Константинополь и находившийся в греческой православной библиотеке, наткнулся библеист Константин фон Тишендорф. Он вынул из книги один лист и поместил его в библиотеку Кембриджского университета. В 1899 г. Афанасий Пападопуло-Керамевс, составляя каталог библиотечных рукописей, частично перевел этот лист. Гейберг понял, что текст принадлежит Архимеду, и проследил судьбу книжной страницы обратно до Константинополя, где ему разрешили сфотографировать весь документ. Затем он переписал текст и издал результаты своей работы между 1910 и 1915 гг., а Томас Хит перевел текст на английский язык. После сложной цепочки событий, включая продажу на аукционе, осложненную судебной тяжбой по поводу права собственности на документ, рукопись была продана анонимному американцу за $2 млн. Новый владелец предоставил ее для исследований, так что затертый текст восстановлен с применением различных цифровых технологий обработки изображений.

---

[1] Плутарх. Сравнительные жизнеописания в двух томах. Т. 1. – М.: Наука, 1994.

Чтобы доказывать теорему методом исчерпывания, нужно заранее знать ответ, и ученые долгое время гадали, как Архимед сумел угадать правила определения площади поверхности и объема сферы. Трактат «О методе» поясняет:

> Действительно, кое-что из того, что ранее было мною усмотрено при помощи механики, позднее было также доказано и геометрически, так как рассмотрение при помощи этого метода еще не является доказательством; однако получить при помощи этого метода некоторое предварительное представление об исследуемом, а затем найти и само доказательство гораздо удобнее, чем производить изыскания, ничего не зная[2].

Архимед мысленно уравновешивает шар, цилиндр и конус на весах, а затем нарезает их бесконечно тонкими ломтиками, которые перераспределяет таким образом, чтобы сохранить баланс. Затем он применяет закон рычага, чтобы соотнести три объема между собой (объемы цилиндра и конуса был уже известны), и выводит требуемые величины. Существуют предположения, что именно Архимед первым использовал настоящие бесконечно малые величины в математике. Возможно, мы усматриваем слишком много в этом не самом вразумительном документе, но ясно, что трактат «О методе» предвосхищает некоторые идеи дифференциального исчисления.

* * *

Другие труды Архимеда наглядно показывают, насколько разнообразными были его интересы. Трактат «О спиралях» доказывает некоторые фундаментальные утверждения о длинах и площадях, связанных с Архимедовой спиралью – кривой, которую описывает точка, движущаяся с постоянной скоростью вдоль прямой линии, вращающейся с постоянной скоростью. Трактат «О коноидах и сфероидах» исследует объемы сегментов объемных тел, образованных вращением конических сечений вокруг некоторой оси.

Трактат «О плавающих телах» – первая в истории работа по гидростатике и равновесным позициям плавающих объектов. В него входит и закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, равная весу жидкости, вытесненной этим телом. Этот принцип является темой знаменитого исторического анекдота, в котором Архимеда просят придумать метод, при помощи которого можно определить, действительно ли обетная корона, изготовленная для царя Гиерона, сделана из золота. Идея решения осеняет Архимеда внезапно, когда он принимает ванну, и он приходит в такой восторг, что выскакивает на улицу, позабыв одеться, и несется по городу в чем мать родила с криком «Эврика!» («Нашел!»). Не забывайте, что появление нагого человека в публичном месте в Древней Греции не рассматривалось как скандальное событие. Кульминацией книги является условие устойчивого плавания параболоида – предтеча фундаментальных идей теории кораблестроения, связанных с остойчивостью и переворачиванием судов.

В «Измерении круга» метод исчерпывания применяется для доказательства того, что площадь круга равна длине половины радиуса, умноженной на длину окружности, – πr^2 в современных терминах. Чтобы доказать это, Архимед вписывает в окружность и описывает вокруг нее правильные многоугольники с 6, 12, 24, 48 и 96 сторонами. Рассматривая девяностошестиугольник, он доказывает результат, эквивалентный, по существу, оценке величины π: он попадал в промежуток между $3\frac{1}{7}$ и $3\frac{10}{71}$.

[2] Архимед. Сочинения. – М.: Физматлит, 1962.

«Исчисление песчинок» адресовано Гелону II, тирану Сиракуз и сыну Гиерона II. Это подкрепляет предположение о том, что Архимед был в родстве с царской семьей. Он так объясняет свою цель:

> Некоторые люди полагают, государь Гелон, что число песка по величине бесконечно… я постараюсь показать тебе… что среди чисел, которые получили от нас название и опубликованы в адресованной (мной) Зевксиппу книге, некоторые превосходят не только число песчинок в объеме, равном заполненной, как мы сказали, Земле, но даже в объеме, равном миру[3].

Здесь Архимед рекламирует свою новую систему наименования больших чисел и борется с частым неверным употреблением термина «бесконечный» вместо «очень большой». Сам он ясно ощущает разницу. В его работе сочетаются две основные идеи. Первая из них – расширение стандартного набора греческих слов для обозначения чисел, чтобы можно было именовать гораздо большие числа, чем мириада мириад[4] (100 миллионов, 10^8). Вторая – оценка размеров Вселенной, которую Архимед основывает на гелиоцентрической (с Солнцем в центре) системе Аристарха. Согласно результатам подсчета, для полного заполнения Вселенной потребовалось бы, в современной нотации, не более 10^{63} песчинок.

*** * ***

В математике существует давняя традиция развлечения, в рамках которого математики исследуют всевозможные игры и головоломки. Иногда это делается просто для удовольствия, а иногда подобные легкомысленные задачи помогают понять серьезные концепции. В «Задаче о быках» поднимаются вопросы, не потерявшие актуальности и сегодня. В 1773 г. немецкий библиотекарь Готтхольд Лессинг наткнулся на одну греческую рукопись: стихотворение из 44 строк, приглашающее читателя подсчитать, сколько животных ходит в стаде бога Солнца. Заголовок стихотворения представляет его как письмо от Архимеда к Эратосфену. Начинается оно так:

> Сколько у Солнца быков, найди для меня, чужестранец.
> (Ты их, подумав, считай, мудрости если не чужд.)
> Как на полях Тринакрийской Сицилии острова тучных
> Их в четырех стадах много когда-то паслось.
> Цветом стада различались: блистало одно млечно-белым,
> Темной морской волны стада другого был цвет,
> Рыжим третие было, последнее пестрым. И в каждом
> Стаде была самцов множеством тяжкая мощь,
> Все же храня соразмерность такую…[5]

Затем в ней перечисляются семь уравнений в стиле:

> число белых быков $=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$ число черных быков + число рыжих быков и следует продолжение:
> Сколько у Солнца быков, чужестранец, коль точно ты скажешь,
> Нам раздельно назвав тучных быков число,

---

[3] Архимед. Сочинения. – М.: Физматлит, 1962.

[4] В Древней Греции число 10 000 носило название «мириада» и являлось самым большим числом, имеющим название. – *Прим. пер.*

[5] Архимед. Сочинения. – М.: Физматлит, 1962.

Также раздельно коров, сколько каждого цвета их было,
Не назовет хоть никто в числах невеждой тебя,
Все ж к мудрецам причислен не будешь. Учти же, пожалуй,
Свойства какие еще Солнца быков числа.
число белых быков + число черных быков = квадратное число,
число пестрых быков + число рыжих быков = треугольное число.
Если ты найдешь, чужестранец, умом пораскинув,
И сможешь точно назвать каждого стада число,
То уходи, возгордившись победой, и будет считаться,
Что в этой мудрости ты все до конца превзошел[6].

Квадратные числа – это 1, 4, 9, 16 и т. д., получаются они при умножении натурального числа на само себя. Треугольные числа – это 1, 3, 6, 10 и т. д., образуемые сложением последовательных натуральных чисел, к примеру, 10 = 1 + 2 + 3 + 4. Эти условия образуют то, что мы сегодня называем системой диофантовых уравнений в честь Диофанта Александрийского, который написал о них около 250 г. в книге «Арифметика». Решение должно даваться в целых числах, поскольку вряд ли у бога Солнца в стаде ходит половинка коровы.

Первый набор условий дает бесконечное число возможных решений, в наименьшем из которых божественное стадо насчитывает 7 460 514 черных быков и сравнимое число остальных животных. Дополнительные условия позволяют выбрать среди этих решений и ведут к тому типу диофантовых уравнений, которые известны как уравнения Пелля (глава 6). Здесь нужно найти целые x и y, такие что $nx^2 + 1 = y^2$, где n – заданное целое число. К примеру, при $n = 2$ уравнение принимает вид $2x^2 + 1 = y^2$, а его решениями являются пары чисел $x = 2$, $y = 3$ и $x = 12$, $y = 17$. В 1965 г. Хью Уильямс, Р. Герман и Чарльз Зарнке при помощи двух компьютеров фирмы IBM нашли наименьшее решение, удовлетворяющее двум дополнительным условиям. Это решение приблизительно равно $7,76 \times 10^{206544}$.

Архимед никак не мог найти это число вручную, к тому же нет никаких свидетельств того, что он вообще имеет какое-то отношение к этой задаче, кроме того что его имя фигурирует в названии стихотворения. Задача о быках до сих пор привлекает внимание специалистов по теории чисел и способствует получению новых результатов, к примеру решая уравнения Пелля.

* * *

Исторических данных о жизни Архимеда почти нет, однако о его смерти мы знаем чуть больше – если, конечно, считать, что хотя бы одна из дошедших до нас легенд соответствует истине. Но можно с уверенностью предположить, что хотя бы зерно правды в них присутствует.

Во время Второй Пунической войны, около 212 г. до н. э., римский генерал Марк Клавдий Марцелл осадил Сиракузы и взял город после двух лет осады. Плутарх рассказывает, что во время взятия города пожилой Архимед рассматривал какой-то чертеж на песке. Генерал послал солдата, чтобы тот пригласил Архимеда на встречу с ним, но математик отказался пойти, сказав, что не закончил работу над задачей. Солдат вышел из себя и убил Архимеда мечом; рассказывают, что последними словами мудреца были: «Не тронь моих чертежей!» Зная математиков, я полагаю, что такая ситуация вполне возможна, но Плутарх приводит и другой вариант истории, в которой Архимед пытается сдаться случайному солдату, а тот, решив, что математические инструменты в руках ученого стоят дорого, убивает его, чтобы ими

[6] Архимед. Сочинения. – М.: Физматлит, 1962.

завладеть. В обоих вариантах легенды Марцелл был очень недоволен смертью столь уважаемого гения механики.

Гробница Архимеда была украшена изображением его любимой теоремы из книги «О шаре и цилиндре»: объем шара, вписанного в цилиндр, равен 2/3 от его объема, а площадь поверхности шара равна площади боковой поверхности этого цилиндра. Через 100 с лишним лет после смерти Архимеда квестором (должностным лицом) на Сицилии был известный римский оратор Цицерон. Услышав о гробнице, он с трудом отыскал ее в заброшенном состоянии возле Агригентинских ворот в Сиракузах. Цицерон приказал восстановить гробницу, что позволило ему прочесть некоторые надписи и разглядеть чертеж шара и цилиндра.

Сегодня расположение этой гробницы неизвестно; судя по всему, от нее ничего не осталось. Но Архимед продолжает жить в своей математике, значительная часть которой не потеряла значения за более чем 2000 прошедших лет.

2. Мастер пути. Лю Хуэй

2

Мастер пути

Лю Хуэй

Лю Хуэй
Жил и работал: царство Цао Вэй, Китай, III в.

«Чжоу Би Суань Цзин» – «Канон расчета чжоуского гномона» – древнейший известный нам китайский математический текст, датируемый Периодом сражающихся царств, 400–200 гг. до н. э. Начинается этот трактат прекрасным примером образовательной пропаганды:

> Когда-то давно Жун Фан спросил Чэнь Цзы: «Учитель, недавно я услышал кое-что о вашем Пути. Правда ли, что ваш Путь способен вместить высоту и размер Солнца, площадь, освещенную его блеском, количество его ежедневного движения, величины наибольшего и наименьшего расстояний до него, пределы человеческого зрения, границы четырех полюсов, созвездия, в которые объединены звезды, длину и ширину неба и Земли?»
>
> «Это правда», – сказал Чэнь Цзы.
>
> Жун Фан спросил: «Хоть я и не слишком умен, Учитель, я попросил бы вас почтить меня объяснением. Можно ли научить этому Пути кого-то вроде меня?»
>
> Чэнь Цзы ответил: «Да. Всего можно добиться математикой. Твоей способности к математике достаточно, чтобы понять эти вещи, если ты будешь серьезно и постоянно думать о них»[7].

Далее в книге при помощи геометрии выводится величина расстояния от Земли до Солнца. Космологическая модель примитивна: плоская Земля под гладким сферическим куполом неба. Но математика в ней содержится достаточно хитроумная. В основном используется геометрия подобных треугольников в применении к теням, отбрасываемым Солнцем.

«Чжоу Би» наглядно показывает продвинутое состояние китайской математики в период, примерно соответствующий греческому эллинистическому периоду со смерти Александра Великого в 323 г. до н. э. по 146 г. до н. э., когда Римская республика присоединила Грецию к

[7] Здесь и далее, если не указан источник на русском языке, цитата приводится по оригиналу книги Иэна Стюарта. – *Прим. ред.*

своей империи. Этот период был вершиной интеллектуального доминирования Древней Греции и временем жизни большинства великих геометров, философов, логиков и астрономов античного мира. Даже в условиях римского владычества Греция оставалась центром культурной и научной жизни примерно до 600 г., но центры математических инноваций переместились в Китай, Аравию и Индию. Передний край математического прогресса вновь переместился в Европу только в эпоху Возрождения, хотя на самом деле «Темные века» были совсем не такими темными, какими их иногда рисуют, и некоторые достижения того времени, не самые внушительные, действительно, принадлежат и Европе.

Китайские же успехи были поразительны. До недавнего времени в большинстве вариантов истории математики рассматривалась исключительно европоцентрическая позиция и достижения Востока попросту игнорировались, пока Джордж Гевергезе Джозеф не написал о древней математике Юго-Восточной Азии книгу «Павлиний хохолок». Одним из величайших древнекитайских математиков был Лю Хуэй. Он был потомком правителя Цзысяна, принадлежавшего к династии Хань, и жил в царстве Цао Вэй в период троецарствия. В 263 г. он отредактировал и издал книгу с решениями математических задач, приведенных в знаменитом китайском математическом трактате «Цзю Чжан Суаньшу» («Математика в девяти книгах»).

Его работы включают доказательство теоремы Пифагора, некоторых теорем стереометрии, улучшенное по сравнению с Архимедовым приближенное значение числа π и системный метод решения линейных уравнений с несколькими неизвестными. Кроме того, он писал о методах топографии, с особым приложением к астрономии. Вероятно, он побывал в Лояне – одной из четырех древних столиц Китая – и измерил высоту Солнца по его тени.

* * *

Свидетельства ранней истории Китая исходят в основном из нескольких более поздних текстов, таких как обширные «Исторические записки» придворного историографа династии Хань Сыма Цяня (ок. 110 г. до н. э.) и «Бамбуковые анналы» – историческая хроника, написанная на бамбуковых дощечках, захороненная в гробнице владыки царства Вэй Сяна в 296 г. до н. э. и вновь обретенная в 281 г. н. э. Согласно этим источникам, китайская цивилизация начала свое развитие в III тыс. до н. э. с царства Ся. Письменные свидетельства начинаются с династии Шан, правившей с 1600 по 1046 г. до н. э. и оставившей древнейшее свидетельство китайского счета в форме гадальных костей – маркированных косточек, использовавшихся для предсказания судьбы. Успешное вторжение народа чжоу привело к возникновению довольно стабильного государства с феодальной структурой, которое начало разваливаться 300 лет спустя под давлением внешних племен.

К 476 г. до н. э. в Китае воцарилась настоящая анархия; это был период, известный как Период сражающихся царств и продолжавшийся более 200 лет. «Чжоу Би» была написана именно в эти бурные времена. Ее основное математическое содержание составляет то, что мы сегодня называем теоремой Пифагора, дроби и арифметика; в нее включено также немало астрономии. Теорема Пифагора представлена в разговоре между правителем Чжоу Гуном и благородным Шао Гао. Обсуждение прямоугольных треугольников в их диалоге приводит к формулировке знаменитой теоремы и геометрическому ее доказательству. Некоторое время историки считали, что это открытие на 500 лет опережает открытие самого Пифагора. Сегодня общепринятым является мнение, что это открытие было сделано независимо и что оно действительно опережало работы Пифагора, но не намного.

Еще одно значительное дошедшее до нас произведение примерно того же периода – уже упоминавшийся трактат «Цзю Чжан», содержащий богатый математический материал, такой как извлечение корней, решение систем уравнений, площади и объемы и, опять же, прямоугольные треугольники. В комментарии Чжан Хэна, относящемся к 130 г. н. э., значение числа π приближенно оценивается как $\pi\sqrt{10}$. Комментарий Чао Чуньчина к трактату «Чжоу Би» где-то в III в. добавил к основному тексту метод решения квадратных уравнений. Но самое существенное дополнение к «Цзю Чжан» сделал в 263 г. величайший китайский математик древности Лю Хуэй. Он предварил трактат своим объяснением:

> В прошлом тиран Цинь сжигал написанные документы, что привело к гибели классического знания. Позже Чжан Цан, правитель Бэйпина, и Гэн Шоучан, помощник министра сельского хозяйства, прославились своим талантом к вычислениям. Поскольку древние тексты сильно пострадали, Чжан Цан и его люди изготовили новый вариант, удалив плохо сохранившиеся части и заполнив образовавшиеся пробелы. Таким образом, они переработали некоторые части, в результате чего те стали отличаться от старых, сохранившихся частей.

В частности, Лю Хуэй дал доказательства того, что приведенные в книге методы работают; он использовал методики, которые сегодня мы не признали бы строгими, как и методики Архимеда в трактате «О методе». Кроме того, Лю Хуэй привел дополнительные материалы по топографической съемке, которые публиковались и отдельно в виде «Хай дао суань цзин» – «Трактата о морском острове».

* * *

В первой главе «Математики в девяти книгах» объясняется, как вычислять площади полей разной формы: прямоугольных, треугольных, трапецеидальных и круглых. Приведенные в ней правила верны, за исключением правила для круга. Даже здесь предложенный *рецепт* сам по себе верен: умножить радиус на половину длины окружности. Однако длина окружности вычисляется как утроенный диаметр, то есть, по существу, считается, что $\pi = 3$. Если говорить о практической применимости метода, то площадь круга здесь получается меньше реальной менее чем на 5 %.

В конце I в. до н. э. правитель Ван Ман велел астроному и создателю календаря Лю Синю придумать и предложить стандартную меру объема. Лю Синь изготовил очень аккуратный цилиндрический бронзовый сосуд, который и должен был служить стандартной мерой при сравнении. Тысячи копий этого сосуда использовались по всему Китаю. Оригинальный сосуд в настоящее время хранится в пекинском музее, и его размеры позволили некоторым ученым предположить, что Лю Синь, по существу, пользовался числом, близким к π и равным 3,1547. (Как именно можно получить это число с такой точностью при измерении бронзового горшка – непонятно, по крайней мере мне.) В трактате «Сюй шу» (официальная история династии Сюй) содержится утверждение, из которого можно понять, что Лю Синь действительно нашел новое значение числа π. Лю Хуэй замечает, что примерно в это же время придворный астролог Чан Хэн предложил считать π равным квадратному корню из 10, что составляет 3,1622. Ясно, что новые улучшенные значения π носились в воздухе.

В своих комментариях к «Девятикнижию» Лю Хуэй указывает, что традиционное правило «$\pi = 3$» ошибочно: вместо длины окружности оно дает периметр вписанного шестиугольника, который очевидно меньше. Затем он вычисляет более точное значение для длины окружности (и косвенно для π). Мало того, он пошел еще дальше и описал вычислительный метод оценки числа π со сколь угодно высокой точностью. Его подход напоминал подход Архимеда: аппроксимировать окружность правильными многоугольниками с 6, 12, 24, 48, 96, … сторонами. Чтобы применить метод исчерпания, Архимед использовал одну последовательность аппроксимирующих многоугольников внутри, вписывая их в окружность, а вторую – снаружи, описывая их около окружности. Ли Хуэй пользовался только вписанными многоугольниками, но в завершение расчета он привел геометрические аргументы в пользу того, чтобы определить как нижнюю, так и верхнюю границы истинного значения π. Этот метод позволяет получить сколь угодно точное приближение к π, не используя ничего сложнее квадратных корней. Для вычисления квадратных корней существует формализованный метод, трудоемкий, но не более сложный, чем умножение в столбик. Умелый расчетчик вполне мог бы за один день получить десять десятичных знаков π.

Позже, около 469 г., Цзу Чунчжи расширил этот расчет и показал, что

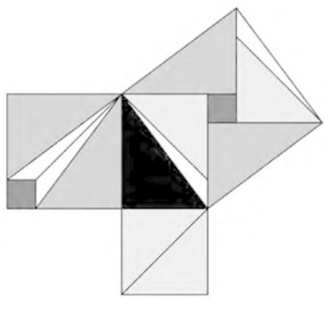
$$3{,}1415926 < \pi < 3{,}1415927.$$

Результат был записан и сохранился, а вот метод, изложенный, возможно, в его потерянной работе «Чжуй шу» – «Метод интерполяции», до нас не дошел. Вероятно, это было сделано путем продолжения расчетов Лю Хуэя, но заголовок трактата позволяет предположить, что речь шла, скорее, о получении более точного результата из пары приближений, одно из которых слишком мало, а другое – слишком велико. Подобные методы можно найти в математике и сегодня. Не так давно им учили в школах, чтобы использовать таблицы логарифмов. Цзу предложил две простые дроби, приближенно выражающие: это Архимедова дробь 22/7, равная π с точностью до двух знаков после запятой, и 355/113, равная π с точностью до десяти знаков. Первое значение и сегодня широко используется, второе тоже хорошо известно математикам.

* * *

Одна из реконструкций доказательства теоремы Пифагора, принадлежащего Лю Хуэю и восстановленного на базе текстовых указаний в его книге, представляет собой хитроумное и необычное рассечение. Собственно прямоугольный треугольник, о котором идет речь, показан на рисунке черным. Квадрат, построенный на одном из его катетов (светло-серый), рассечен надвое диагональю. Квадрат, построенный на другом катете, разрезан на пять частей: один маленький квадратик (темно-серый), пара симметрично расположенных треугольников (средне-серых) тех же формы и размера, что и первоначальный прямоугольный треугольник, и пара симметрично расположенных треугольников (белых), заполняющих оставшееся место. После этого все семь кусочков собираются воедино и образуют квадрат на гипотенузе.

Для доказательства этой теоремы могут быть использованы и другие рассечения, попроще.



Возможная реконструкция доказательства теоремы Пифагора Лю Хуэем

Древнекитайские математики были нисколько не слабее своих греческих современников, и развитие китайской математики после периода Лю Хуэя видело множество открытий, опередивших появление тех же достижений в европейской математике. К примеру, оценки числа π, полученные Лю Хуэем и Цзу Чунчжи, европейцам удалось превзойти лишь 1000 лет спустя.

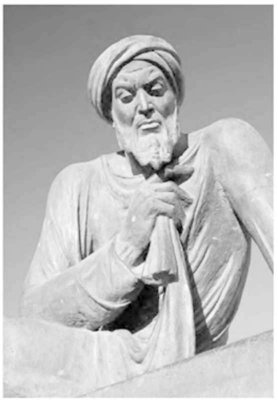
Джозеф проверяет, не могли ли некоторые идеи китайских математиков попасть с купцами и торговыми караванами в Индию и Аравию, а затем, возможно, даже в Европу. Если так, то позднейшие достижения, когда европейцы заново открывали математические законы, вполне возможно, не были совершенно независимыми. В Индии в VI в. были китайские дипломаты, и китайские переводы индийских математических и астрономических трактатов сделаны в VII в. Что же до Аравии, то пророк Мухаммед выпустил *хадис* – изречение с религиозным смыслом, – в котором говорилось: «Ищите знание, даже если до него далеко, как до Китая». В XIV в. арабские путешественники сообщали о прочных торговых связях с Китаем, а марокканский путешественник и ученый Мухаммад ибн Баттута написал о китайских научных и технических достижениях, а также о китайской культуре в книге «Рила» – «Путешествия».

Мы знаем, что идеи из Индии и Аравии проникали в средневековую Европу, о чем говорится в двух следующих главах. Поэтому вполне возможно, что в Европу проникали в какой-то мере и китайские знания. Присутствие иезуитов в Китае в XVII и XVIII вв. отчасти через Конфуция вдохновило философию Лейбница. Можно предположить, что существовала сложная сеть, посредством которой математика, физика и многое другое циркулировало между Грецией, Ближним Востоком, Индией и Китаем. Если это так, то традиционная история западной математики, возможно, нуждается в определенном пересмотре.

3. Dixit Algorismi. Мухаммад аль-Хорезми

3
DIXIT ALGORISMI

Мухаммад аль-Хорезми



Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми
Родился: Хорезм (современная Хива, Узбекистан), Персия, ок. 780 г.
Умер: ок. 850 г.

После смерти пророка Мухаммеда в 632 г. власть над исламским миром перешла к сменявшим друг друга халифам. В принципе, халифов избирали за их достоинства, так что система правления в халифате не была в строгом смысле монархией. Однако халиф обладал всей полнотой власти. К 654 г., при третьем халифе Усмане, халифат стал крупнейшей в истории империей. Его территория (в терминах современной географии) включала Аравийский полуостров, Северную Африку от Египта через Ливию до восточной части Туниса, Левант, Кавказ и значительную часть Средней Азии, от Ирана через Пакистан и Афганистан до Туркмении.

Конец ознакомительного фрагмента.