



С. Г. Смирнов

**ЗАДАЧНИК
ПО ИСТОРИИ НАУКИ
От Фалеса до Ньютона**

УДК 94.001

ББК 72.3

С50

Смирнов С. Г.

Задачник по истории науки. От Фалеса до Ньютона.

Электронное издание.

М.: МЦНМО, 2018.

359 с.

ISBN 978-5-4439-3170-8

В книгу включено около 600 задач по истории науки от античности до XVII в., список основных событий истории науки и культуры этого периода, а также краткие обзоры развития науки в разные века у разных народов.

Все задачи снабжены краткими схемами возможных решений.

Книга адресована учителям, студентам, школьникам.

Подготовлено на основе книги:

Смирнов С. Г. Задачник по истории науки. От Фалеса до Ньютона. —

М.: МЦНМО, 2017. — 360 с. — ISBN 978-5-4439-1170-0

12+

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11,
тел. (499)241-08-04.
<http://www.mccme.ru>

ISBN 978-5-4439-3170-8

© Смирнов С. Г., 2018.

© МЦНМО, 2018.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ. Для чего важна история науки?	5
ЗАДАЧИ и тексты с ошибками	9
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ и комментарии к текстам с ошибками	153

ЗАДАЧИ РЕШЕНИЯ

1. Рождение греческой науки (Фалес и Анаксимандр)	9	153
2. Диалог арифметики, геометрии и астрономии (от Пифагора до Анаксагора)	16	159
3. Эпоха великих сомнений (от Гераклита до Сократа)	24	166
4. Расцвет греческой науки (от Платона до Евклида)	31	172
5. Александрийская эпоха (от Аристарха до Гиппарха)	41	181
6. Греческая наука после Евклида (Архимед, Эратосфен, Диофант)	48	188
<i>Пифагор</i>	57	195
<i>Архимед</i>	59	197
<i>Плутарх</i>	61	200
7. Наука в античных империях (Македония, Рим, Китай)	63	202
8. Наука в Темные века	72	211
9. Наука в средневековых державах	79	217
10. Западная Европа в эпоху ученичества (от Герберта до Фибоначчи)	87	225
11. Расцвет средневековой науки (от Гросетеста до Орэма)	94	232
<i>Роджер Бэкон</i>	102	239
12. На пороге Нового времени (XVI в.: от Магеллана до Тихо Браге)	104	241

	ЗАДАЧИ	РЕШЕНИЯ
13. Математика и математическая физика в XVII в. . .	120	255
<i>Пьер Ферма</i>	127	268
<i>Исаак Ньютон</i>	129	270
14. Экспериментальное естествознание в XVII в. (от Галилея до Левенгука)	131	273
15. На стыке философии с наукой (от Ферма до Лейбница)	139	284
ОСНОВНЫЕ СОБЫТИЯ истории науки и культуры		294

ЗАДАЧИ И ТЕКСТЫ С ОШИБКАМИ

1. Рождение греческой науки (Фалес и Анаксимандр)

Принято считать, что настоящая наука возникла в Элладе в VI в. до н. э. — в эпоху Фалеса и Пифагора. Не правда ли, странно: ведь за двадцать веков до Фалеса в Египте были построены великие пирамиды! Ясно, что эта работа требовала точных измерений и сложных расчетов; поэтому геометрия и арифметика процветали в Египте задолго до появления греческой науки. Чем же отличалась греческая ученость от мудрости древних египтян или вавилонян?

Сохранившиеся до наших дней египетские папирусы и глиняные таблички Двуречья содержат много геометрических и арифметических задач с решениями. При этом каждое решение выглядит как особый рецепт: если проделать такие-то расчеты, то получится нужный ответ. Почему надо выполнить эти, а не другие действия — этот вопрос нигде не обсуждается. Видимо, для египтян или шумеров арифметика и геометрия были особого рода ремеслами — вроде обжига глиняной посуды или выплавки меди.

Почему при сильном нагреве мягкая глина становится твердой, как камень, а зеленый камень превращается в желтый металл — этого никто в Египте или Двуречье не умел и не пытался объяснить. Точно так же ни один египетский мудрец не пробовал понять, почему в треугольнике с длинами сторон в 3, 4 и 5 локтей наибольший угол — прямой. Таков мир, созданный богами: не подобает человеку доискиваться божией мудрости!

Напротив, эллины считали своих богов человекоподобными существами. У них та же внешность и те же страсти, что у людей; значит, и ход их мыслей может быть понят смертными! В поэмах Гомера (сочиненных в VIII в. до н. э.) боги и люди действуют совместно: то сотрудничают, то соперничают. И если боги создали мир людей, то люди могут понять, как этот мир устроен. Такой взгляд на природу укрепился в Элладе за два столетия до появления первых греческих ученых.

Стиль мышления людей отражается в стиле их жизни. С VIII в. до н. э. в Элладе бурно развивались новые города — полисы, которые мы теперь называем латинским словом «республика». В полисе общественные дела были предметом постоянных обсуждений и споров между гражданами. Победа в словесном споре нередко открывала гражданину путь к власти. Поэтому ораторское мастерство и умение логично рассуждать считались в Элладе важнейшими талантами гражданина, наравне с воинской отвагой и дисциплиной. В такой любознательный мир купцы-путешественники принесли весть о великих достижениях мудрецов Египта и Вавилона.

Эллины приняли эту весть с большим интересом, но без особого доверия: у египтян много чудесных знаний, но столь же много странных суеверий. Например, они считают ласковых кошек и страшных крокодилов богами: это не может быть истиной! Значит, и другие утверждения восточных мудрецов нельзя принимать на веру. Каждое из них нужно обосновать или опровергнуть логичным рассуждением — так, как мы привыкли это делать с политическими проектами наших граждан!

В новом искусстве логической проверки научных фактов первым выделился Фалес — гражданин Милета, расположенного в Ионии, на западном побережье Малой Азии. Фалес жил на рубеже VII—VI вв. до н. э., вероятно, с 625 по 550 г. до н. э. Это время отмечено огромными переменами в мировой политике. Погибла Ассирийская держава, ее наследство разделили халдеи (жители Вавилона), египтяне и мидяне (жители Северного Ирана). Три новых царства соперничали между собой до тех пор, пока их не одолели персы (родичи мидян). Но это случилось уже после смерти Фалеса.

В молодости Фалес много путешествовал по странам Востока. Он побывал в Египте и Вавилоне, а вернувшись домой, увлеченно рассказывал согражданам о чудесах дальних стран. Не во всем Фалесу верили на слово; лишь после того, как в 585 г. до н. э. произошло предсказанное Фалесом затмение Солнца, сограждане прониклись уважением к путешественнику. Вряд ли сам Фалес рассчитал срок грядущего затмения; скорее всего, он лишь передал согражданам результат расчетов, давно проделанных египетскими жрецами.

Зато высоту пирамиды Хеопса по длине ее тени Фалес вычислил сам, легко объяснив согражданам свои рассуждения и расчеты. Так в обиход эллинов вошли свойства подобных треугольников. С их помощью можно разделить отрезок на любое число равных частей

или измерить расстояние до корабля в море, наблюдая его одновременно из двух точек на берегу.

В конечном счете эллины включили имя Фалеса в перечень великих мудрецов Эллады — наравне с легендарными строителями первых городов и учредителями Олимпийских игр, изобретателями алфавита и мореплавания. Ведь Фалес показал грекам, как можно открывать новые научные факты, выводя их из уже известных сведений путем общепонятных рассуждений. С тех пор наука (и прежде всего геометрия) сделалась в Элладѣ «национальным видом спорта», наряду с состязаниями атлетов-олимпийцев или поэтов-рапсодов.

Мы не знаем, открыл ли Фалес в геометрии или арифметике что-либо новое, неизвестное египтянам и вавилонянам, или он лишь доказывал давно известные утверждения. Но теперь эти знания стали общим достоянием просвещенных эллинов: каждый смысленный и трудолюбивый человек мог быстро повторить открытия древних мудрецов, построив всю известную ученость «с нуля». Этот переворот в системе накопления и упорядочения знаний породил современную науку, и мы вынуждены считать Фалеса если не самым талантливым, то самым удачливым ученым в истории человечества.

Примечательно и то, какие открытия Фалес не смог совершить, хотя и пытался. Речь идет не о математике, а о физике, точнее о философии, которая в Элладѣ составляла одно целое с физикой. Например, мудрецы Эллады считали, что окружающий мир состоит из четырех основных стихий: земли, воды, воздуха и огня. Является ли одна из них первичной — и если да, то какая стихия первична? Фалес был уверен, что вода есть основа всех вещей, но доказать логически это утверждение он, конечно, не смог. Другие философы Эллады полагали основными стихиями воздух (Анаксимэн) или огонь (Гераклит), но и они не смогли обосновать свои убеждения, как это удавалось с геометрическими утверждениями. Так впервые обнаружился *предел применимости* первого метода научной дедукции, но никто из эллинов VI в. до н. э. не придал особого значения этому факту.

Самую дерзкую гипотезу в области физики высказал ученик Фалеса — Анаксимандр. Он предположил, что все наблюдаемые стихии суть разные формы одной природной сущности — *апейрона*, который не имеет ни границ, ни формы и потому не воспринимается нашими органами чувств в чистом виде. В наши дни физики считают, что догадка Анаксимандра была верна. Его апейрон соответствует вакууму, который заполняет все пространство и в определен-

ных условиях порождает наблюдаемые, измеримые поля: электромагнитное, гравитационное и др.

В результате взаимодействия этих полей образуются знакомые нам вещества, а сами поля физики в XIX—XX вв. научились измерять приборами и описывать уравнениями с использованием современной алгебры и геометрии. Ничего этого ученые-эллины не могли сделать. Оттого теоретическая физика не возникла в Элладе, а появилась лишь в XVII в., после изобретения математического анализа и торжества экспериментального метода в естествознании.

Вдохновленные примером Фалеса, просвещенные эллины крепко верили в мощь логических рассуждений и расчетов, но слабо доверяли наблюдениям и опытам. Видимо, по этой причине никто в Элладе не решился включить в число природных стихий хорошо известные металлы: золото, серебро, медь, железо, олово, свинец и ртуть, а также неметаллы — уголь и серу. Поэтому химия не оформилась в Элладе как наука. Это случилось тысячелетием позже в исламском мире, где (в отличие от Эллады и Рима) труд ремесленника считался столь же достойным, как труд пахаря, воина или купца.

Из всех ветвей экспериментального естествознания эллины по настоящему увлекались только астрономией и географией. Астрономии им удалось тесно связать с геометрией, на благо обеих наук. Напротив, география оставалась в Эллад строго описательной наукой. Например, Фалес услышал в Египте о том, как недавно (около 600 г. до н. э.) по приказу фараона Нехо финикийские мореходы совершили плавание вокруг Африки. Выйдя из Красного моря, они через три года приплыли в Карфаген, пройдя между Геркулесовыми столбами. В этом рассказе была одна деталь, которую невозможно выдумать: огибая Африку с юга, мореходы видели, как Солнце движется по небу справа налево, а не слева направо, как это привычно для нас. Это значит, что финикийцы действительно побывали к югу от экватора! Но сделать такой вывод не смогли ни Фалес, ни его преемники; в итоге рассказ финикийцев сохранился лишь в «Истории» Геродота, написанной через 150 лет после величайшего географического подвига античности.

Анаксимандр первым из греков попытался составить карту Ойкумены — известной эллинам части Земли. Дело было в середине VI в. до н. э., в эпоху великих персидских завоеваний, когда войска царя Кира достигли реки Инд и степей Средней Азии. Таким образом, Анаксимандру были известны земли от Геркулесовых столбов

(Гибралтара) на западе до Небесных гор (Тянь-Шаня и Гималаев) на востоке, от Крыма и Кавказа на севере до Сахары и Судана на юге. В таком масштабе Землю нельзя считать плоской, и Анаксимандр впервые задумался об истинной ее форме. Он пришел к странному (на наш взгляд) выводу: Земля есть цилиндр с осью, направленной с востока на запад! Проверить такую гипотезу можно лишь сложными измерениями расстояний и углов на местности. Греческим географам VI—V вв. до н. э. это было не под силу, и модель Анаксимандра оставалась умозрительной гипотезой, наравне с гипотезой Анаксагора о том, что Луна и Солнце суть каменные шары: один холодный, другой горячий.

Задачи. Серия 1

- 1.1. Сколько веков отделяют постройку крупнейших египетских пирамид от эпохи Фалеса? Какие фараоны правили тогда в Египте? Что известно о строителях первых пирамид?
- 1.2. Какие геометрические понятия и факты (теоремы) необходимо было знать строителям первых пирамид?
- 1.3. Какие геометрические построения наверняка умели выполнять строители первых пирамид? Какие инструменты они при этом использовали?
- 1.4. Какой срок отделяет Троянскую войну от строительства первых пирамид в Египте? Какие фараоны были современниками Ахилла и Агамемнона? Чем они прославились? Сталкивались ли тогда или позже египтяне с ахейцами? Если да, то где и с каким исходом?
- 1.5. Что нового появилось в греческой культуре в VIII в. до н. э.?
- 1.6. В каких областях культуры финикийцы стали учителями эллинов? У кого учились сами финикийцы?
- 1.7. Назовите несколько городов Эллады, возникших задолго до гомеровской эпохи. Какие города возникли в Элладе после Гомера, но до Фалеса?
- 1.8. Какой срок отделяет Троянскую войну от появления поэм Гомера? Какие анахронизмы в текстах «Илиады» и «Одиссеи» указывают на их позднее происхождение?
- 1.9. Почему поэмы Гомера стали чрезвычайно популярными среди эллинов в VIII—VI вв. до н. э. — намного позже тех событий, которые в них отражены?

- 1.10. Сравните расстояния, которые преодолевали герои «Илиады» по морю по пути в Троию, с теми расстояниями, которые проходили их потомки в VII в. до н. э., совершая путешествие из города в город.
- 1.11. Сравните расстояния между греческими колониями в Средиземноморье и длину пути финикийцев вокруг Африки.
- 1.12. Зачем понадобилось фараону Нехо посылать финикийцев в плавание вокруг Африки? Почему этот подвиг финикийцев не привел к регулярному мореплаванию вокруг Африки?
- 1.13. Когда греческие колонии начали превращаться в городские республики — полисы? Какие тексты свидетельствуют об этих событиях?
- 1.14. Перечислите знаменитых современников Гомера в разных странах мира. Какие важные события происходили в это время? Что знал о них Гомер?
- 1.15. Какие государства Ближнего Востока были сильнейшими, когда Фалес был молод? Что изменилось к концу его жизни?
- 1.16. Какие знаменитые деятели Ближнего Востока были современниками Фалеса?
- 1.17. Какие знаменитые эллины были современниками Фалеса?
- 1.18. Кто из известных римлян жил в эпоху Фалеса?
- 1.19. Какие восточные мудрецы были современниками Фалеса? Чем прославились эти люди?
- 1.20. Назовите важнейшие города Эллады в эпоху Фалеса. Где они располагались: на европейском материке, на островах или на побережье Азии? Почему так?
- 1.21. Как можно объяснить появление первых ученых-эллинов именно в Ионии, а не в Балканской Греции и Италии?
- 1.22. Какие из семи чудес античного мира мог видеть Фалес во время своих странствий? Когда появились прочие чудеса?
- 1.23. Как мог Фалес измерить высоту пирамиды Хеопса, не взбираясь на нее?
- 1.24. Мог ли Фалес вычислить объем пирамиды Хеопса? Умел ли он выводить соответствующую формулу?
- 1.25. Как разделить отрезок на семь равных частей, используя теорему Фалеса о пропорциональных отрезках, отложенных на сторонах угла?

- 1.26. Какой способ измерения расстояния до корабля в море с берега придумал Фалес? Какой оптический прибор применяется сейчас для этой цели?
- 1.27. Какие правильные многоугольники умел строить Фалес?
- 1.28. Знал ли Фалес градусную меру углов? Умел ли он строить угол в 1 градус? Если нет, то какой наименьший угол, измеряемый целым числом градусов, он умел строить?
- 1.29. Что мог знать Фалес о числе π ? Знал ли он, что $\pi > 3$ или что $\pi < 4$?
- 1.30. Как могли египтяне и вавилоняне успешно предсказывать солнечные и лунные затмения, не имея даже простой механической модели системы Солнце—Земля—Луна?
- 1.31. Какую модель системы Солнце—Луна—Земля предложил Анаксимен для объяснения затмений? Чем она отличается от современной модели?
- 1.32. Верно ли, что видимый на небе лунный серп состоит из двух дуг окружностей? Если нет, то какова его истинная форма и как ее можно объяснить?
- 1.33. Как можно объяснить пепельный свет Луны, наблюдаемый иногда на не освещенной Солнцем части ее поверхности? Какие погодные условия на Земле благоприятны для наблюдения этого явления?
- 1.34. Чем замечательна первая карта мира, составленная Анаксимандром? Каковы пределы той Ойкумены, которая на ней изображена?
- 1.35. Какие измерения могли бы проверить гипотезу Анаксимандра о форме Земли? Кто, когда и где впервые проделал такие измерения?
- 1.36. Если считать основными стихиями химические элементы, то сколько стихий уже знали мудрецы Эллады? Какое соответствие они установили между веществами и небесными светилами?
- 1.37. Какие природные стихии считались основными в Древней Греции и какие — в Древнем Китае?
- 1.38. Какие природные «стихии» (кроме химических элементов) изучает современная физика?

- 1.39. Какими словами обозначали европейские ученые XVII—XIX вв. простейшую природную стихию, которую Анаксимандр называл апейроном? Какие из этих слов имеют смысл в современной науке?
- 1.40. Одна из самых известных книг Древней Греции называлась «Стайхейя». О каких «стихиях» в ней шла речь? Кто и когда написал эту книгу? Переведена ли она на русский язык?

2. Диалог арифметики, геометрии и астрономии (от Пифагора до Анаксагора)

В 538 г. до н.э. царь персов Кир захватил Вавилон и объединил все страны Ближнего Востока в новую Персидскую империю. В отличие от ассирийцев, персы не рассматривали покоренные ими народы как своих рабов, не мешали им вести привычное хозяйство и товарообмен. Запрещены были только междоусобные войны, давно истощившие всех участников. Навязав силой общий мир, персы взимали за это умеренную дань с горожан и крестьян. Купцы-путешественники, уплатив пошлину, могли передвигаться по отличным имперским дорогам, не боясь разбойников: персы их истребили, как истребили и фальшивомонетчиков. Греки, обитавшие в полисах Малой Азии, без сопротивления подчинились Киру: давние торговые связи с восточными царствами были для них важнее, чем государственная независимость. Такой порядок на Ближнем Востоке длился два столетия — до тех пор, пока персидскую державу не захватили македонцы.

В обновленном мире греческая наука пережила новый расцвет. Но теперь центр учености сместился из Ионии на запад, в Великую Грецию — созвездие эллинских полисов на южном побережье Италии. Около 540 г. до н.э. Пифагор с острова Самос прибыл в итальянский город Кротон и основал здесь научную школу, в равной мере похожую на университет, шахматный клуб и монашеский орден.

Пифагор считал, что ученые — лучшие среди людей, поэтому они должны править в каждом полисе, наставляя местных жителей в науках и ремеслах и привлекая в свои ряды любознательную молодежь. Чтобы стать учеником Пифагора, нужно было сдать трудный экзамен по геометрии и дать клятву беспрекословно подчиняться Учителю. Дискуссии по вопросам науки, политики или религии, происходившие в школе Пифагора, должны были храниться в тайне от посторонних людей.

По отношению к обществу школа Пифагора выступала как одно лицо: все новые открытия приписывались Учителю, а сомнительные гипотезы и нерешенные проблемы не разглашались под страхом тяжкого наказания. Только после смерти Пифагора (около 500 г. до н. э.) созданное им братство разделилось. С этого момента ученые-пифагорейцы, жившие в разных полисах Средиземноморья, стали известны поименно.

Самым важным последствием трудов Пифагора было отделение физики от математики. Физика — это наука о природных телах и их движениях, которые мы наблюдаем глазами и можем направлять руками. Геометрия же имеет дело с *идеальными* объектами. Так, прямая линия — это не луч света и не натянутая струна, а воображаемая фигура, не имеющая толщины. То же самое относится к окружности, плоскости или точке: они открыты только разуму, который может проделывать с ними все вообразимые операции. Например, мы говорим о пересечении двух прямых или двух плоскостей, хотя невозможно пересечь две струны или два листа пергамента, не разрушив их.

Итак, все земные тела суть грубые подобию идеальных объектов геометрии. А где мы видим наиболее совершенные тела? Конечно, на небе! Так астрономия стала для Пифагора особым разделом геометрии совершенных пространственных тел. Например, звезды — это яркие точки на темной сфере, равномерно вращающейся вокруг Земли. Сама Земля — шар, но менее совершенный, поскольку на нем возвышаются горы. Солнце и Луна тоже шары: один — светящийся, другой — темный. Они движутся вокруг Земли в одной плоскости, освещая ее и друг друга, а порой заслоняя друг друга; при этом происходят солнечные или лунные затмения.

Чтобы предсказывать затмения, нужно знать отношение периодов обращения Солнца и Луны вокруг Земли, т. е. отношение солнечного года к лунному месяцу. Пифагор был уверен, что это рациональное число, но не смог его рассчитать (это невозможно). Только в середине V в. до н. э. афинянин Метон обнаружил, что 19 солнечных лет равны (или почти равны) 235 лунным месяцам. С этого времени астрономы Эллады предсказывали затмения Солнца и Луны так же успешно, как это издавна умели делать египетские и вавилонские жрецы.

Как же Пифагор пришел к убеждению, что «числа правят миром» и что миром правят именно *рациональные числа*? Видимо, все нача-

лось с простого физического открытия: для того чтобы струны лиры звучали гармонично, отношения длин этих струн должны быть простыми дробями! $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}$ — таков ряд самых гармоничных чисел; чем сложнее дробь, тем хуже сочетаются звуки.

Это наблюдение Пифагора стало первым фактом новой науки — *математической физики*. Сделать в ней следующий шаг Пифагору не удалось. Он всю жизнь оставался в убеждении, что числа (точнее, дроби) «правят миром», и искал эти дроби повсюду: в геометрии, астрономии, даже в политике. Пифагорейцы потратили много труда в поисках дроби, выражающей отношение длины окружности к ее диаметру. Легко доказать, что это число π больше, чем 3, и меньше, чем $\frac{7}{2}$. Но чему оно равно? Долгое время эллины верили, что истинная дробь равна $\frac{22}{7}$. Но позднее Архимед опроверг эту гипотезу, а еще через двадцать веков Иоганн Ламберт доказал, что число π иррационально. Предположить такое «безобразие» в природе Пифагор был не в силах. Однако столкнуться с иррациональными числами ему все же пришлось.

Пифагор заинтересовался давно известным прямоугольным треугольником с длинами сторон (3, 4, 5) и захотел узнать: есть ли другие треугольники этого рода со взаимно простыми катетами и гипотенузой? Он быстро нашел тройку (5, 12, 13), где сумма квадратов двух чисел равна квадрату третьего числа, потом угадал общее решение:

$$(a^2 - b^2); \quad (2ab); \quad (a^2 + b^2), \quad (1)$$

где a и b — любые взаимно простые числа разной четности.

К этому времени Пифагор умел доказывать теорему, которой потомки дали его имя, и обратную ей теорему: если сумма квадратов двух сторон треугольника равна квадрату третьей стороны, то треугольник прямоугольный. Итак, нашлось бесконечное множество разных «пифагоровых» треугольников с целыми катетами и гипотенузой! Все ли такие треугольники описаны формулой (1)? Выяснить это Пифагор не сумел; лишь через семь веков после смерти Пифагора александриец Диофант доказал, что других «пифагоровых» треугольников нет.

Интересно, что ни Пифагор, ни Диофант не заметили естественного (на наш взгляд!) обобщения задачи о прямоугольных треугольниках: существуют ли тройки взаимно простых чисел (a, b, c), для которых $a^3 + b^3 = c^3$ или $a^4 + b^4 = c^4$? Эта проблема осенила лишь Пьера

Ферма́ в XVII в. при чтении книги Диофанта «Арифметика». С того момента начались драматические попытки доказать великую теорему Ферма́, которые увенчались успехом только в наши дни — в 1994 г.

Конечно, Пифагор не подозревал о том, каких трудов потребуют от будущих математиков проблемы, которых он лишь коснулся. Ему хватало своих неприятностей: они возникали буквально при каждом сопоставлении геометрии с арифметикой! Например, прямоугольный треугольник с равными катетами длины 1: какова длина его гипотенузы? Используя свою теорему, Пифагор сделал вывод: квадрат этой длины равен 2. Но рационального числа с таким квадратом быть *не может*: это легко доказать геометрически (используя подобие треугольников) или арифметически (опираясь на разложение целого числа в произведение простых множителей).

Доказать *единственность* такого разложения Пифагор не умел, но считал этот факт очевидным: ведь целые числа созданы богами, у них не может быть пороков! А если так, значит, гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника *несоизмерима* с его катетом! Иными словами: целых чисел и дробей недостаточно для изображения длин всех возможных отрезков! Нужно изобрести еще какие-то (*иррациональные*) числа, чтобы охватить арифметикой весь мир геометрических фигур!

Решить эту проблему не смог ни Пифагор, ни его последователи. Создать единую теорию чисел на основе геометрии удалось лишь через полтора столетия (около 350 г. до н. э.) двум ученикам Платона: Евдóксу и Тэетету. Они жили в иную эпоху и не тратили сил на многие заблуждения, портившие жизнь их предшественникам.

Наименьших успехов Пифагор достиг в той сфере, которая его больше всего увлекала, — в астрономии. Всю жизнь он мечтал уловить в движении небесных тел такой же Божественный порядок (гармонию), какой он слышал в звуках струн лиры. Но сама лира и человеческое ухо — довольно сложные физические приборы. Их показания можно обрабатывать с помощью арифметики и геометрии: так Пифагору удалось открыть первый математический закон *акустики*. В астрономии эллинам не хватало точных приборов, дополняющих человеческий глаз. Подобно египетским жрецам, Пифагор располагал лишь простым угломером для измерения высоты светил над горизонтом и не очень точными водяными часами, поэтому точность его наблюдений была невысока. В такой ситуации ученого может выручить хорошая техника вычислений, но эллины

не владели *позиционной* системой записи больших чисел. Сколько-нибудь сложный расчет требовал большого труда и времени, а Пифагор не отличался терпением.

Он предложил очень простую модель Вселенной: между шарообразной Землей и далекой звездной сферой расположены еще семь концентрических сфер, на которых укреплены Луна, Солнце и пять планет (Меркурий, Венера, Марс, Юпитер, Сатурн). Эти сферы обращаются вокруг общей оси с постоянными скоростями. Скорости и радиусы сфер неизвестны. Можно ли подобрать их так, что рассчитанное движение небесных светил совпадет с наблюдаемым? Эта задача не поддавалась усилиям Пифагора и его учеников (позднее выяснилось, что она не имеет решения). Оттого первые крупные успехи в греческой астрономии выпали на долю ученых иного склада: не математиков, а физиков-экспериментаторов.

Первым в их ряду оказался Анаксагор из ионийского города Клазомены. Он родился около 500 г. до н. э., в ту пору, когда умер Пифагор и начались греко-персидские войны. После нескольких лет путешествий и учебы Анаксагор поселился в Афинах. Почему именно там? Видимо, потому, что после побед над персами при Саламине, Платеях и Микале в 480 г. до н. э. отстоявшие греческую независимость афиняне стали образцом для всех эллинов. Тогда молодой историк Геродот приехал из Галикарнаса в Афины, чтобы изучить новое поколение «марафонских победителей», сравнивавшихся в славе с героями Гомера. Молодой астроном Анаксагор решил, что любознательных героев и их детей стоит обучить настоящей науке, и около 460 г. до н. э. основал в Афинах первую школу естественных наук.

Смолоду Анаксагор увлекся великой задачей: узнать расстояния от Земли до Солнца и Луны. Он верно угадал природу обоих светил: Солнце — раскаленный шар, а Луна — холодный шар, освещаемый Солнцем. Падение каменного метеорита вблизи Афин в 468 г. до н. э. привело Анаксагора к выводу, что Солнце — каменный шар, а метеориты — его осколки. Видимые размеры Солнца и Луны почти равны: это заметно при солнечном затмении. Еще важнее другая подробность: солнечное затмение наблюдается не во всей Ойкумене, а только в части ее. Например, если в Афинах Солнце затмилось полностью, то в Милете затмение будет частичным, а в Египте его вовсе не увидят! Из этих общеизвестных наблюдений Анаксагор сделал оригинальный вывод: Луна гораздо меньше Земли, и ее тень при

солнечном затмении покрывает лишь малую долю Ойкумены. Измерив диаметр этой тени, мы узнаем диаметр самой Луны и диаметр Солнца.

В этом рассуждении верно все, кроме последнего заключения: из совпадения *угловых* размеров Солнца и Луны не следует равенство их *линейных* размеров! Напротив, Солнце (как мы теперь знаем) в 400 раз больше по диаметру, чем Луна, и во столько же раз дальше от Земли. Эта ошибка Анаксагора не позволила ему узнать размер Солнца; в расчете размера Луны он ошибся значительно, но по другой причине.

Дело в том, что расстояния между городами Эллады были известны, но измеряли их в днях корабельного пути. Однако скорость парусного корабля не постоянна, а его путь — не прямая линия. Собрать сведения о происшедшем затмении Анаксагор был вынужден у моряков, прибывших в Афины из разных городов. Но моряки путались в определении наибольшей фазы затмения. В итоге Анаксагор сделал вывод, что диаметры Солнца и Луны почти равны размеру полуострова Пелопоннес (около 300 км). На самом деле диаметр Луны равен примерно $1/4$ диаметра Земли, точнее около 3400 км.

Так завершился около 440 г. до н. э. первый эксперимент в вычислительной астрономии, где здравый смысл и смекалка нередко восполняют пробелы в наблюдениях и неточности вычислений. Несмотря на ошибку почти в 10 раз, для науки это был большой шаг вперед: по сути, родилась экспериментальная физика. Но афинские жрецы думали иначе: Солнце (Гелиос) и Луна (Селена) — это боги; измерять их размеры — богохульство! Анаксагора привлекли к суду, и в 434 г. до н. э. он покинул Афины, опасаясь худшей участи: ведь он не был афинским гражданином.

Из учеников Анаксагора нам известен афинянин Метон. Он первым из эллинов научился рассчитывать сроки солнечных и лунных затмений на основе 19-летнего цикла, названного циклом Метона (который знали еще вавилоняне и египтяне). Сократа, родившегося в Афинах в 470 г. до н. э., тоже можно считать учеником Анаксагора, хотя бы заочным. Наблюдая поразительные успехи пифагорейцев в геометрии и первые открытия физиков, юный Сократ задумался о возможностях человеческого разума и о пределах этих возможностей. Так он стал первым в Элладе *психологом* научного склада и замечательным учителем. Благодаря его питомцам Афины стали главным интеллектуальным центром Эллады.

Задачи. Серия 2

- 2.1. Какие знаменитые эллины были современниками Пифагора? Чем прославились эти люди?
- 2.2. Какие знаменитые римляне были современниками Пифагора?
- 2.3. Какие восточные правители были современниками Пифагора?
- 2.4. Какие восточные мудрецы были современниками Пифагора?
- 2.5. Что известно о политических взглядах и действиях Пифагора?
- 2.6. Какие способы построения прямого угла знал Фалес? Что нового добавил к этому Пифагор?
- 2.7. Какие построения циркулем и линейкой, неизвестные Фалесу, умел выполнять Пифагор? Какие новые многогранники стали ему известны?
- 2.8. Какие простые доказательства теоремы Пифагора вам известны? Какие из них мог знать Пифагор? Почему он придумал свое, более сложное доказательство (помещенное в учебнике Киселёва)?
- 2.9. Какие натуральные решения уравнения $x^2 + y^2 = z^2$ были, видимо, известны Пифагору? Как их легче всего найти?
- 2.10. Какое общее решение уравнения Пифагора ($x^2 + y^2 = z^2$) можно угадать по двум-трем наименьшим его решениям? Легко ли доказать, что других решений это уравнение не имеет? Кто и когда впервые доказал это?
- 2.11. Как формулируется и как доказывается теорема, обратная теореме Пифагора? Знал ли Пифагор это доказательство?
- 2.12. Как из теоремы Пифагора выводится существование иррациональных чисел?
- 2.13. Как Пифагор доказал несоизмеримость диагонали квадрата с его сторонами?
- 2.14. Как реагировал Пифагор на открытие несоизмеримости диагонали квадрата с его стороной? Какие последствия для греческой науки имели его действия?
- 2.15. Приведите примеры чисел, иррациональность которых Пифагор мог доказать. Иррациональность каких чисел Пифагор мог предполагать, но вряд ли умел доказывать?
- 2.16. Знал ли Пифагор понятия «числовая ось» или «числовой луч»? Если нет, то как он представлял себе множество всех чисел?

- 2.17. Вспомните способы построения треугольника по трем медианам и по трем высотам. Какую из этих задач пифагорейцы наверняка умели решать, а какую — вряд ли и почему?
- 2.18. Какие математические открытия сделал Пифагор в музыке?
- 2.19. Какие открытия убедили Пифагора во мнении, что «числа правят миром»? Какой смысл мог вкладывать Пифагор в эти слова? Какой смысл вкладывают в них современные ученые — математики или физики?
- 2.20. Что Пифагор наверняка знал о числе π ? О чем он мог догадываться? Что могли угадать его наследники в Элладе?
- 2.21. Не известно ни одного высказывания Пифагора о том, какая из природных стихий первичная или самая важная. Если Пифагор не занимался этой проблемой, то почему?
- 2.22. Почему мы не знаем ни об одном открытии пифагорейцев в наблюдательной астрономии?
- 2.23. Что известно об отношении Пифагора к богам Эллады? Можно ли считать его безбожником или религиозным реформатором? Как относились греческие жрецы к деятельности пифагорейцев?
- 2.24. Что нового придумал и сделал Пифагор в области обучения молодежи?
- 2.25. Кто из современников Пифагора был ровней ему в сфере научных открытий и кто — в деле научного воспитания молодежи?
- 2.26. Кого из первых натурфилософов Эллады мог бы счесть своим единомышленником Лао-цзы? Что общего в их взглядах на природу?
- 2.27. Известно, что Пифагор не написал ни одной книги. Напротив, Лао-цзы составил письменное изложение своего учения. Как можно объяснить эту разницу?
- 2.28. Составьте от лица Пифагора *апологию*, отвергающую обвинение его в безбожии.
- 2.29. Попробуйте составить диалог между Пифагором и Лао-цзы, в котором они сравнивают свои модели Вселенной.
- 2.30. Попробуйте составить *диалог* между Пифагором и Конфуцием, посвященный роли науки в жизни общества и проблемам воспитания молодежи.

- 2.31. Опишите модель Солнечной системы, которую предложил Пифагор. Какие природные силы породили, по его мнению, именно такую систему? Какие из этих сил признаёт современная физика?
- 2.32. Из каких фактов Пифагор мог сделать вывод о том, какие из природных светил ближе к Земле, а какие — дальше от нее? Верные ли выводы он сделал?
- 2.33. Сколько планет знали астрономы Эллады? Как они отличали их от звезд? Можно ли отличить звезду от планеты за несколько минут наблюдения невооруженным глазом? Какой физический эффект нужно для этого использовать?
- 2.34. Перечислите современников Анаксагора — жителей Афин. С кем из них он был знаком, с кем дружил, с кем враждовал?
- 2.35. Почему Пифагор не пытался измерить размеры Земли или Солнца — а Анаксагору этот замысел пришел в голову и он сумел воплотить его?
- 2.36. Если верна модель солнечных и лунных затмений, предложенная Анаксименом, то почему солнечное затмение не наблюдается в каждое новолуние, а лунное — в каждое полнолуние?
- 2.37. Говорят, что лунные затмения наблюдаются гораздо чаще, чем солнечные. Верно ли это, и если да, то почему?
- 2.38. Какова ширина той полосы на Земле, в которой наблюдается полное затмение Солнца? Насколько ошибся Анаксагор, придя к выводу, что эта ширина равна диаметру Пелопоннеса?
- 2.39. Составьте апологию Анаксагора — защитную речь на суде против обвинения в безбожии.
- 2.40. Допустим, что вам дана машина времени, способная перенести вас в эпоху Пифагора или Анаксагора. Ваша задача — взять у них интервью по проблемам науки. Какие наиболее интересные для вас вопросы вы зададите своему собеседнику? Какие вопросы он, вероятно, задаст вам? Что вы сможете ответить?

3. Эпоха великих сомнений (от Гераклита до Сократа)

В V в. до н.э. греческая наука значительно изменилась. Веком раньше — во времена Фалеса и Анаксимандра — она была увлекательной игрой с новыми объектами и понятиями, в которой чело-