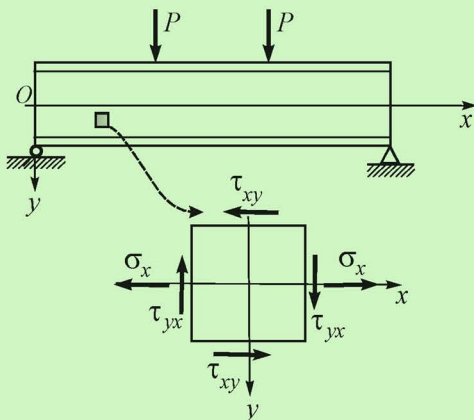




А.В. Ильяшенко, А.Я. Астахова

ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПРЯМОМ ИЗГИБЕ СТЕРЖНЕЙ В ТЕСТАХ

Учебное пособие





МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

А.В. Ильяшенко, А.Я. Астахова

ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПРЯМОМ ИЗГИБЕ СТЕРЖНЕЙ В ТЕСТАХ

Учебное пособие

Москва 2014

УДК 5.39.3
ББК 30.121
И49

Рецензенты:

кандидат технических наук, профессор *А.Н. Леонтьев*,
кафедра сопротивления материалов ФГБОУ ВПО «МГСУ»;
доктор физико-математических наук, профессор *С.В. Кузнецов*,
научный сотрудник Института проблем механики РАН

Ильяшенко, А.В.

И49 Внутренние усилия и напряжения при прямом изгибе стержней в тестах : учебное пособие / А.В. Ильяшенко, А.Я. Астахова ; М-во образования и науки Росс. Федерации, Моск. гос. строит. ун-т. Москва : МГСУ, 2014. 82 с.

ISBN 978-5-7264-0847-7

Содержатся тесты и решения к ним по теме «Внутренние усилия и напряжения при прямом изгибе стержней», изучаемой в дисциплинах «Сопротивление материалов» и «Техническая механика». Во введении изложен теоретический материал по темам: «Ключевые правила и формулы», «Определение поперечной силы и изгибающего момента в поперечных сечениях стержней», «Характерные особенности эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов M », «Напряжения в поперечных сечениях балки», «Расчеты на прочность». Рассмотрены разнообразные типы задач, даны подробные комментарии к решениям. Все тестовые примеры сформулированы в соответствии с общими требованиями для тестовых заданий базового уровня.

Для студентов, обучающихся по направлениям 270800.62 «Строительство», 270100.62, 270100.68 «Архитектура», 151600.62, 151600.68 «Прикладная механика», 231300.62 «Прикладная математика» (бакалавры, специалисты), для выполнения расчетно-графических работ и эффективной самостоятельной подготовки к контрольным работам и аудиторному тестированию.

**УДК 5.39.3
ББК 30.121**

ISBN 978-5-7264-0847-7

© ФГБОУ ВПО «МГСУ», 2014

Предисловие

Учебное пособие позволяет студентам проверить и расширить свои знания и навыки в освоении теоретического и практического материала по теме «Внутренние усилия и напряжения при прямом изгибе стержней».

С помощью представленных тестов можно подготовиться к контрольным работам и прохождению тестирования по соответствующим расчетно-графическим работам: «Внутренние усилия при изгибе стержней» и «Определение напряжений в балках при изгибе. Расчет на прочность».

Задания сгруппированы по четырем разделам. Так как каждый тест снабжен комментируемым ответом, то это позволяет учащемуся контролировать уровень своей подготовки в режиме «самотестирования».

К каждому тесту (заданию) предлагаются пять вариантов ответа. Причем все ответы помечены или символом «○» (кружок) или символом «□» (квадрат).

Символом «○» обозначены ответы, из которых только *один* является правильным, а символом «□» — ответы, из которых правильными являются *несколько* из пяти предложенных (но не более четырех). Таким образом, тестируемому дается некоторая подсказка, в целом упрощающая задание.

В следующем за ответами *комментарии* содержится решение поставленной в тесте задачи и краткие сведения по соответствующему теоретическому материалу. В конце каждого теста предлагается *правильный ответ*.

При прохождении реального аудиторного тестирования на кафедре сопротивления материалов действуют такие же принципы. Студент должен ответить на пять вопросов, включающих три задачи и два теоретических задания. Время тестирования — 15 минут. Для получения удовлетворительной оценки необходимо правильно ответить на три вопроса из пяти предложенных.

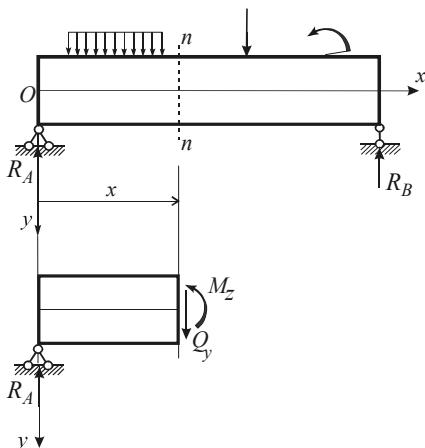
Авторы выражают особую благодарность профессору кафедры «сопротивления материалов МГСУ А.Н. Леонтьеву за ценные советы и замечания.

Введение

КЛЮЧЕВЫЕ ПРАВИЛА И ФОРМУЛЫ

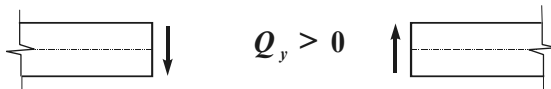
Плоский прямой изгиб — это напряженно-деформированное состояние, возникающее в стержне при условии, что вся внешняя нагрузка лежит в одной из главных плоскостей инерции — Oxy или Oxz . Ox — продольная ось стержня, zy — главные центральные оси инерции сечения.

Во всех примерах далее силовой плоскостью будет плоскость Oxy . Тогда внутренними усилиями, возникающими в поперечном сечении стержня, будут: поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_z . В дальнейшем в тестах для простоты часто будем отбрасывать индексы и писать кратко: Q и M .



• Правило знаков для поперечной силы Q_y

$Q_y > 0$, если она стремится вращать отсеченную часть балки по ходу часовой стрелки (независимо от того, с какой стороны балки ведется расчет: «слева направо» или «справа налево»).



Численно поперечная сила равна сумме проекций на нормаль к оси балки всех нагрузок (включая реакции), расположенных с одной стороны от рассматриваемого сечения.

- Правило знаков для изгибающего момента M_z

$M_z > 0$, если он растягивает нижние волокна балки (изгибает стержень выпуклостью вниз).



Численно изгибающий момент равен сумме моментов всех нагрузок (включая реакции), приложенных к одной из частей балки, относительно центра тяжести рассматриваемого сечения.

Эпюра моментов строится со стороны растянутого волокна балки.

- Дифференциальные зависимости, связывающие между собой внутренние усилия Q_y , M_z и распределенную нагрузку q

$$\frac{dQ_y}{dx} = -q(x); \quad \frac{dM_z}{dx} = Q_y(x); \quad \frac{d^2M_z}{dx^2} = -q(x).$$

- Характерные особенности эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_z

1. Если на участке балки распределенная нагрузка $q = \text{const}$, то поперечная сила Q_y в пределах этого участка изменяется по линейному закону, а изгибающий момент M_z — по закону квадратной параболы.

2. Если на участке балки распределенная нагрузка q изменяется по линейному закону, то поперечная сила Q_y в пределах этого участка изменяется по закону квадратной параболы, а изгибающий момент M_z — по закону кубической параболы.

3. Если на участке балки распределенная нагрузка $q = 0$, то в пределах этого участка поперечная сила $Q_y = \text{const}$, а изгибающий момент M_z изменяется по линейному закону.

4. Если эпюра Q_y пересекает осевую линию балки, то изгибающий момент M_z в этом сечении имеет *экстремум*.

5. В сечениях балки, где эпюра Q_y имеет *экстремум*, на эпюре M_z возникает *точка перегиба*.

6. В сечении балки, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре Q_y возникает *скачок*, численно равный величине этой силы. На эпюре M_z в этом сечении появляется *излом*, направленный в сторону действия силы.

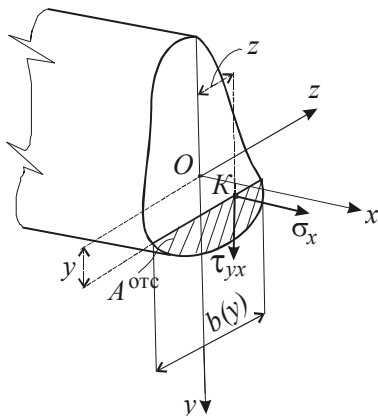
7. В сечении балки, где приложен сосредоточенный момент, на эпюре M_z возникает *скачок*, численно равный величине этого момента.

• Формулы для напряжений

В поперечных сечениях балки при плоском прямом изгибе действуют нормальные σ_x и касательные $\tau = \tau_{yx} = \tau_{xy}$ напряжения, определяемые по формулам

$$\sigma_x = \frac{M_z}{J_z} y; \quad \tau = \frac{Q_y S_z^{\text{отс}}(y)}{J_z b(y)},$$

где M_z , Q_y — соответственно изгибающий момент и поперечная сила в рассматриваемом сечении балки; J_z — осевой момент инерции всего сечения относительно главной центральной оси z ; y — координата точки K , в которой ищется напряжение, $S_z^{\text{отс}}(y)$ — статический момент отсеченной части сечения (на уровне точки K) относительно оси z ; $b(y)$ — ширина сечения на уровне указанной точки K .

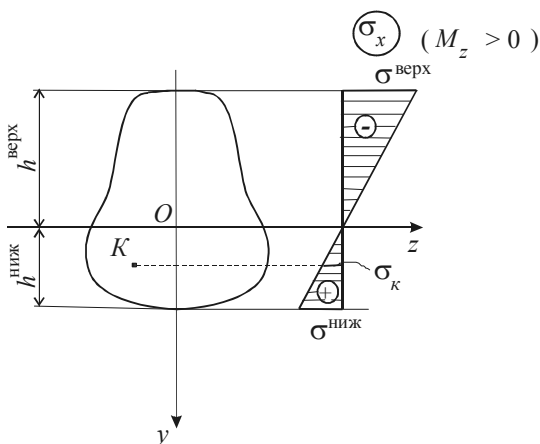


Наибольшие (наименьшие) нормальные напряжения возникают в наиболее удаленных от нейтральной оси z волокнах:

$$\sigma_x^{\text{ниж}} = \frac{M_z}{J_z} h_{\text{ниж}} = \frac{M_z}{W_z^{\text{ниж}}};$$

$$\sigma_x^{\text{верх}} = \frac{M_z}{J_z} h_{\text{верх}} = \frac{M_z}{W_z^{\text{верх}}},$$

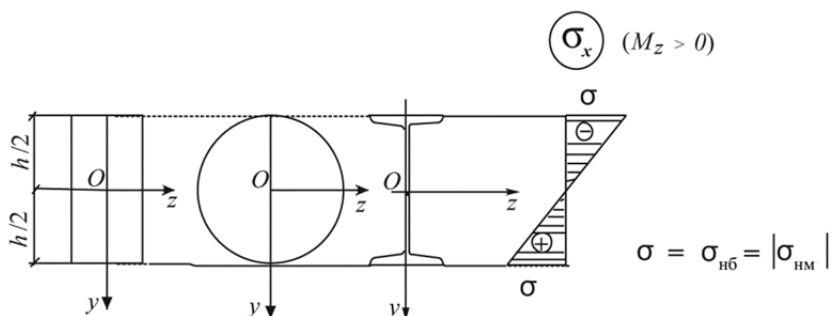
где $W_z^{\text{ниж}}$ и $W_z^{\text{верх}}$ – моменты сопротивления сечения для нижних и верхних волокон.



Наибольшие (наименьшие) нормальные напряжения в *симметричном* относительно нейтральной оси z сечении возникают в крайних волокнах балки и определяются по формуле

$$\sigma_{\text{нб}} = \frac{M_z}{W_z},$$

где $W_z^{\text{ниж}} = W_z^{\text{верх}} = W_z = \frac{J_z}{h}$.



• Правило знаков для нормальных напряжений σ_x

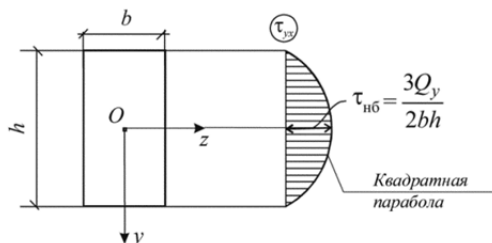
Знак *плюс* на эпюре нормальных напряжений σ_x ставится со стороны растянутых волокон, знак *минус* – со стороны сжатых.

• Правило знаков для касательных напряжений τ

Касательное напряжение τ имеет *такой же* знак, как и знак поперечной силы в рассматриваемом сечении: если $Q_y > 0$, то $\tau > 0$; если $Q_y < 0$, то $\tau < 0$.

Наибольшие касательные напряжения в *симметричном* относительно центральной оси z сечении возникают в точках на уровне нейтральной оси. Значения $\tau_{\text{нб}}$ для прямоугольного, круглого и двутаврового сечений позво-

ляет определить формула Д.И. Журавского: $\tau = \frac{Q_y S_z^{\text{отс}}(y)}{J_z b(y)}$ при $y = 0$:



a)

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	2
Введение. Ключевые правила и формулы.....	4
Раздел 1. Определение поперечной силы и изгибающего момента в поперечных сечениях стержней.....	12
Раздел 2. Характерные особенности эпюр поперечных сил « Q » и изгибающих моментов « M ».	35
Раздел 3. Напряжения в поперечных сечениях балки.....	49
Раздел 4. Расчеты на прочность	67
Библиографический список.....	81

Учебное издание

Ильяшенко Алла Викторовна
Астахова Августина Яковлевна

**ВНУТРЕННИЕ УСИЛИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ
ПРИ ПРЯМОМ ИЗГИБЕ СТЕРЖНЕЙ
В ТЕСТАХ**

Редактор *Н.С. Плоткина*
Компьютерная верстка *Т.Б. Скубенко*

Подписано в печать 18.06.2014 г. И-234. Формат 60×84/16.
Уч.-изд. 1,78. Усл.-печ. л. 4,76. Тираж 300 экз. Заказ 226

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный строительный университет».

129337, Москва, Ярославское ш., 26.

Издательство МИСИ – МГСУ.

Тел. (495) 287-49-14, вн. 13-71, (499) 188-29-75, (499) 183-97-95.

E-mail: ric@mgsu.ru, rio@mgsu.ru.

Отпечатано в типографии Издательства МИСИ – МГСУ.

Тел. (499) 183-91-90, (499) 183-67-92, (499) 183-91-44