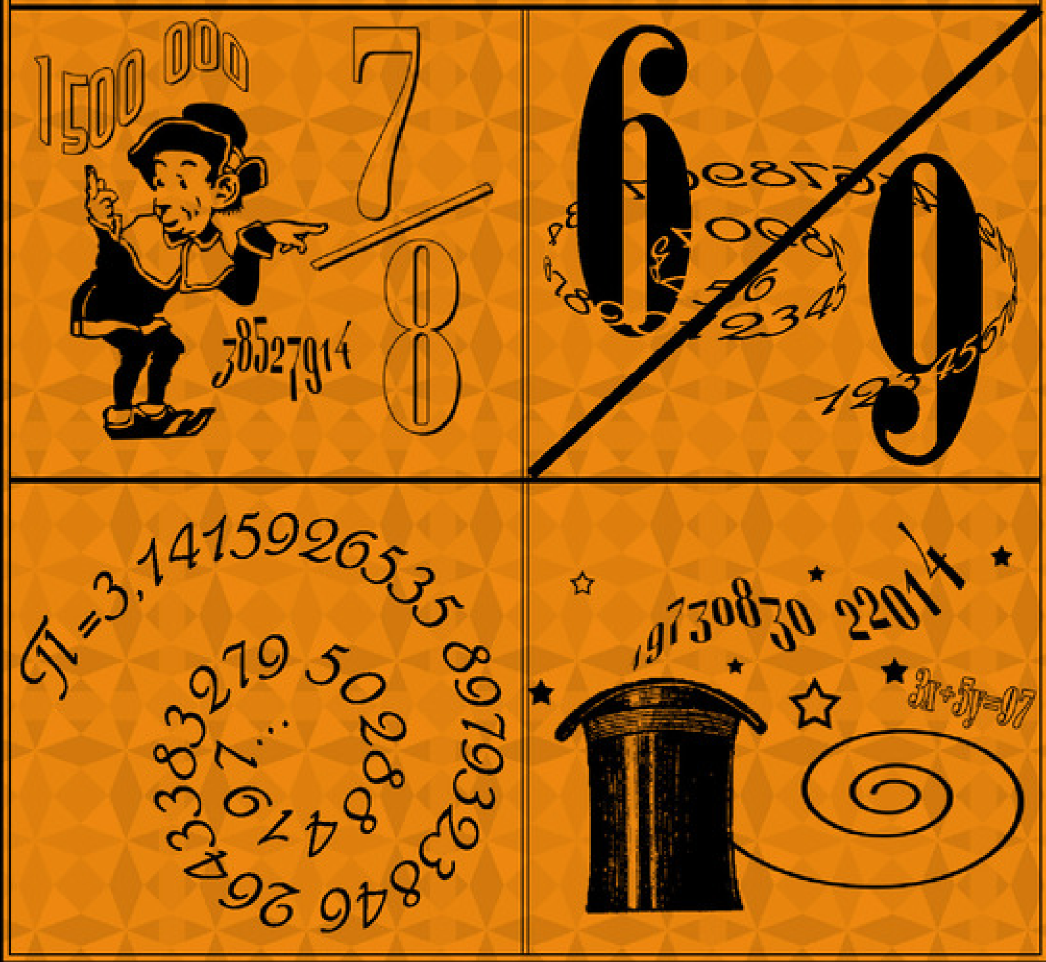
Яков Перельман

Загадки и диковинки в мире чисел



Яков Исидорович Перельман

Загадки и диковинки в мире чисел

Текст предоставлен правообладателем
http://www.litres.ru/pages/biblio_book/?art=4565492
Загадки и диковинки в мире чисел / Я.И. Перельман.: АСТ, Астрель; Москва; 2008
ISBN 978-5-17-056028-8, 978-5-271-22395-2

Аннотация

Занимательные рассказы о числах-великанах и числах – карликах, о системах счисления, об арифметических парадоксах и головоломках разнообразят школьную программу и сделают интересным ваш досуг.

Содержание

Яков Исидорович Перельман
Загадки и диковинки в мире чисел

Предисловие

Этот небольшой сборник отличается от имеющихся у нас других книг сходного содержания[1] главным образом тем, что предлагает менее использованный материал, а в способе его обработки – теснее примыкает к школьной арифметике, затрагивая разнообразные ее отделы. Чтобы не превращать приятной игры ума в утомительное занятие, чересчур серьезное для развлечения и нередко слишком бесплодное для серьезной работы, – автор избегал трудных вопросов и подбирал только такой материал, который вполне посилен для большинства читателей.

Хотя книжка имеет в виду читателей, знакомых лишь с элементами арифметики, в ней найдутся страницы, небезынтересные, быть может, и для более сведущих.

Петроград Май, 1923 г.

Я.П.

Во 2-м издании прибавлена глава «Числовые лилипуты» и сделаны необходимые исправления в тексте.

Сентябрь, 1923 г.

Я.П.

[1] Среди них известный сборник Е.И. Игнатьева «В царстве смекалки» (из трех книг; книги 2-я и 3-я составлены при моем участии) почти исчерпывает весь «классический» материал арифметических развлечений.

Глава I Старое и новое о цифрах и нумерации

Таинственные знаки

В первые дни русской революции, в марте 1917 года, жители Петрограда были немало озадачены и даже встревожены таинственными знаками, появившимися неизвестно как у дверей многих квартир. Молва приписывала этим знакам разнообразные начертания. Те, которые мне пришлось видеть, имели форму восклицательных знаков, чередующихся с крестами, какие ставятся обычно возле фамилии умерших. Знаки, по общему убеждению, ничего хорошего означать не могли и вселяли страх в растерянных граждан. По городу пошли зловещие слухи. Заговорили о грабительских шайках, помечающих квартиры своих будущих жертв. «Комиссар города Петрограда», успокаивая население, утверждал, что «таинственные знаки, которые чьей-то невидимой рукой делаются на дверях мирных обывателей в виде крестов, букв, фигур, как выяснилось по произведенному дознанию, делаются провокаторами и германскими шпионами»; он приглашал жителей все эти знаки стирать и уничтожать, «а в случае обнаружения лиц, занимающихся этой работой, задерживать и направлять по назначению».

Появились таинственные восклицательные знаки и зловещие кресты также у дверей моей квартиры и квартир моих соседей. Некоторый опыт в распутывании замысловатых задач помог мне, однако, разгадать нехитрый и нисколько не страшный секрет этой тайнописи. Своим «открытием» я поспешил поделиться с согражданами, поместив в газетах следующую заметку[2]:

Таинственные знаки

В связи с таинственными знаками, появившимися на стенах многих петроградских домов, небесполезно разъяснить смысл одной категории подобных знаков, которые, несмотря на зловещее начертание, имеют самое невинное происхождение. Я говорю о знаках такого типа:

†!! ††!!!!! †††!!!

Подобные знаки замечены во многих домах на черных лестницах у дверей квартир. Обычно знаки этого типа имеются у *всех* дверей данного дома, причем в пределах одного дома двух одинаковых знаков не наблюдается. Их мрачное начертание естественно внушает тревогу жильцам. Между тем смысл их, вполне невинный, легко раскрывается, если сопоставить их с номерами соответствующих квартир. Так, например, приведенные выше знаки найдены мною у дверей квартир № 12, № 25 и № 33:

†!!	††!!!!!	†††!!!
12	25	33

[2] Вечерний выпуск газеты «Биржевые Ведомости» от 16 марта 1917 г.

Нетрудно догадаться, что кресты означают десятки, а палочки – единицы; так оказалось *во всех без исключения случаях*, которые мне приходилось наблюдать. Своеобразная нумерация эта, очевидно, принадлежит дворникам-китайцам[3], не понимающим наших цифр. Появились эти знаки, надо думать, еще до революции, но только сейчас обратили на себя внимание встревоженных граждан.

Таинственные знаки такого же начертания, но только не с прямыми, а с *косыми* крестами, были обнаружены и в таких домах, где дворниками служили русские, пришедшие из деревень крестьяне. Здесь уже не трудно было выяснить истинных авторов тайнописи, вовсе и не подозревавших, что их безыскусственные обозначения номеров квартир только теперь были замечены и вызвали такой переполох.

[3] Их было много тогда в Петрограде. Позднее я узнал, что китайский иероглиф для 10 имеет как раз указанную форму креста. Китайцы вообще не употребляют наших «арабских» цифр.

Старинная народная нумерация

Откуда взяли петроградские дворники этот простой способ обозначения чисел: кресты – десятки, палочки – единицы? Конечно, они не придумали этих знаков сами, а привезли их из родных деревень; такая нумерация давно уже в широком употреблении и понятна каждому, даже неграмотному крестьянину в самом отдаленном и глухом углу России. Способ этот, без сомнения, восходит к глубокой древности и употребителен не в одной лишь России. Не говоря уже о родстве с китайскими обозначениями, бросается в глаза и сходство этой упрощенной нумерации с римской: ведь и в римских цифрах палочки означают единицы, а косые кресты – десятки.

Любопытно, что эта народная нумерация некогда была даже в России узаконена: именно по такой системе, только более развитой, должны были вестись сборщиками податей записи в податной тетради. «Сборщик – читаем мы в старом *«Своде Законов»,* – принимая от кого-либо из домохозяев вносимые к нему деньги, должен сам, или через писаря, записать в податной тетради против имени того домохозяина, которого числа сколько получено денег, выставляя количество принятой суммы цифрами и *знаками.* Знаки сии для сведения всех и каждого ввести повсеместно одинаковые, а именно:

десять рублей означать знаком . . . . □
рубль . . . . ○
десять копеек . . . . ×
копейка . . . . |
четверть . . . . —

Например, двадцать восемь рублей пятьдесят семь копеек три четверти:

□□○○○○○○○○×××××|||||||≡».

В другом месте того же тома «Свода Законов» находим еще раз упоминание об обязательном употреблении народных числовых обозначений. Приводятся особые знаки для тысяч рублей – в виде шестиконечной звезды с крестом в ней, и для ста рублей – в виде колеса с 8 спицами. Но обозначения для рубля и десяти копеек здесь устанавливаются иные, чем в предыдущем законе.

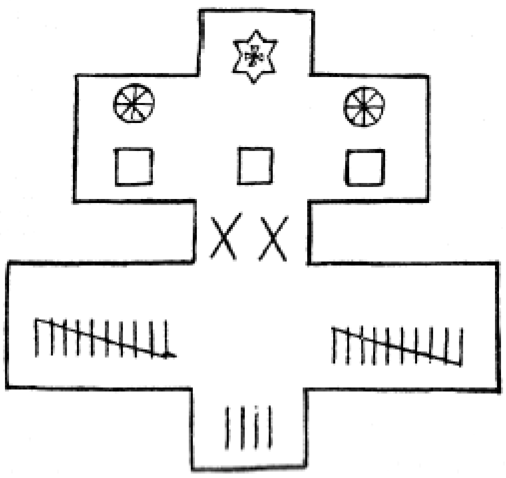
Вот текст закона об этих «ясачных знаках»:

«Чтобы на каждой квитанции, выдаваемой Родовитому Старосте, от которого внесен будет ясак, кроме изложения словами, было Доказываемо особыми знаками число внесенных рублей и копеек, так чтобы сдающие простым счетом сего числа могли быть уверены в справедливости показания[4]. Употребляемые в квитанции знаки означают:

[4] Подтверждение того, что знаки эти были в широком употреблении среди населения.

(звезда) тысяча рублей,
(колесо) сто рублей,
□ десять рублей,
× один рубль,
|||||||||| десять копеек,
| копейку.

Дабы не можно было сделать здесь никаких прибавлений, все таковые знаки очерчивать кругом прямыми линиями. Например, 1232 руб. 24 коп. изображаются так:



».

Как видите, наши арабские и римские цифры – не единственный способ обозначения чисел. В старину у нас, да еще и теперь по деревням, употребляются другие системы письменного счисления, отдаленно сходные с римскими и совсем не сходные с арабскими цифрами.

Но мы указали еще не все способы изображения чисел, употребляющиеся в наши дни: торговцы, например, имеют свои секретные знаки для числовых обозначений, – так называемые торговые «меты». О них побеседуем сейчас подробнее.

Секретные торговые «меты»

На вещах, купленных у офеней, – а зачастую и в магазинах, особенно провинциальных – вы, вероятно, замечали непонятные буквенные обозначения вроде

а ве, в уо и т. п.

Это ничто иное, как цена вещи без запроса, которую торговец обозначает для памяти на товаре, но так, однако, чтобы ее не мог разгадать покупатель. Торговец, бросив взгляд на эти буквы, сразу проникает в их скрытый смысл и, сделав надбавку, называет покупателю цену с запросом.

Такая система обозначения весьма проста – если только знать «ключ» к ней. Обыкновенно торговец выбирает какое-нибудь слово, составленное из 10 различных букв; чаще всего останавливали выбор на словах: *трудолюбие, правосудие, ярославец, миролюбец, Миралюбов.* Первая буква слова означает 1, вторая – 2, третья – 3 и т. д.; десятою буквою обозначается нуль. С помощью этих условных букв-цифр торговец и обозначает на товарах их цену, храня в строгом секрете «ключ» к своей системе обозначения. Если например, выбрано слово:

правосудие
1 2345 67 8 90 ’

то цена 4 руб. 75 коп. будет обозначена так:

в уо.

Знак *«п ое»* означает 1 руб. 50 коп., и т. п.

Иногда цена на товаре написана цифрами, но под ценою имеется также и буквенное обозначение – например:

$$\frac{\textit{3 руб. 50 коп.}}{\textit{де}}.$$

Это значит, при ключе «правосудие», что с цены
3 руб. 50 коп. можно сделать скидку не более 80 коп.

Секрет своей меты торговцы строго берегут. Но если купить в одном и том же магазине несколько вещей, то, сопоставляя названную торговцем цену с соответствующими обозначениями, нетрудно догадаться о значении букв. Особенно легко разгадывать меты дешевых товаров, где запрашивают немного, так что первые цифры уплаченных сумм отвечают начальным буквам обозначения. Разгадав же несколько букв, легко доискаться значения остальных. При некоторой проницательности может быть разгадан «ключ» любой меты.

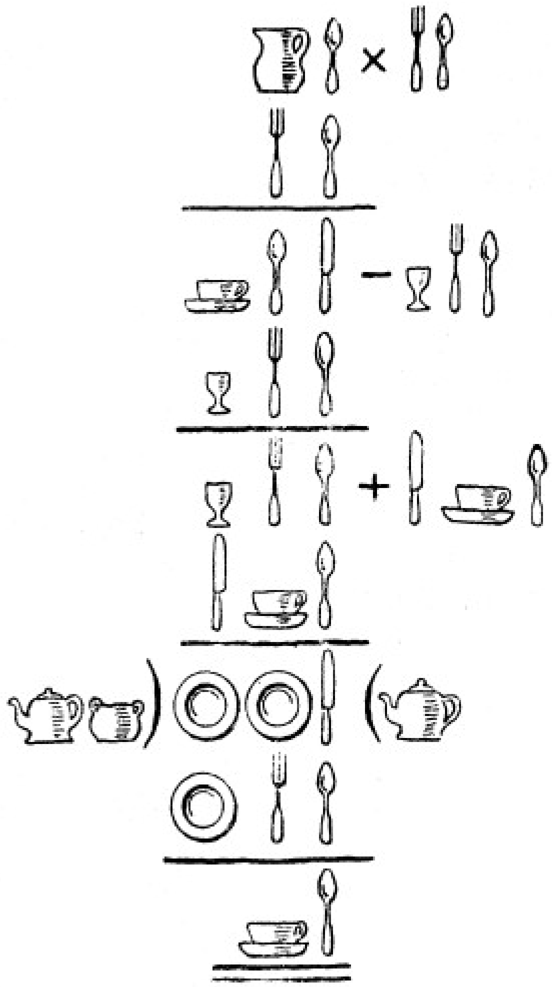
Допустим например, что вы купили в магазине несколько вещей и заплатили за первую 14, за вторую – 12, за третью – 17 рублей. В уголках этих предметов вы находите такие обозначения

пв, пр, пу.

Ясно, что буква *п* означает единицу и что, следовательно, искомое слово-ключ начинается на *п.* Отгадав, по другим товарам, еще одну букву, – например *и* = 9, вы уже догадаетесь, что ключ – *правосудие.* Число подходящих слов, надо заметить, ограничено, и выбор не бывает чересчур затруднительным.

Арифметика за завтраком

После сказанного легко сообразить, что изображать числа можно не только с помощью цифр, но и с помощью любых иных знаков или даже предметов – карандашей, перьев, линеек, резинок и т. п.: надо только условиться приписывать каждому предмету значение какой-нибудь определенной цифры.



Можно даже, ради курьеза, с помощью таких цифр-предметов изображать действия над числами – складывать, вычитать, умножать, делить. Вот, например, ряд действий над числами, обозначенными предметами сервировки стола (см. рис.). Вилка, ложка, нож, кувшинчик, чайник, тарелка – все это знаки, заменяющие цифры.

Попробуйте, глядя на эту группу ножей, вилок, посуды и т. п., угадать: какие именно числа здесь обозначены?

С первого взгляда такая задача кажется очень трудной: приходится разгадывать настоящие иероглифы, как сделал некогда француз Шамполион. Но ваша задача гораздо легче: вы ведь знаете, что числа здесь, хотя и обозначены вилками, ножами, ложками и т. п., написаны по десятичной системе счисления, т. е. вам известно, что тарелка, стоящая на втором месте (считая справа), есть цифра десятков, что предмет направо от нее есть цифра единиц, а по левую сторону – цифра сотен. Кроме того, вы знаете, что расположение всех этих предметов имеет определенный смысл, который вытекает из сущности арифметических действий, производимых над обозначенными ими числами. Все это может значительно облегчить вам решение предложенной задачи.

Вот как можно доискаться значения расставленных здесь предметов. Рассматривая первые три ряда на нашем рисунке, вы видите, что «ложка», умноженная на «ложку», дает «нож». А из следующих рядов видно, что «нож» без «ложки» дает «ложку», или что «ложка» + «ложка» = = «ножу». Какая же цифра дает одно и то же и при удвоении и при умножении само на себя? Это может быть только 2, потому что 2 × 2 = 2 + 2. Таким образом мы узнаем, что «ложка» = 2 и, следовательно, «нож» = 4.

Теперь идем дальше. Какая цифра обозначена вилкой? Попробуем разгадать это, присмотревшись к первым трем рядам, где вилка участвует в умножении, и к рядам III, IV и V, где та же вилка фигурирует в действии вычитания. Из группы вычитания вы видите, что отнимая, в разряде десятков, «вилку» от «ложки», получаем в результате «вилку», т. е. при вычитании два минус «вилка» получается «вилка». Это может быть в двух случаях: либо «вилка» = 1, и тогда 2–1 = 1; либо же «вилка» = 6, и тогда, вычитая 6 из 12 (единица высшего разряда занимается у «чашки»), получаем 6.

Что же выбрать: 1 или 6? Испытаем, годится ли 6 для вилки в других действиях. Обратите внимание на сложение V и VI рядов: «вилка» (т. е. 6) + «чашка» = = «тарелке»: значит, «чашка» должна быть меньше 4 (потому что в рядах VII и VIII «тарелка» минус «вилка» = «чашке»). Но «чашка» не может равняться двойке, так как двойка обозначена уже «ложкой»; не может «чашка» быть и единицей – иначе вычитание IV ряда из III не могло бы дать трехзначного числа в V ряду. Не может, наконец, чашка обозначать и 3 – вот почему: если чашка – 3, то бокальчик (см. ряды IV и V) должен обозначать единицу; потому что 1 + 1 = 2, т. е. «бокальчик» + «бокальчик» = «чашке», убавленной на единицу, которая была занята у него при вычитании в разряде десятков; «бокальчик» же равняться единице не может, потому что тогда тарелка в VII ряду будет обозначать в одном случае цифру 5 («бокальчик» + «нож»), а в другом цифру 6 («вилка» + «чашка»), чего быть не может. Значит, нельзя было допустить, что «вилка» = 6, а надо было принять ее равной единице.

Узнав путем таких – довольно, правда, долгих – поисков, что вилка обозначает цифру 1, мы дальше уже идем более уверенно и быстро. Из действия вычитания в III и IV рядах видим, что чашка обозначает либо 6, либо 8. Но 8 приходится отвергнуть, потому что тогда вышло бы, что «бокальчик» = 4, а мы знаем, что цифра 4 обозначена ножом. Итак, чашка обозначает цифру 6, а следовательно, бокальчик – цифру 3.

Какая же цифра обозначена кувшинчиком в I ряду? Это легко узнать, раз нам известно произведение (III ряд, 624) и один из множителей (II ряд, 12). Разделив 624 на 12, получим 52. Следовательно, «кувшинчик» = 5.

Значение тарелки определяется просто: в VII ряду «тарелка» = «вилке» + «чашка» = «бокальчику» + + «нож»; т. е. «тарелка» =1 + 6 = 3 + 4 = 7.

Остается разгадать цифровое значение чайника и сахарницы в VII ряду. Так как для цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 предметы уже найдены, то остается выбирать только между 8, 9 и 0. Подставим в действие деления, изображенное в последних трех рядах[5], соответствующие цифры вместо предметов. Получим такое расположение (буквами *ни с* обозначены «чайник» и «сахарница»):

[5] Расположение чисел здесь такое, какое принято в Англии и Америке: частное и делитель пишутся по обе стороны делимого.

$$\begin{array}{r}
ч с)\,774\,(ч \\
\underline{712} \\
62
\end{array}\ .$$

Число 712, мы видим, есть произведение двух неизвестных чисел *не* и *ч,* которые, конечно, не могут быть ни нулем, ни оканчиваться нулем: значит, ни *ч,* ни *с* не есть нуль. Остаются два предположения: *ч* = 8 и *с* = 9, или же наоборот *ч* = 9 и *с* = 8. Но перемножив 98 на 8, мы не получаем 712; следовательно, чайник обозначает 8, а сахарница 9 (действительно: 89 × 8 = 712).

Итак, мы разгадали иероглифическую надпись из предметов столовой сервировки:

кувшин = 5
ложка = 2
вилка =1
чашка = 6
бокальчик = 3
чайник = 8
сахарница = 9
тарелка = 7

А весь ряд арифметических действий, изображенный этой оригинальной сервировкой, приобретает такой смысл:

$$\begin{array}{r}
52\times 12 \\
12 \\
\hline
624-312 \\
312 \\
\hline
312-462 \\
462 \\
\hline
89)\,774\ (8 \\
712 \\
\hline
62
\end{array}$$

Арифметические ребусы

Арифметические ребусы – занимательная игра американских школьников, у нас пока еще совершенно неизвестная[6]. Она состоит в отгадывании задуманного слова посредством решения задачи вроде той, какую мы сейчас решили в статье «Арифметика за завтраком». Загадывающий задумывает слово, состоящее из 10 неповторяющихся букв – например, «трудолюбие», «специально», «просвещать». Приняв буквы задуманного слова за цифры, загадывающий изображает посредством этих букв какой-нибудь случай деления. Если задумано слово «просвещать», то можно взять такой пример деления:

п р о с в е щ а т ь
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

делимое — ***провес***...123564

делитель — ***овса*** ... 1548

```
123564 | 1548        провес | овса
10836  | 79          пьаое  | щь
 15204               пврье
 13932               потор
  1272               прщр
```

Можно взять и другие слова для делимого и делителя – например:

делимое — ***восстать,*** 53449890

делитель — ***свет,*** 4569

```
восстать | свет
свет     | ппе
щщет
свет
 оптот
 рщспс
  свьс
```

Буквенное изображение того или иного случая деления вручается отгадчику, который и должен по этому бессмысленному, казалось бы, набору букв угадать задуманное слово. Как в подобных случаях следует доискиваться числового значения букв, – читатель уже знает: мы объяснили это, когда решали задачу, предложенную в предыдущей статье. При некотором терпении всегда можно успешно разгадывать эти арифметические ребусы, если только пример достаточно длинен и дает необходимый материал для догадок и испытаний. Если же выбраны слова, дающие чересчур короткий случай деления, например:

т р у д о л ю б и е
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

делимое — *блюдо*, 86745

делитель — *труд*, 1234

```
блюдо | труд
блуб  | юе
 уло
```

[6] Английское название игры «div-a-let» – сокращение от «division by letter» – деление буквами.

– то разгадывание очень трудно. В подобных случаях надо просить загадывающего продолжить деление до сотых или тысячных долей, т. е. получить в частном еще 2 или 3 десятичных знака. Вот пример деления до сотых долей:

с п е ц и а л ь н о
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0
делимое — ***палец,*** 26734
делитель — ***пила,*** 2576

```
палец | пила
пила    со,ел
-----
 нлцо
 ллпь
 -----
  поспо
  сьосп
  -----
   понь
```

Если бы в этом случае мы остановились на целом частном *(со),* отгадка задуманного слова едва ли была бы возможна.

Для читателя, который пожелал бы испытать свои силы в разрешении подобных арифметических ребусов, привожу еще несколько примеров:

I

```
давние | дни
дояс     ипи
------
 ввеи
 оеад
 ----
  дове
  дояс
  ----
    вд
```

II

```
постная | репа
репа       кокн
-------
крккн
кктпо
-----
 пнеа
 репа
 -----
 ряаяя
 китар
 -----
  ркян
```

III

```
уравнить | ниву
уурер       рее
--------
 уьиаи
  ниву
  -----
  вллит
  внуре
  -----
  верль
  внуре
  -----
   ауир
```

По этим образцам читатель сможет самостоятельно подыскать множество других примеров.

Десятичная система в книжных шкафах

Особенность десятичной системы счисления остроумно используется даже в области, где с первого взгляда этого и ожидать не приходится, – именно, при распределении книг в библиотеке.

Обычно, желая указать библиотекарю номер нужной вам книги, вы просите дать вам каталог и предварительно справляетесь в нем, – потому что в каждом книгохранилище существует обыкновенно своя нумерация книг. Однако имеется и такая система распределения книг по номерам, при которой одна и та же книга должна иметь одинаковый номер во всякой библиотеке. Это так называемая десятичная система классификации книг.

Система эта – к сожалению, принятая пока еще далеко не всюду, – чрезвычайно удобна и весьма не сложна. Сущность ее состоит в том, что каждая отрасль знания обозначается определенным числом и притом так, что цифровой состав этого числа сам говорит о месте данного предмета в общей системе знаний.

Книги прежде всего разбиваются на десять обширных классов, обозначенных цифрами от 0 до 9.

0. Сочинения общего характера.
1. Философия.
2. Религия.
3. Общественные науки.
4. Филология.
5. Физико-математические и естественные науки.
6. Прикладные науки.
7. Изящные искусства.
8. Литература.
9. История и география.

В обозначении номера книги по этой системе первая цифра прямо указывает на ее принадлежность к определенному классу из перечисленных выше: каждая книга по философии имеет номер, начинающийся с 1, по математике – с 5, по технике – с 6. И наоборот, если номер книги начинается, например, с 4, то мы, не раскрывая книги, можем утверждать, что перед нами сочинение из области языкознания.

Далее, каждый из десяти перечисленных классов книг подразделяется на 10 главных отделов, тоже отмеченных цифрами; эти цифры ставят в обозначении номера на втором месте. Так, 5-й класс, включающий физико-математические и естественные книги, разделяется на следующие отделы:

50. Общие сочинения по физико-математическим и естественным наукам.
51. Математика.
52. Астрономия. Геодезия.
53. Физика. Механика.
54. Химия.
55. Геология. Палеонтология.
56. Общая география.
57. Биология. Антропология.
58. Ботаника.
59. Зоология.

Сходным образом разбиваются по отделам и остальные классы. Например, в классе прикладных наук (6) отдел медицины обозначается цифрой 1 после 6, т. е. числом 61; по сельскому хозяйству – 63, по домоводству – 64, торговле и путям сообщения – 65, промышленности и технологии – 66, и т. п. Точно так же в 9-м классе все книги по географии относятся к отделу № 91, и т. п.

Присоединение к двум первым цифрам третьей характеризует ее содержание еще ближе, указывая, к какому именно подотделу данного отдела она относится. Например, в отделе математики (51) присоединение, на третьем месте, цифры 1 указывает, что книга относится к арифметике; цифры 2 – к алгебре, и т. д. Поэтому все книги по арифметике имеют первые три цифры № 511, по алгебре – 512, геометрии – 513 и т. д. Точно так же и отдел физики (53) разбивается на 10 подотделов: книги по электричеству обозначаются № 537, по оптике – № 535 и т. д.

Затем следует дальнейшее дробление подотдела на разряды, обозначаемые четвертой цифрой номера, и т. д.

В библиотеке, устроенной по десятичной системе, нахождение нужной книги упрощается до крайности. Если, например, вы интересуетесь геометрией, вы прямо идете к шкафам, где номера начинаются с пяти, отыскиваете тот шкаф, где хранятся книги № 51… и пересматриваете в нем только те полки, где стоят книги № 513…; здесь собраны все книги по геометрии, имеющиеся в данной библиотеке. Точно так же, ища книги по кооперации, вы обратитесь к книгам № 331… не заглядывая в каталог и никого не затрудняя расспросами.

Как бы обширна ни была библиотека, никогда не может случиться недостатка в числах для нумерации книг. И наоборот, отсутствие книг по каким-либо отраслям не может препятствовать применению десятичной системы: некоторый ряд номеров останется лишь неиспользованным.

Наши любимые цифры

Вероятно, все замечали на себе и на окружающих, что среди цифр есть излюбленные, к которым мы питаем какое-то особенное пристрастие. Мы, например, очень любим «круглые числа», т. е. оканчивающиеся на 0 или 5. И это пристрастие к определенным, излюбленным числам, предпочтение их другим, заложено в человеческой натуре гораздо глубже, чем обыкновенно думают. В этом отношении сходятся вкусы не только всех европейцев и их предков, например, древних римлян, – но даже диких обитателей других частей света.

При всякой переписи населения обычно наблюдается чрезмерное обилие людей, возраст которых оканчивается на 5 или на 0; их гораздо больше, чем должно быть. Причина кроется, конечно, в том, что люди не помнят отчетливо, сколько им лет, а показывают возраст, невольно «округляя» годы. Подобное же преобладание «круглых» возрастов наблюдается и на могильных памятниках древних римлян.

Эта одинаковость числовых пристрастий идет еще дальше. Германский психолог, проф. К. Марбе, подсчитал, как часто встречается в обозначениях возраста на древнеримских могильных плитах та или иная цифра, и сравнил эти результаты с повторяемостью цифр в обозначениях возраста по данным переписи в американском штате Алабама, населенном преимущественно невежественными неграми. Получилось удивительное согласие: древние римляне и современные нам негры до малейших подробностей сходятся в числовых симпатиях и антипатиях! Конечные цифры возраста, по частоте их повторяемости, располагались в обоих случаях в одинаковой последовательности, а именно:

0, 5, 8, 2, 3, 7, 6, 4, 9 и 1.

Но и это еще не все. Чтобы выяснить числовые пристрастия современных европейцев, упомянутый ученый производил такого рода опыты: он предлагал множеству лиц определить «на глаз», сколько миллиметров заключает в себе полоска бумаги, например, в палец длиною, и записывал ответы. Подсчитав затем частоту повторения одних и тех же конечных цифр, ученый получил снова тот же самый ряд:

0, 5, 8, 2, 3, 7, 6, 4, 9 и 1.

Нельзя считать случайностью, что народы, столь отдаленные друг от друга и антропологически, и географически, – обнаруживают полную одинаковость числовых симпатий, т. е. явное пристрастие к «круглым» числам, оканчивающимся на 0 или 5, и заметную неприязнь к числам некруглым (т. е. к оканчивающимся на 1, 9, 4, 6).

Вы можете и сами убедиться в постоянстве этих пристрастий, если будете, в виде опыта, предлагать большому кругу лиц назвать любое число между 1 и 10, между 11 и 20, 21 и 30, 31 и 40, 41 и 50; окажется, что большинство ответов будет оканчиваться на 5, остальные же цифры будут попадаться тем реже, чем больше они разнятся от 5; другими словами, у вас получится такая же убывающая гамма числовых симпатий, какая приведена выше.

Заметная любовь всех людей к пятеркам и десяткам находится, без сомнения, в прямой связи с десятичным основанием нашей системы счисления, т. е. в конечном итоге – с числом пальцев на наших руках. Но все же остается неразгаданной та математическая правильность, с какой слабеет эта симпатия по мере удаления от 5 и 10.

Многие не подозревают, что пристрастие к округленным числам обходится нам довольно дорого. Товарные цены в розничной продаже всегда тяготеют к этим круглым числам: некруглое число, получающееся при исчислении продажной стоимости товара, дополняется до большего круглого числа. Округленность цены достигается здесь всегда за счет покупателя, а не продавца. Общая сумма, которую страна переплачивает торговцам за удовольствие приобретать товары по круглым ценам, накопляется весьма внушительная. Кто-то дал себе труд, задолго до последней войны, приблизительно подсчитать ее, и оказалось, что население России ежегодно переплачивало в форме разницы между круглыми и некруглыми ценами на товары не менее 30 миллионов рублей – разумеется, золотых.

Не слишком ли дорогая жертва за невинную слабость к округлениям?

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ КУРЬЕЗЫ

$$100 = \left\{ \begin{array}{c} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 \\ 12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 \\ 123 + 4 - 5 + 67 - 89 \\ 123 - 45 - 67 + 89 \end{array} \right\} = 100$$

Глава II Камни преткновения Пифагоровой таблицы

Трудные места таблицы умножения

Аще кто не твердит
таблицы и гордит,
Не может познати
числом что множати

И во всей науки
несвобод от муки,
Колико не учит
туне ся удручит

И в пользу не будет
аще ю забудет.

Такими чуждыми для современного слуха стихами воспевал пользу Пифагоровой таблицы составитель обширного старинного русского учебника математики[7] Леонтий Магницкий, – учебника, по которому учились в XVIII веке наши прадеды и через врата которого гениальный Ломоносов вступил юношей в храм своей учености.

Большинство из нас уже успело позабыть о том времени, когда мы приступали к изучению таблицы умножения и постепенно одолевали ее строку за строкой. Однако, некоторые, вероятно, помнят, что не все строки этой таблицы давались одинаково. Одни усваивались очень быстро, как-то сами собой, чуть не с первого раза, – например 5 × 5 = 25, 8 × 2 = 16. Другие давались гораздо труднее: сначала как будто запоминались, но скоро снова ускользали из памяти, так что приходилось возвращаться к ним много раз, прежде чем они прочно запечатлевались. Припомните, скоро ли удалось вам затвердить, что 7 × 8 = 56? По крайней мере, для многих это было одно из труднейших мест таблицы.

Между тем для овладения арифметикой необходимо безошибочное знание всей таблицы: современный способ умножения и деления многозначных чисел основывается на твердом усвоении готовых результатов умножения однозначных чисел, т. е. на знании наизусть Пифагоровой таблицы. Справедливо, писал Магницкий, что не знающий ее «во всей науки несвобод от муки». И в наши дни, как во времена Магницкого, миллионы юных школьников под всеми широтами и долготами земного шара терпеливо заняты ее затверживанием.

Стремясь облегчить этот труд, специалисты по педагогической психологии в последнее время обратили внимание на затруднительные места таблицы умножения и подвергли их обстоятельному исследованию. Результаты получились любопытные. Оказалось, что глав-

[7] «Арифметика, сиречь наука числительная, повелением царя Петра Алексеевича в великом граде Москве типографским тиснением ради обучения мудролюбивых российских отроков и всякого чина и возраста людей на свет произведена в лето от рождества Бога слова 1703».

ными камнями преткновения в таблице являются для всех одни и те же строки, а именно приведенные здесь пять:

$8 \times 7 = 56$
$9 \times 7 = 63$
$9 \times 8 = 72$
$7 \times 6 = 42$
$9 \times 6 = 54$

Из многих сотен опрошенных взрослых и детей большинство указало именно на эти пять случаев умножения как на наиболее трудные во всей таблице. Особенно единодушно указывали на строку $8 \times 7 = 56$.

Далее строки Пифагоровой таблицы располагались по степени трудности в таком порядке:
8×6
8×8
7×6
8×4
7×4
7×5
7×3
5×4
8×5
6×4

Затем исследователи «камней преткновения» Пифагоровой таблицы сделали такой же тщательный опрос о том, какие из 10-ти столбцов в таблице умножения являются труднейшими для усвоения. И тут ответы получились однообразные. А именно, всего труднее оказались случаи умножения на 7, затем на 8. Третье место занимает умножение на 9, четвертое – умножение на 6. Напротив, легкими строками единодушно считаются, – как и следовало ожидать – прежде всего случаи умножения на 2; затем – на 3, на 5 и на 4.

Результаты этих психологических изысканий, произведенных среди германских школьников и учителей[8], по всей вероятности, совпадают с выводами личного опыта большинства читателей. Все, без сомнения, согласятся, что именно случаи умножения на 7, 8 и 9 были и остаются наиболее трудными для усвоения и что труднейшие из всех – строки: $8 \times 7{,}9 \times 7$, $9 \times 8{,}7 \times 6$ и 9×6; спор может идти разве лишь о порядке этих случаев по степени их трудности. Да и будучи взрослыми, победоносно преодолев все арифметические затруднения, мы порою запинаемся именно на этих случаях умножения, когда нам приходится вычислять наспех или с усталой головой; не доверяя памяти, мы стараемся проверить результат окольным путем или спрашиваем подтверждения у других: «Семью восемь – пятьдесят шесть?»

Очевидно, затруднения эти не случайны, раз они повторяются с таким постоянством. Чем же они объясняются?

Причин несколько, и все они коренятся в тех бессознательных приемах, которыми мы обычно пользуемся при запоминании чисел. В тех случаях умножения, которые мы считаем «легкими», нам оказывает поддержку какой-нибудь вспомогательный прием (хотя обычно мы об этом и не подозреваем). Например, умножение на 2 мы бессознательно заменяем более знакомым нам действием сложения: $4 \times 2 = 4 + 4$. Часто запоминанию помогает созвучие:

[8] Максом Дюрингом («Zeitschr. f. päd. Psychol.», 1912).

«пятью пять – двадцать пять», «шестью шесть – тридцать шесть», «шестью восемь – сорок восемь». Рифмованные строки всегда легче запоминаются, особенно в молодом возрасте; недаром в старинных грамматиках, для облегчения запоминания, составлялись стихотворные бессмыслицы даже из предлогов и наречий.

Все обстоятельства, облегчающие запоминание чисел Пифагоровой таблицы, было бы долго перечислять, тем более, что они еще не установлены бесспорно. Почему строка 9x9 = 81 затверживается легче, чем 7 × 8 или 8 × 9? Вероятно, здесь помогает характерный узор числа 81: кривая восьмерка и рядом – прямая единица. Немалую роль играют и такие признаки, как цифра 5 в конце всех чисел, полученных от умножения на это число. Иные случаи легко запоминаются благодаря их частому применению в жизни (4 × 7 – четыре недели).

Особенная трудность тех пяти случаев умножения, которые при опросе сосредоточили на себе всего больше голосов, заключается именно в том, что к ним не применимо ни одно из перечисленных условий, облегчающих запоминание. Строки

$$8 \times 7 = 56,\ 9 \times 7 = 63,\ 9 \times 8 = 72,\ 7 \times 6 = 42,\ 9 \times 6 = 54$$

трудны и потому, что реже других встречаются в житейском обиходе, и потому, что не звучат созвучно, и потому, что не дают опоры глазу каким-либо характерным признаком. То, что строки эти состоят из четырех различных, но близких цифр (8, 7, 6, 5), также затрудняет запоминание. Наконец, такие сходные результаты, как 56 и 54, легко смешиваются и требуют для отчетливого различения особого напряжения. В подобных неуловимых особенностях некоторых строк таблицы умножения и коренится причина, превращающая их в неизменные камни преткновения для всякого, затверживающего эту таблицу.

Умножение с помощью пальцев

Чтобы облегчить усвоение таблицы умножения, можно прибегнуть к пальцам наших рук: пользуясь ими как своего рода счетной машиной, мы можем автоматически получать произведения, начиная от 6 × 6 и кончая 15 × 15. Знать наизусть нужно здесь лишь табличку умножения до 5 × 5 и, конечно, еще самый прием умножения на пальцах.

Вот в чем состоит этот старинный способ, которым и теперь еще часто пользуются простолюдины в Сибири, на Украине, в глухих углах Лифляндии и с которым не мешало бы знакомить всех школьников при прохождении умножения. Пусть требуется умножить 7 × 9. Загибаем на одной руке столько пальцев, на сколько 7 больше 5, а на другой – столько, на сколько 9 больше 5, – короче, загибаем избыток множителей над 5. Итак:

	загнуто	незагнуто
на одной руке	2	3
	+	×
на другой руке	4	1

Теперь сложите число загнутых пальцев *(2 + 4 =* 6), к результату припишите нуль и прибавьте произведение незагнутых (3 × 1 = 3). Получаем 63.

Еще пример – 6 × 8:

	загнуто	незагнуто
на одной руке	1	4
	+	×
на другой руке	3	2
в результате	**4**	**8**

Способ, как видите, при своей простоте едва ли может затруднить даже самого юного математика; зная твердо первую часть Пифагоровой таблицы, свободную от «камней преткновения», можно этим приемом уже без особых усилий овладеть остальною, более трудною частью ее.

Цыфиркин из «Недоросля», обучавший Митрофанушку счетной премудрости, был, без сомнения, знаком с способом умножения на пальцах, и надо думать, старался с его помощью облегчить своему неспособному воспитаннику проникновение в тайны Пифагоровой таблицы. Сам же Цыфиркин мог узнать об этом умножении из «Арифметики» Магницкого, где оно описано в следующих выражениях:

«Ин способ к твержению таблицы, по перстом ручным сице.

«Аще хощеши ведати колико будет 7 × 7 и ты причти к перстом левыя руки от правыя 2, и станет 7; такожде и к перстом правыя руки от левыя, чтобы стало 7-же: и сложи причтенные оные персты обоих рук по 2, и будут значити 40: достальные же обоих рук, сиречь от правыя

3 и от левыя 3: умножи их между собою и будет 9, их же приложи к 40 и будет 7 × 7 = 49. Тако и о прочих».

На чем же основан этот любопытный счетный прием? Мы поймем это, если изобразим его в общем виде. Маленькая экскурсия в область «общей арифметики», т. е. алгебры, убедит нас прежде всего, что этот способ должен давать правильные результаты во всех случаях от 6 × 6 до 10 × 10. Каждое число, большее пяти, мы можем представить в таком виде:

5 + *a,* 5 + *b* или 5 + *c* и т. п.

Во всех этих выражениях буквами *a, Ь, c* обозначены избытки числа над 5. Если мы имеем дело только с числами не свыше 10, то *a, Ь, c* меньше 5. Произведение двух чисел больших пяти, в таком обозначении, изобразится следующим образом:

(5 + *a)* × (5 + b*)*

или, – так как в алгебре знака умножения в подобных случаях не пишут, —

(5 + *a)* (5 + b*).*

А что мы делаем, когда умножаем с помощью пальцев? Загибаем на одной руке *a* пальцев, на другой – *Ь,* оставляя незагнутыми остальные пальцы, т. е. на одной руке (5 – *a),* на другой (5 – *Ь)* пальцев. Затем складываем *a* + *b* и получаем цифру десятков, т. е. число

10 *(a* + *Ь).*

К нему прибавляем произведение чисел на загнутых пальцах, т. е.

(5 – *a) (5-Ь).*

И следовательно, в результате получаем:

10 *(a* + *b)* + (5 – *a) (5-Ь).*

Если выполним умножения, обозначенные скобками, мы будем иметь:

$10a + 10b + 25 - 5a - 5b + ab.$

Но так как $10a - 5a = 5a$, а $10b - 5b = 5b$, то строка упрощается и получает вид:

$25 + 5a + 5b + ab,$

т. е. то же самое, что получилось бы от непосредственного умножения данных нам множителей (5 + *a)* и (5 + *Ь):*

(5 + *a)(5* + *Ь)* = 25 + 5a + *5b* + *ab.*

Короче, все действия на пальцах можно представить в общем виде так:

	загнуто	незагнуто
на одной руке	a	$5 - a$
на другой руке	b	$5 - b$
в результате . . . . 10 (a +b) + (5 – a) (5 – b).		

А это выражение, мы уже знаем, равно (5 + *a)* (5 + *Ь).*

Мы сказали в самом начале статьи, что умножение на пальцах можно выполнять до 15 × 15. Как же

это делается? Несколько иначе, чем умножение до 10 × 10. Пусть требуется умножить 12 × 14. Загибаем на руках избыток множителей над 10 (а не над 5, как раньше), т. е. на одной руке 2 пальца, на другой – 4. Складываем 2 + 4, приписываем нуль, прибавляем произведение тех же чисел 2 и 4 (а не чисел незагнутых пальцев) и, кроме того, во всех случаях прибавляем 100. Имеем:

$$12 \times 14 = 100 + (2 + 4)\,10 + 2 \times 4 = 168.$$

Еще пример —11 × 13:

	загнуто
на одной руке	1
на другой руке	3
в результате	**100 + 40 + 3 = 143.**

На чем основан этот прием? Обратимся снова к алгебре. Все случаи подобного умножения можно в общем виде изобразить так:

$$(10 + a) \times (10 + b),$$

где a и b – числа, меньшие 5, – означают, сколько загнуто пальцев. Выполнив умножение по общим правилам, получим:

$$(10 + a)\,(10 + b) = 100 + 10\,(a + b) + ab.$$

Из этой строки ясна правильность способа: сто + + сумма загнутых пальцев с приписанным нулем + произведение загнутых пальцев.

Любопытно, что произведение 10 × 10 можно получить на пальцах по обоим способам. Действительно, по первому имеем:

	загнуто	незагнуто
на одной руке	5	0
на другой руке	5	0
в результате	**(5 + 5) 10 + 0 + 0 = 100.**	

По второму способу:

	загнуто
на одной руке	0
на другой руке	0
в результате.	**100 + 10 (0 + 0) + 0 × 0 = 100.**

Существует также прием умножения на пальцах чисел от 15 × 15 до 20 × 20, – но способ этот слишком уж сложен. Всякая счетная машина хороша, когда обращение с нею просто; наша природная десятипальцевая машина не составляет исключения из этого правила.

Механическое умножение на 9

Опишем еще – как интересный курьез – простой прием умножения однозначных чисел на 9. Пусть нужно умножить 7 × 9. Положите перед собою на стол рядом обе руки и загните 7-й палец, считая слева. Тогда перед вами налево 6 пальцев, направо – 3: искомое произведение 63.

При умножении 5 × 9 загибаем 5-й палец: имеем налево 4, направо – 5 пальцев; произведение 45.

Предоставляем читателю самому сообразить, на чем этот способ основан.

Глава III Потомок древнего абака

Чеховская задача

Всем, вероятно, памятна в своем роде знаменитая арифметическая задача, которая так смутила семиклассника Зиберова из чеховского рассказа «Репетитор».

Купец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 руб. Спрашивается, сколько аршин купил он того и другого, если синее стоило 5 руб. за аршин, а черное 3 руб.?

С тонким юмором описывает Чехов, как беспомощно трудились над этой задачей и семиклассник-репетитор, и его ученик, двенадцатилетний Петя, пока не выручил их Петин отец, Удодов:

Петя повторяет задачу и тотчас же, ни слова не говоря, начинает делить 540 на 138.

– Для чего же вы делите? Постойте! Впрочем, так… продолжайте. Остаток получается? Здесь не может быть остатка. Дайте-ка я разделю!

Зиберов [репетитор] делит, получает 3 с остатком и быстро стирает.

– Странно… – думает он, ероша волосы и краснея. – Как же она решается. Гм!.. Это задача на неопределенные уравнения, а вовсе не арифметическая.

Учитель глядит в ответы и видит 75 и 63.

– Гм!., странно… Сложить 5 и 3, а потом делить 540 на 8? Так, что ли? Нет, не то!

– Решайте же! – говорит он Пете.

– Ну, чего думаешь? Задача-то ведь пустяковая, – говорит Удодов Пете. – Экий ты дурак, братец! Решите уж вы ему, Егор Алексеич.

Егор Алексеич [репетитор] берет в руки грифель и начинает решать. Он заикается, краснеет, бледнеет.

– Эта задача, собственно говоря, алгебраическая, – говорит он. – Ее с иксом и игреком решить можно. Впрочем, можно и так решить. Я вот разделил… Понимаете? Или, вот что. Решите мне эту задачу к завтраму… Подумайте…

Петя ехидно улыбается. Удодов тоже улыбается. Оба они понимают замешательство учителя. Ученик VII класса еще пуще конфузится, встает и начинает ходить из угла в угол.

– И без алгебры решить можно, – говорит Удодов, протягивая руку к счетам и вздыхая. – Вот, извольте видеть…

Он щелкает на счетах, и у него получается 75 и 63, что и нужно было.

– Вот-с… по-нашему, по-неученому.

Эта сценка с задачей, заставляющая нас смеяться над конфузом несчастного репетитора, задает нам, в свою очередь, три новые задачи. А именно:

1. Как предполагал репетитор решить задачу алгебраически?

2. Как должен был ее решить Петя?

3. Как решил ее отец Пети на счетах «по-неучено-му»? На первые два вопроса, вероятно, без труда ответят если не все, то, во всяком случае, – многие читатели нашей книжки. Третий вопрос не так прост. Но рассмотрим три наши задачи по порядку.

1. Семиклассник-репетитор готов был решать задачу «с иксом и игреком», будучи уверен, что задача – «собственно говоря, алгебраическая». И он, надо думать, легко справился бы с ней, прибегнув к помощи системы уравнений, – только не неопределенных, как

ему показалось. Составить два уравнения с двумя неизвестными для данной задачи очень нетрудно; вот они:

$$x + y=38,\ 5x + 3y = 540,$$

где × и *y* — числа аршин синего и черного сукна.

2. Однако задача довольно легко решается и арифметически. Если бы вам пришлось решать ее, она, конечно, не затруднила бы вас. Вы начали бы с предположения, что все купленное сукно было синее, – тогда за всю партию в 138 аршин синего сукна пришлось бы уплатить 5 × 138 = 690 рублей; это на 690–540= 150 рублей больше того, что было заплачено в действительности. Разница в 150 рублей указывает, что в партии имелось и более дешевое черное сукно по 3 рубля аршин. Дешевого сукна было столько, что из двухрублевой разницы на 1 аршине составилось 150 рублей: очевидно, число аршин черного сукна определится, если разделить 150 на 2. Получаем ответ – 75; вычтя эти 75 аршин из общего числа 188 аршин, узнаем, сколько было синего сукна: 138 – 75 = 63. Так и должен был решать задачу Петя.

3. На очереди у нас третий вопрос: как решил задачу Удодов-старший?

В рассказе говорится об этом очень кратко: «Он щелкает на счетах, и у него получается 75 и 63, что и нужно было».

В чем же, однако, состояло это «щелканье на счетах»? Другими словами, каков способ решения задачи с помощью счетов?

Разгадка такова: злополучная задача решается на счетах тем же приемом, что и на бумаге, – тем же рядом арифметических действий. Но только выполнение их значительно упрощается благодаря преимуществам, которые наши русские счеты предоставляют всякому, умеющему с ними обращаться. Очевидно, отставной губернский секретарь Удодов хорошо умел считать на счетах, потому что их косточки быстро, без помощи алгебры, открыли ему то, чего репетитор-семиклассник добивался узнать «с иксом и игреком». Вот какие действия должен был проделать на счетах Петин отец.

Прежде всего ему нужно было, как мы знаем, умножить 138 на 5. Для этого он, по правилам действий на счетах, умножил сначала 138 на 10, – т. е. просто перенес 138 одной проволокой выше, – а затем разделил это число пополам, опять-таки на счетах же. Деление начинают снизу: откидывают половину косточек, отложенных на каждой проволоке; если число косточек на данной проволоке нечетное, то выходят из затруднения, «раздробляя» одну косточку этой проволоки на 10 нижних. В нашем, например, случае делят 1380 пополам так: на нижней проволоке, где отложено 8 косточек, откидывают 4 косточки (4 десятка), на средней проволоке из 3 косточек откидывают 1, а оставшуюся 1 косточку заменяют мысленно десятью нижними и делят пополам, добавляя 5 десятков к косточкам нижней; на верхней проволоке раздробляют одну косточку, прибавляя 5 сотен к косточкам средней проволоки. В результате на верхней проволоке совсем не остается косточек; на средней 1+5 = 6 сотен; на нижней 4 + 5 = 9 десятков. Итого, 690 единиц. Выполняется все это, конечно, автоматически.

Далее Удодову-старшему нужно было из 690 вычесть 540. Как проделывается это на счетах – всем известно.

Наконец, полученную разность, 150, оставалось разделить пополам: Удодов откинул из 5 косточек (десятков) 2, отдав 5 единиц нижнему ряду косточек; потом из 1 косточки на проволоке сотен отдал 5 десятков нижнему ряду: получилось 7 десятков и 5 единиц, т. е. 75.

Все эти простые действия выполняются на счетах гораздо скорее, чем тут описано.

Русские счеты

Есть много полезных вещей, которых мы не умеем ценить только потому, что они, постоянно находясь у нас под руками, превратились в самый обыкновенный предмет нашего домашнего обихода. К числу таких недостаточно ценимых вещей принадлежат, бесспорно, и наши конторские счеты – русская народная счетная машина, представляющая собою лишь видоизменение знаменитого «абака», или «счетной доски» наших отдаленных предков. Все древние народы – египтяне, греки, римляне – употребляли при вычислениях счетный прибор «абак», очень походивший на наши десятикосточковые счеты[9]. В средние века вплоть до XVI века подобные приспособления были широко распространены в Европе. Но в наши дни видоизмененный абак – счеты – сохранился, кажется, только в России да в Китае (семикосточковые счеты, «суан-пан»). Запад не знает десятикосточковых счетов, – вы не найдете их ни в одном магазине Европы; быть может, потому-то мы и не ценим этого счетного прибора так высоко, как он заслуживает, смотрим на него как на какую-то наивную кустарную самодельщину в области счетных приборов.

Между тем мы вправе были бы гордиться нашими десятикосточковыми счетами, так как при изумительной простоте своего устройства они, по достигаемым на них результатам, могут соперничать в некоторых отношениях даже со сложными, дорогостоящими счетными машинами западных стран. В умелых руках этот нехитрый прибор делает порою настоящие чудеса. Иностранцы, впервые знакомящиеся с нашими сметами, охотно признают это и ценят их несравненно выше, нежели мы сами. Специалист, заведовавший одной из крупных русских фирм по продаже счетных машин, рассказывал мне, что ему не раз приходилось изумлять русскими счетами иностранцев, привозивших ему в контору образцы сложных счетных машин. Он устраивал состязание между двумя счетчиками, из которых один работал на дорогой заграничной «аддиционной» машине (т. е. машине для сложения), другой же пользовался обыкновенными счетами. И нередко случалось, что последний – правда, большой мастер своего дела, – брал верх над обладателем заморской машины в быстроте и точности вычислений. Бывало и так, что иностранец, пораженный быстротой работы на счетах, сразу же сдавался и складывал свою сложную машину обратно в чемодан, не надеясь продать в России ни одного экземпляра.

– К чему вам дорогие счетные машины, если вы так искусно считаете при помощи ваших дешевых счетов! – говорили нередко представители иностранных фирм.

А ведь заграничные машины в сотни раз дороже наших конторских счетов!

Правда, на русских счетах нельзя производить всех тех действий, которые выполняются машинами. Но во многом, например, в сложении и вычитании, счеты смело могут соперничать со сложными механизмами. Впрочем, умножение и деление в искусных руках также значительно ускоряются на счетах, – если знать специальные приемы выполнения этих действий.

Познакомимся же с некоторыми из этих приемов.

---

[9] Это была доска (стол), разграфленная на полосы, по которым передвигали особые шашки, игравшие роль косточек наших счетов. Такой вид имел греческий абак. Абак римский имел форму медной доски с желобами (прорезами), в которых передвигались кнопки. Родственен абаку перуанский «квипос» – ряд ремней или бечевок с завязанными на них узлами; этот счетный прибор получил особенное распространение среди первоначальных обитателей Ю. Америки, но, без сомнения, был в употреблении также и в Европе (см. далее, стр. 43).

Умножение на счетах

Вот несколько приемов, пользуясь которыми, всякий, умеющий быстро складывать на счетах, сможет проворно выполнять встречающиеся на практике примеры умножения.

Умножение на 2 и на 3 заменяется простым сложением.

При умножении на 4 умножают сначала на 2 и складывают этот результат с самим собою.

Умножение числа на 5 выполняется на счетах так: переносят все число одной проволокой выше, – т. е. умножают его на 10, а затем делят это 10-кратное число пополам (как делить на 2 с помощью счетов – мы уже объяснили выше, на стр. 37).

Вместо умножения на 6 умножают на 5 и прибавляют умножаемое.

Вместо умножения на 7 множат на 10 и отнимают умножаемое три раза.

Умножение на 8 заменяют умножением на 10 без двух.

Точно так же множат на 9: заменяют умножением на 10 без 1.

При умножении на 10 – переносят, как мы уже сказали, все число одной проволокой выше.

Читатель теперь, вероятно, уже и сам сообразит, как надо поступать при умножении на числа больше 10 и какого рода замены тут окажутся наиболее удобными. Множитель 11 надо, конечно, заменить 10+1; множитель 12 заменяют 10 + 2, или практически 2 + 10, т. е. сначала откладывают удвоенное число, а затем прибавляют удесятеренное. Множитель 13 заменяется 10 + 3 и т. д.

Вот несколько особых случаев для множителей первой сотни:

20 = 10 × 2
22 = 11 × 2
25 = (100: 2): 2
26 = 25 + 1
27 = 30 – 3
32 = 22 + 10
42 = 22 + 20
43 = 33 + 10
45 = 50 – 5
63 = 33 + 30 и т. д.

Легко видеть, между прочим, что с помощью счетов очень удобно умножать на такие числа, как на 22, 33, 44, 55 и т. п., а потому следует стремиться при разбивке множителей пользоваться подобными числами с одинаковыми цифрами.

К сходным приемам прибегают и при умножении на числа, большие 100. Если искусственные приемы утомительны, мы всегда можем умножить с помощью счетов по общему правилу, умножая каждую цифру множителя и записывая частные произведения – это все же дает некоторое сокращение времени.

Деление на счетах

Выполнять деление с помощью конторских счетов гораздо труднее, чем умножать; для этого нужно запомнить целый ряд особых приемов, подчас довольно сложных. Интересующимся ими придется обратиться к специальным руководствам. Здесь же укажу лишь, для примера, удобные приемы деления с помощью счетов на числа первого десятка (кроме числа 7, способ деления на которое чересчур сложен).

Как делить на 2, мы уже знаем – способ этот очень прост.

Гораздо сложнее прием деления на 3: он состоит в замене деления умножением на бесконечную периодическую дробь 3,3333… (известно, что 0,333… = 1/3). Умножать с помощью счетов на 3 мы умеем; уменьшать в 10 раз – тоже несложно: надо лишь переносить делимое одной проволокой ниже. После не долгого упражнения этот прием деления на 3, на первый взгляд такой сложный, оказывается на практике довольно удобным.

Деление на 4, конечно, заменяется двукратным делением на 2.

Еще проще деление на 5: его заменяют делением на 10 и удвоением результата.

На 6 делят с помощью счетов в два приема: сначала делят на 2, потом полученное делят на 3.

Деление на 7, как мы уже сказали, выполняется помощью счетов чересчур сложно, и потому мы излагать его не будем.

На 8 делят в три приема: сначала делят на 2, потом полученное вновь на 2, и затем еще раз на 2.

Очень интересен прием деления на 9. Он основан на том, что 1/9 = 0,1111… Отсюда ясно, что, вместо деления на 9, можно последовательно складывать 0,1 делимого + 0,1 его + 0,001 его и т. д.[10].

Всего проще, как видно, делить на 2,10 и 5 – и, конечно, на такие кратные им числа, как 4, 8, 16, 20, 25, 40, 50, 75, 80,100. Эти случаи деления не представляют трудности и для малоопытного счетчика.

[10] Этот прием полезен и для устного деления на 9.

Отголоски старины

С отдаленными предками наших русских счетов связаны некоторые пережитки старины в языке и обычаях. Мало кто подозревает, например, что, завязывая «для памяти» узелок на носовом платке, мы повторяем то, что некогда с большим смыслом делали наши предки, «записывая» таким образом итог счета на шнурках. Веревка с узлами представляла собой счетный прибор, в принципе аналогичный нашим счетам и, без сомнения, связанный с ними общностью происхождения: это – «веревочный абак».

С абаком же связаны и такие распространенные теперь слова, как «банк» и «чек». «Банк» по-немецки означает скамья. Что же общего между финансовым учреждением, «банком» в современном смысле слова, и скамьей? Оказывается, что здесь далеко не простое совпадение. Абак в форме скамьи был широко распространен в деловых кругах Германии в XV–XVI веках; каждая меняльная лавка или банкирская контора характеризовалась присутствием «счетной скамьи» – и естественно, что скамья стала синонимом банка.

Более косвенное отношение к абаку имеет слово «чек». Оно английского происхождения и производится от глагола «чекер» (chequer, или checker) – графить; «чекеред» (графленый) называли разграфленную в форме абака кожаную салфетку, которую в XVI–XVII веках английские коммерсанты носили с собою в свернутом виде и, в случае надобности произвести подсчет, развертывали на столе. Бланки для расчетов графились по образцу этих свертывающихся абаков, и неудивительно, что на них перенесено было, в сокращенном виде, и название этих счетных приборов: от слова «чекеред» произошло слово «чек».

Любопытно, откуда произошло выражение «остаться на бобах», которое мы применяем теперь к человеку, проигравшему все свои деньги. Оно очень древнего происхождения и относится к тому времени, когда все денежные расчеты – в том числе и расчеты между игроками – производились на абаке, на счетном столе или скамье, с помощью бобов, игравших роль косточек наших счетов[11]. Человек проигравший свои деньги, оставался с одними бобами, выражавшими сумму его проигрыша – отсюда и соответствующий оборот речи, надолго переживший породившие его обстоятельства.

Решение числовых ребусов, предложенных на стр. 17:

I — *«совпадение»*; II — *«крепостная»*;
III — *«уравнитель»*.

[11] Один считает на камешках, другой – на бобах, читаем у Кампанеллы в «Государстве Солнца» (1602).

Глава IV Немного истории

«Трудное дело – деление»

Привычным движением зажигая спичку, мы иной раз еще задумываемся о том, каких трудов стоило добывание огня нашим предкам, не очень даже отдаленным. Но мало кто подозревает, что и употребительные ныне способы выполнения четырех арифметических действий тоже не всегда были так просты и удобны, так прямо и быстро приводили к искомому результату. Предки наши пользовались приемами, гораздо более громоздкими и медленными. И если бы школьник XX века мог перенестись за четыре, даже всего за три века назад, он поразил бы наших предков быстротой и безошибочностью своих арифметических выкладок. Молва о нем облетела бы окрестные школы и монастыри, затмив славу искуснейших счетчиков той эпохи. Со всех концов Европы приезжали бы учиться у нового великого мастера счетного дела… Особенно сложны и трудны были для наших предков действия умножения и деления – последнее всего больше. Тогда не существовало еще, как теперь, одного выработанного практикой приема для каждого действия. Напротив, одновременно были в ходу целые дюжины различных способов умножения и деления – приемы один другого запутаннее, твердо запомнить которые не в силах был человек средних способностей. Каждый учитель счетного дела держался своего излюбленного приема, каждый «магистр деления» (были такие специалисты) старался изобрести собственный способ выполнения этого действия. И все эти приемы умножения – «шахматами или органчиком», «загибанием», «по частям или в разрыв», «крестиком», «решеткой», «задом наперед», «ромбом», «треугольником», «кубком или чашей», «алмазом» и прочие[12], а также все способы деления, носившие не менее затейливые наименования, соперничали друг с другом в громоздкости и сложности. Усваивались они с большим трудом и лишь после продолжительной практики. Признавалось даже, что для овладения искусством быстрого и безошибочного умножения и деления многозначных чисел нужно особое природное дарование, исключительные способности; рядовым людям премудрость эта недоступна. «Трудное дело – деление» – гласила старинная латинская пословица, и вполне обоснованно, если принять во внимание кропотливые, утомительные методы, какими выполнялось некогда это действие. Нужды нет, что способы эти носили подчас довольно игривые названия: под веселым названием скрывался обычно длиннейший и утомительнейший ряд запутанных манипуляций. В XVI веке кратчайшим и удобнейшим способом деления считался прием деления «лодкой или галерой». Знаменитый итальянский математик того времени Николай Тарталья в своем обширном учебнике арифметики писал о нем следующее:

[12] Перечисленные приемы умножения описаны в старинной «Арифметике» Тарталья. Наш современный способ умножения имеется там под названием «шахматного».

Конец ознакомительного фрагмента.