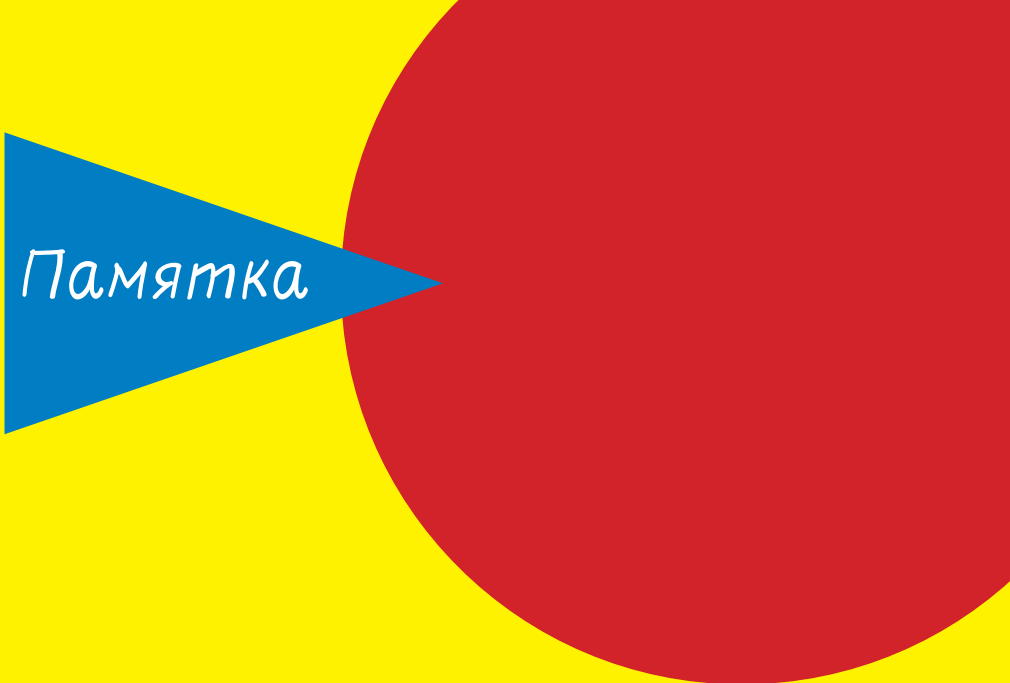




Памятка

Вся геометрия

9 класса в кратком изложении

(к учебнику Л.С. Атанасяна и др.)

Вся геометрия

9 класса в кратком изложении

(к учебнику Л.С. Атанасяна и др.)

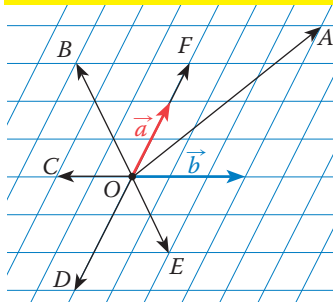
Памятка

СОДЕРЖАНИЕ

Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$	1
Декартовы координаты на плоскости	1
Действия над векторами	2
Нахождение координат вектора $\overrightarrow{AB}$	2
Расстояние между двумя точками	2
Уравнение окружности	2
Координаты середины отрезка	2
$\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, где $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$	3
Теорема синусов и косинусов	3

Скалярное произведение векторов	4
Скалярное произведение векторов, заданных в координатах	4
Уравнение прямой в общем виде $ax + by = c$, где a, b, c – числа	4
Многоугольники. Длина окружности. Площадь круга	5
Формулы для правильного многоугольника	5
Движение	6
Многогранники	7
Тела вращения	7

Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$



$$\overrightarrow{OA} = 2\vec{a} + \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OB} = 1,5\vec{a} - \vec{b}$$

$$\overrightarrow{OC} = 0 \cdot \vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$$

$$\overrightarrow{OF} = 1,5\vec{a} - 0 \cdot \vec{b}$$

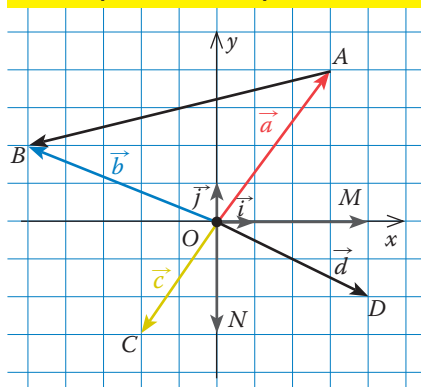
$$\overrightarrow{OE} = -\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$$

$\vec{p}$ – любой вектор;

$\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – числа;

$\vec{p}$ разлагается единственным способом.

Декартовы координаты на плоскости



Координаты вектора

$$\vec{a} \{ 3; 4 \}$$

$$\vec{b} \{ -5; 2 \}$$

$$\overrightarrow{ON} \{ 0; -3 \}$$

$$\vec{d} \{ 4; -2 \}$$

$$\overrightarrow{OM} \{ 4; 0 \}$$

$$\overrightarrow{AB} \{ -8; -2 \}$$

$$\overrightarrow{CD} \{ 6; 1 \}$$

Разложение вектора

$$\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\vec{b} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\overrightarrow{ON} = -3\vec{j}$$

$$\vec{d} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OM} = 4\vec{i}$$

$$\overrightarrow{AB} = -8\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\overrightarrow{CD} = 6\vec{i} + \vec{j}$$

Длина вектора

$$|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-5)^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

$$|\overrightarrow{ON}| = 3$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$$

$$|\overrightarrow{OM}| = 4$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{68}$$

$$|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{37}$$

$\vec{i}$ и $\vec{j}$ – координатные векторы;

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$$

$$\vec{a} \{ x; y \}; |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Действия над векторами

$$\vec{a} \{x_1; y_1\} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j}$$

$$\vec{b} \{x_2; y_2\} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j}$$

$$1. \vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2) \vec{i} + (y_1 + y_2) \vec{j}$$

$$2. \vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2) \vec{i} + (y_1 - y_2) \vec{j}$$

$$3. k\vec{a} \{kx_1; ky_1\}, \text{ где } k — \text{число}$$

Нахождение координат вектора $\vec{AB}$

Пусть O – начало координат,

$$B \{x_2; y_2\}, A \{x_1; y_1\}$$

Обозначим $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OA} = \vec{a}$

$$\text{Тогда } \vec{AB} = (\vec{b} - \vec{a}) \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$$

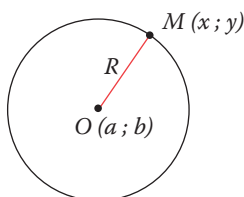
Расстояние между двумя точками

$$A \{x_1; y_1\}$$

$$B \{x_2; y_2\}$$

$$AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Уравнение окружности



$$OM = R = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$$

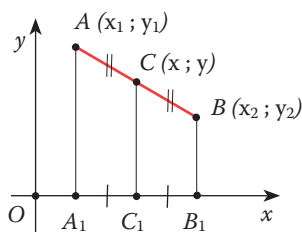
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

уравнение окружности с центром в точке $(a; b)$ радиуса R

$$x^2 + y^2 = R^2$$

уравнение окружности с центром в начале координат $(0; 0)$ радиуса R

Координаты середины отрезка

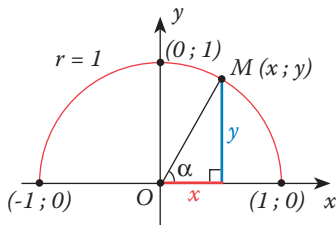


по теореме Фалеса

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha$, где $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$



1. α – острый угол, тогда $\sin \alpha = \frac{y}{1} = y$; $\cos \alpha = \frac{x}{1} = x$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Получили формулы: $\sin \alpha = y$

$$\cos \alpha = x$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

2. Определим значения $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha$ этими формулами для любого угла α , принадлежащего отрезку $[0^\circ; 180^\circ]$:

$$\sin 0^\circ = 0$$

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\operatorname{tg} 0^\circ = 0$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\cos 90^\circ = 0$$

$\operatorname{tg} 90^\circ$ не имеет смысла

$$\sin 180^\circ = 0$$

$$\cos 180^\circ = -1$$

$$\operatorname{tg} 180^\circ = 0$$

3. Формулы приведения. (Постарайтесь доказать эти формулы, используя чертежи).

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

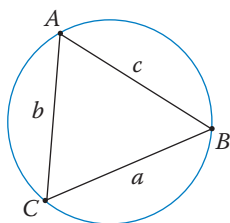
$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

4. Полуокружность является дугой окружности $x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ выполняется для любого угла α , принадлежащего отрезку $[0^\circ; 180^\circ]$

Эта формула называется основным тригонометрическим тождеством

Теорема синусов и косинусов



Теорема синусов:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Для доказательства использовать формулы:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \dots, \text{ а также задачу } \text{№ 1033}$$

Теорема косинусов:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Доказательство

Запишем квадрат расстояния между точками B и C, координаты которых известны:

$$\begin{aligned} CB^2 &= (b \cos A - c)^2 + (b \sin A)^2 = b^2 \cos^2 A - 2bc \cos A + c^2 + b^2 \sin^2 A = \\ &= b^2 (\underbrace{\cos^2 A + \sin^2 A}_{=1}) + c^2 - 2bc \cos A, \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

