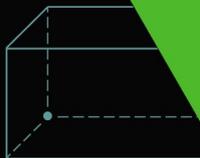
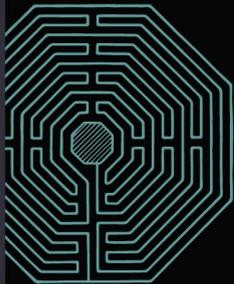
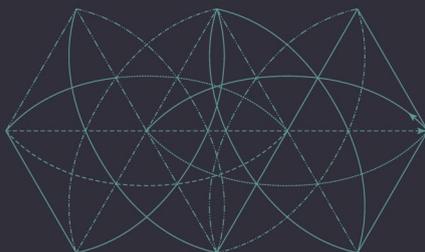
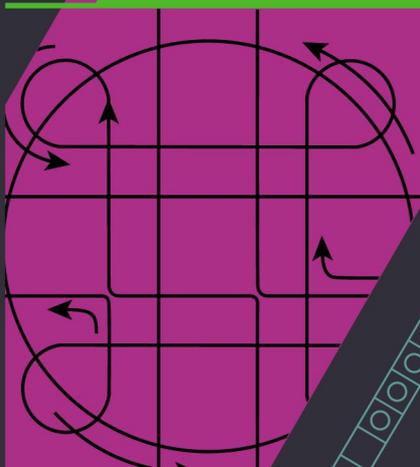


МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СМЕКАЛКА



Е.И. ИГНАТЬЕВ

В ЦАРСТВЕ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СМЕКАЛКИ



УДК 51
ББК 22.1я9
И26

Текст печатается по изданию:

Игнатъев Е. И. В царстве смекалки / Под редакцией М. К. Потапова, текстол. обработка. Ю. В. Нестеренко. — 2-е изд. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979, 208 с.

Игнатъев, Емельян Игнатъевич.

И26 В царстве математической смекалки / Е. И. Игнатъев; Под редакцией М. К. Потапова с текстологической обработкой Ю. В. Нестеренко. — Москва : Издательство АСТ, 2018. — 240 с. : ил. — (Математическая смекалка).
ISBN 978-5-17-982710-8

Перед вами широко известная книга Емельяна Игнатъевича Игнатъева (1869–1923), педагога и общепризнанного классика популярной математической литературы. «В царстве смекалки» переиздавалась множество раз и неизменно пользовалась успехом: задачи, головоломки и загадки из этой книги в течение более ста лет хорошо знакомы всем любителям интеллектуальной разминки.

Представленные в книге занимательные задачи имеют разную степень трудности. Для их решения не требуется продвинутого знания математики, достаточно базового уровня знаний арифметики и геометрии и сообразительности. Понятно изложенные решения и ответы расположены в конце книги.

УДК 51
ББК 22.1я9

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|---|
| Предисловие редакторов | 5 |
| Из предисловия автора к изданию 1908 г | 7 |
| Из предисловия автора к изданию 1911 г. Роль памяти в математике | 9 |

Глава 1. Задачи-шутки, задачи-загадки и шуточные истории

| | |
|-----------------------------|----|
| 1. Дележ | 12 |
| 2. Сколько кошек? | 12 |
| 3. Портной..... | 12 |
| 4. Число 666..... | 12 |
| 5. Дробь | 12 |
| 6. Разрубить подкову..... | 13 |
| 7. Что сказал старик? | 13 |

Глава 2. Упражнения со спичками

| | |
|--------------------------|----|
| 8. Сто | 14 |
| 9. Три | 14 |
| 10. Дом..... | 15 |
| 11. Рак..... | 15 |
| 12. Весы | 16 |
| 13. Две рюмки | 16 |
| 14. Храм | 16 |
| 15. Флюгер..... | 17 |
| 16. Фонарь..... | 17 |
| 17. Топор | 18 |
| 18. Лампа | 19 |
| 19. Ключ | 19 |
| 20. Три квадрата | 20 |
| 21. Пять квадратов | 20 |
| 22. Три квадрата | 20 |
| 23. Два квадрата | 21 |
| 24. Три квадрата | 21 |

| | |
|--|----|
| 25. Четыре квадрата | 21 |
| 26. Квадраты..... | 22 |
| 27. Четыре треугольника..... | 22 |
| 28. Поднять одной спичкой 15 спичек..... | 22 |

Глава 3. Как сосчитать?

| | |
|--|----|
| 29. Движение пальца..... | 23 |
| 30. Рейс через океан..... | 24 |
| 31. Продажа яблок | 24 |
| 32. Гусеница | 24 |
| 33. Велосипедисты и муха..... | 24 |
| 34. Собака и два путешественника..... | 25 |
| 35. Быстрое возведение в квадрат | 25 |
| 36. Интересное число..... | 25 |
| 37. Найти число..... | 25 |
| 38. Сумма последовательных чисел | 26 |
| 39. Сбор яблок..... | 26 |
| 40. Бой часов | 27 |
| 41. Сумма натуральных чисел..... | 27 |
| 42. Сумма нечетных чисел | 28 |

Глава 4. Переправы и разъезды

| | |
|--|----|
| 43. Через ров..... | 29 |
| 44. Отряд солдат | 29 |
| 45. Волк, коза и капуста..... | 30 |
| 46. Переправа трех рыцарей с оруженосцами..... | 30 |
| 47. Переправа четырех рыцарей с оруженосцами | 30 |
| 48. Переправа в трехместной лодке..... | 30 |
| 49. Переправа через реку с островом | 30 |
| 50. На станции железной дороги..... | 31 |
| 51. Разъезд шести пароходов | 31 |

Глава 5. Дележи

при затруднительных обстоятельствах

| | |
|--------------------------------------|----|
| 52. Вместо мелких долей крупные..... | 32 |
| 53. Кто прав? | 32 |
| 54. Спор | 33 |
| 56. Дележ между двумя | 34 |
| 57. Дележ пополам | 34 |
| 58. Дележ кваса | 34 |

Глава 6. Сказки и старинные истории

| | |
|---|----|
| 59. Как гусь с аистом задачу решали | 35 |
| 60. Крестьянин и черт | 37 |
| 61. Крестьяне и картофель | 38 |
| 63. Недоумение крестьянок | 39 |
| 64. Находка | 40 |
| 65. Дележ верблюдов | 41 |
| 66. Сколько воды в бочке? | 41 |
| 67. Расстановка часовых | 42 |
| 68. Обманутый хозяин | 42 |
| 69. Сказка об Иване-царевиче и Кашее Бессмертном, умевшем считать только до десяти | 43 |
| 70. За грибами | 45 |
| 71. Сколько было? | 46 |
| 72. Часы поставлены верно | 46 |
| 73. Восстановление записи | 46 |
| 74. Хитрецы | 47 |
| 75. Спор кучера с пассажиром | 47 |
| 76. Кто на ком женат? | 49 |

Глава 7. Упражнения с куском бумаги

| | |
|--|----|
| 78. Квадрат | 51 |
| 79. Равнобедренный треугольник | 53 |
| 80. Равносторонний треугольник | 53 |
| 81. Правильный шестиугольник | 55 |
| 82. Правильный восьмиугольник | 57 |
| 83. Оригинальное доказательство | 57 |
| 84. Теорема Пифагора | 58 |
| 85. Как вырезать? | 60 |
| 86. Из прямоугольника — квадрат | 60 |
| 87. Коврик | 60 |
| 88. Два коврика | 61 |
| 89. Коврик с розами | 62 |
| 90. Квадрат на 20 равных треугольников | 62 |
| 91. Из креста — квадрат | 62 |
| 92. Из квадрата — три квадрата | 62 |
| 93. Из квадрата — два квадрата | 63 |
| 94. Из квадрата — три квадрата | 63 |
| 95. Из шестиугольника — квадрат | 63 |

Глава VIII. Геометрические софизмы**и парадоксы**

| | |
|----------------------------------|----|
| 96. Загадочное исчезновение..... | 64 |
| 97. Искусная починка..... | 67 |
| 98. Еще один софизм..... | 68 |
| 99. Похожая задача..... | 69 |
| 100. Земля и апельсин..... | 70 |

Глава 9. Угадывание чисел

| | |
|--|----|
| 101. Угадать число..... | 71 |
| 102. Сколько осталось предметов?..... | 73 |
| 103. Чему равна разность?..... | 73 |
| 104. Чему равно частное?..... | 74 |
| 105. Число 1089..... | 74 |
| 106. Какое число задумано?..... | 74 |
| 107. Волшебная таблица..... | 75 |
| 108. Четное число..... | 76 |
| 109. Видоизменение предыдущей задачи..... | 77 |
| 110. Еще одно видоизменение задачи 108..... | 77 |
| 111. Угадать задуманное число иным способом..... | 79 |
| 112. Угадать задуманное число еще одним способом..... | 81 |
| 113. Угадать несколько задуманных чисел..... | 82 |
| 116. Та же задача с двумя взаимно простыми числами..... | 84 |
| 117. Отгадать несколько задуманных чисел, если каждое из них не превышает десяти..... | 85 |

Глава 10. Игры с числами и предметами

| | |
|--|----|
| 118. Записать единицу тремя пятерками..... | 87 |
| 119. Записать двойку тремя пятерками..... | 87 |
| 120. Записать четыре тремя пятерками..... | 87 |
| 121. Записать пять тремя пятерками..... | 87 |
| 122. Записать нуль тремя пятерками..... | 87 |
| 123. Записать 31 пятью тройками..... | 87 |
| 125. Кто первый скажет «сто»?..... | 88 |
| 126. Обобщение..... | 88 |
| 127. Собрать в группы по 2..... | 88 |
| 128. Собрать в группы по 3..... | 89 |
| 129. Детская пирамида..... | 89 |
| 130. Интересная игра..... | 90 |

Глава 11. Домино

| | |
|--|----|
| Историческая справка..... | 92 |
| 131. Удивительный отгадчик..... | 92 |
| 132. Верная отгадка..... | 95 |
| 133. Сумма всех очков домино..... | 95 |
| 134. Небольшая забава..... | 95 |
| 135. Наибольшее число..... | 96 |
| 136. Квадрат из 8 косточек..... | 97 |
| 137. Квадрат из 18 косточек..... | 97 |
| 138. Прямоугольник из 15 косточек..... | 97 |

Глава 12. Шашки

| | |
|----------------------------------|-----|
| 139. Переставить шашки..... | 98 |
| 140. Четыре пары..... | 98 |
| 141. Пять пар..... | 99 |
| 142. Шесть пар..... | 99 |
| 143. Семь пар..... | 99 |
| 144. Пять линий, 10 шашек..... | 100 |
| 145. Интересная расстановка..... | 100 |

Глава 13. Шахматы

| | |
|-------------------------------------|-----|
| 146. Четыре коня..... | 101 |
| 147. Пешка и конь..... | 102 |
| 148. Две пешки и конь..... | 102 |
| 149. Конь..... | 102 |
| 150. Жуки..... | 102 |
| 151. Жуки на шахматной доске..... | 103 |
| 152. Замкнутый путь жука..... | 103 |
| 153. Пешка и домино..... | 103 |
| 154. Две пешки и домино..... | 103 |
| 155. Опять две пешки и домино..... | 104 |
| 156. Шахматные фигуры и домино..... | 104 |
| 157. О восьми королевах..... | 104 |
| 158. О ходе шахматного коня..... | 110 |

**Глава 14. Комбинаторные задачи
с квадратами**

| | |
|--------------------------------|-----|
| 159. Расставить три числа..... | 116 |
| 160. Расставить 9 чисел..... | 116 |
| 161. Расставить 25 чисел..... | 117 |

| | |
|-----------------------------------|-----|
| 162. Расставить 16 чисел | 117 |
| 163. Расставить четыре буквы..... | 117 |
| 164. Расставить 16 букв | 117 |
| 165. Разместить 16 офицеров..... | 118 |
| 166. Шахматный матч | 118 |

Глава 15. Геометрия путешествий

| | |
|---|-----|
| 167. О пауке и мухе..... | 119 |
| Мосты и острова | 119 |
| 168. Задача Эйлера | 120 |
| 169. Переход через 15 мостов..... | 125 |
| 170. Путешествие контрабандиста | 127 |
| 171. О фигурах, вычерчиваемых одним росчерком | 127 |
| 172. В мастерской..... | 132 |

Глава 16. Лабиринты

| | |
|--|-----|
| Геометрическая постановка задачи о лабиринтах..... | 137 |
| Решение задачи о лабиринтах | 139 |
| 173. Головоломный лабиринт | 142 |
| 174. Беседка..... | 143 |
| 175. Еще лабиринт | 144 |
| 176. Лабиринт английского короля..... | 145 |

Решения, ответы и замечания

| | |
|---|-----|
| I. Задачи-шутки, задачи-загадки и шуточные истории..... | 146 |
| II. Упражнения со спичками | 148 |
| III. Как сосчитать? | 156 |
| IV. Переправы и разъезды | 160 |
| V. Дележи при затруднительных обстоятельствах | 166 |
| VI. Сказки и старинные истории | 173 |
| VII. Упражнения с куском бумаги..... | 182 |
| VIII. Геометрические софизмы и парадоксы..... | 192 |
| IX. Угадывание чисел..... | 195 |
| X. Игры с числами и предметами..... | 203 |
| XI. Домино | 208 |
| XII. Шашки | 210 |
| XIII. Шахматы..... | 215 |
| XIV. Комбинаторные задачи с квадратами | 219 |
| XV. Геометрия путешествий | 229 |

**ЗАДАЧИ-ШУТКИ,
ЗАДАЧИ-ЗАГАДКИ
И ШУТОЧНЫЕ ИСТОРИИ**

1. Дележ

Разделить 5 яблок между пятью лицами так, чтобы каждый получил по яблоку и одно яблоко осталось в корзине.

2. Сколько кошек?

В комнате четыре угла. В каждом углу сидит кошка. Напротив каждой кошки по три кошки. На хвосте каждой кошки по одной кошке. Сколько же всего кошек в комнате?

3. Портной

Портной имеет кусок сукна в 16 метров, от которого он отрезает ежедневно по 2 метра. По истечении скольких дней он отрежет последний кусок?

4. Число 666

Число 666 увеличить в полтора раза, не производя над ним никаких арифметических действий.

5. Дробь

Может ли дробь, в которой числитель меньше знаменателя, быть равной дроби, в которой числитель больше знаменателя?

6. Разрубить подкову

Двумя ударами топора разрубить подкову на шесть частей, не перемещая частей после удара.

7. Что сказал старик?

Два молодых казака, оба лихие наездники, бились между собою об заклад, кто кого перегонит. Не раз то тот, то другой был победителем, наконец это им надоело.

— Вот что, — сказал Григорий, — давай спорить наоборот. Пусть заклад достанется тому, чей конь придет в назначенное место вторым, а не первым.

— Ладно! — ответил Михаил.

Казаки выехали на своих конях в степь. Зрителей собралось множество: всем хотелось посмотреть такую диковинку. Один старый казак начал считать, хлопая в ладоши:

— Раз!.. Два!.. Три!..

Спорщики; конечно, ни с места. Зрители стали смеяться, судить да рядить и порешили, что такой спор невозможен и что спорщики простоят на месте, как говорится, до скончания века. Тут к толпе подошел седой старик, выдавший на своем веку разные виды.

— В чем дело? — спрашивает он.

Ему сказали.

— Эге ж! — говорит старик, — вот я им сейчас шепну такое слово, что поскачут, как ошпаренные...

И действительно... подошел старик к казакам, сказал им что-то, и через полминуты казаки уже неслись по степи во всю прыть, стараясь непременно обогнать друг друга, но заклад все же выигрывал тот, чья лошадь приходила второй.

Что сказал старик?

УПРАЖНЕНИЯ СО СПИЧКАМИ

Запаситесь коробкой спичек. С их помощью вы всегда можете придумать ряд забавных и остроумных задач, развивающих сообразительность и смекалку. Вот для примера некоторые простейшие из них.

8. Сто

Приложить к четырем спичкам (рис. 1) пять спичек так, чтобы получилось сто.

Решение задачи показано на рис. 2. Попробуйте найти еще одно решение.



Рис. 1



Рис. 2

9. Три

Положено пять спичек (рис. 3). Прибавить к ним еще пять спичек так, чтобы получилось три.



Рис. 3

10. Дом

Из спичек построен дом (рис. 4). Переложить две спички так, чтобы дом повернулся другой стороной.



Рис. 4

11. Рак

Спичечный рак ползет вверх (рис. 5). Переложить три спички так, чтобы он пополз вниз.

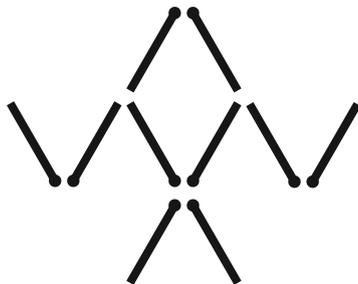


Рис. 5

12. Весы

Весы составлены из девяти спичек и не находятся в состоянии равновесия (рис. 6). Требуется переложить в них пять спичек так, чтобы весы были в равновесии.

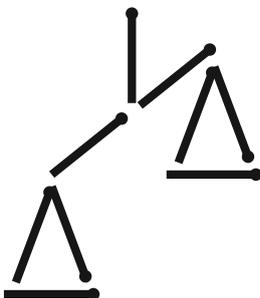


Рис. 6

13. Две рюмки

Две рюмки составлены из десяти спичек (рис. 7). Переложить шесть спичек так, чтобы получился дом.

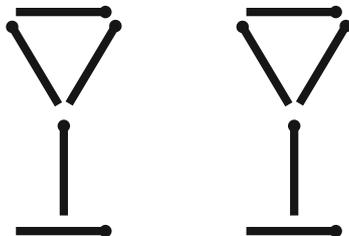


Рис. 7

14. Храм

Этот греческий храм (рис. 8) построен из одиннадцати спичек. Требуется переложить четыре спички так, чтобы получилось пятнадцать квадратов.

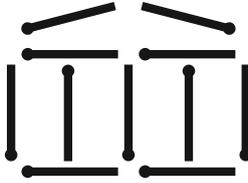


Рис. 8

15. Флюгер

Флюгер (рис. 9) составлен из десяти спичек. Переложить четыре спички так, чтобы получился дом.

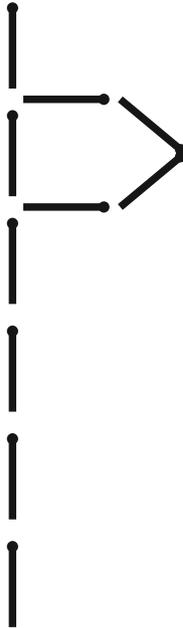


Рис. 9

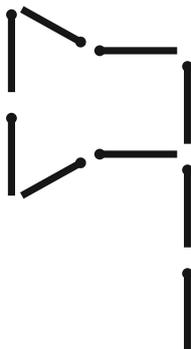
16. Фонарь

Переложив 6 спичек, требуется фонарь (рис. 10) превратить в четыре равных треугольника.

*Рис. 10*

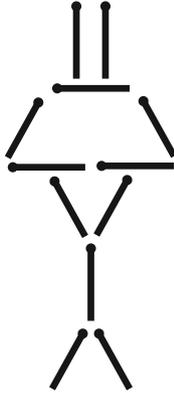
17. Топор

Переложив четыре спички, превратить топор (рис. 11) в три равных треугольника.

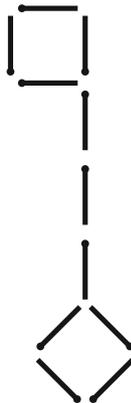
*Рис. 11*

18. Лампа

В лампе, составленной из двенадцати спичек (рис. 12), переложить три спички так, чтобы получилось пять равных треугольников.

*Рис. 12***19. Ключ**

Из десяти спичек сделан ключ (рис. 13). Переложить в нем четыре спички так, чтобы получилось три квадрата.

*Рис. 13*

20. Три квадрата

Построена фигура, показанная на рис. 14. Переложить в ней пять спичек так, чтобы получилось три квадрата.



Рис. 14

21. Пять квадратов

Спички расположены, как показано на рис. 15. Переложить две спички так, чтобы получилось пять равных квадратов.

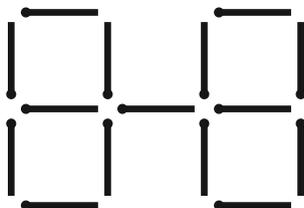


Рис. 15

22. Три квадрата

В фигуре, изображенной на рис. 16, снять три спички так, чтобы получилось три равных квадрата.

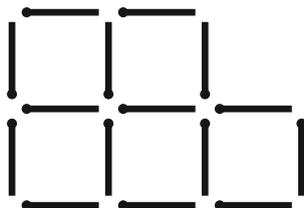


Рис. 16

23. Два квадрата

В фигуре, изображенной на рис. 17, переложить пять спичек так, чтобы получилось всего два квадрата.

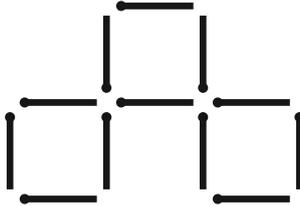


Рис. 17

24. Три квадрата

В спичечной фигуре на рис. 18 переложить три спички так, чтобы получилось три равных квадрата.

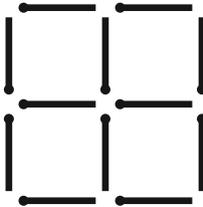


Рис. 18

25. Четыре квадрата

Из спичек сложена фигура, представленная на рис. 19. Переложить семь спичек так, чтобы получилось четыре квадрата.

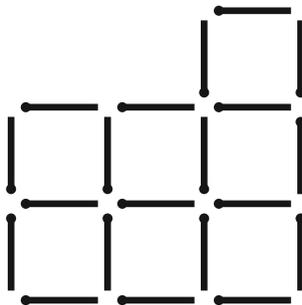


Рис. 19

26. Квадраты

В фигуре на рис. 20 снять восемь спичек так, чтобы: 1) осталось только 2 квадрата; 2) осталось 4 равных квадрата.

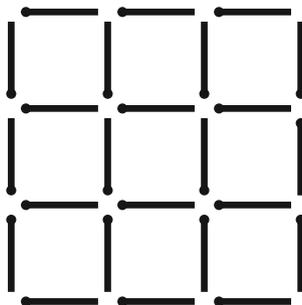


Рис. 20

27. Четыре треугольника

Из шести спичек составить четыре равных равносторонних треугольника.

28. Поднять одной спичкой 15 спичек

Возьмите 15 спичек и поднимите их с помощью одной спички.

КАК СОСЧИТАТЬ?

29. Движение пальца

Один малыш жаловался, что ему трудно запомнить таблицу умножения первых десяти чисел на 9. Отец его нашел очень легкий способ помочь памяти с помощью пальцев рук. Вот этот способ.

Положите обе руки рядом на стол и вытяните пальцы. Пусть каждый палец по порядку означает соответствующее число: первый слева 1, второй за ним 2, третий 3, четвертый 4 и т. д. до десятого, который означает 10. Требуется теперь умножить любое из первых десяти чисел на 9. Для этого вам стоит только, не сдвигая рук со стола, приподнять вверх тот палец, который обозначает множимое. Тогда остальные пальцы, лежащие налево от поднятого пальца, дадут в сумме число десятков, а пальцы направо — число единиц.

Пусть надо умножить 7 на 9. Кладете обе руки на стол и поднимаете седьмой палец, налево от поднятого пальца лежит 6 пальцев, а направо — 3. Значит, результат умножения 7 на 9 равен 63.

Это удивительное на первый взгляд механическое умножение тотчас же станет понятным, если рассмотреть таблицу умножения первых десяти последовательных чисел на 9:

$$1 \times 9 = 09 \qquad 6 \times 9 = 54$$

$$2 \times 9 = 18 \qquad 7 \times 9 = 63$$

$$3 \times 9 = 27 \qquad 8 \times 9 = 72$$

$$4 \times 9 = 36 \qquad 9 \times 9 = 81$$

$$5 \times 9 = 45 \qquad 10 \times 9 = 90$$

Здесь цифры десятков в произведениях идут, последовательно увеличиваясь на единицу: 0, 1, 2, 3, 4, ..., 8, 9, а цифры единиц

идут, наоборот, уменьшаясь на единицу: 9, 8, 7, ..., 1, 0. Сумма же цифр единиц и десятков всюду равна 9. Простым поднятием соответствующего пальца мы отмечаем это и... умножаем. Человеческая рука есть одна из первых счетных машин.

30. Рейс через океан

Каждый день в полдень отправляется пароход из Гавра через Атлантический океан в Нью-Йорк и в то же самое время пароход той же компании отправляется из Нью-Йорка в Гавр. Переезд в том и другом направлении совершается ровно за 7 дней. Сколько судов своей компании, идущих в противоположном направлении, встречает пароход на пути из Гавра в Нью-Йорк?

31. Продажа яблок

Крестьянка принесла на рынок корзину яблок. Первому покупателю она продала половину всех своих яблок и еще пол-яблока, второму —половину остатка и еще пол-яблока, третьему —половину остатка да еще пол-яблока и т. д. Когда же пришел шестой покупатель и купил у нее половину оставшихся яблок и пол-яблока, то оказалось, что у него, как и у остальных покупателей, все яблоки целые и что крестьянка продала все свои яблоки. Сколько яблок она принесла на рынок?

32. Гусеница

В шесть часов утра в воскресенье гусеница начала вползать на дерево. В течение дня, т. е. до 18 часов, она вползала на высоту 5 м, а в течение ночи спускалась на 2 м. В какой день и час она вползет на высоту 9 м?

33. Велосипедисты и муха

Два города, А и В, находятся на расстоянии 300 км друг от друга. Из этих городов одновременно выезжают друг другу навстречу два велосипедиста и мчатся, не останавливаясь, со скоростью 50 км/ч. Но вместе с первым велосипедистом из города А вылетает муха, пролетающая в час 100 км. Муха опережает первого велосипедиста, летит навстречу второму, выехавшему из В. Встретив его, она сразу поворачивает назад к велосипедисту А. Повстречав

его, опять летит обратно навстречу велосипедисту B , и так продолжала она свои полеты взад и вперед до тех пор, пока велосипедисты не съехались. Тогда она успокоилась и села одному из велосипедистов на шапку. Сколько километров пролетела муха?

34. Собака и два путешественника

Два путешественника идут по одной и той же дороге в одном и том же направлении. Первый находится на 8 км впереди другого и идет со скоростью 4 км/ч, второй делает по 6 км в час. У одного из путешественников есть собака, которая именно в тот момент, когда мы начали наблюдать за ними, побежала от своего хозяина к другому путешественнику (ее скорость 15 км/ч). Затем она вернулась к хозяину и опять побежала к другому путешественнику. Так она бегала от одного к другому до тех пор, пока путешественники не встретились. Нужно узнать, какой путь пробежала собака.

35. Быстрое возведение в квадрат

Существует очень простой прием для устного быстрого возведения в квадрат двухзначных чисел, оканчивающихся на 5.

Нужно цифру десятков умножить на ближайшее к этой цифре большее целое число и к произведению приписать 25.

Например, $35^2 = 1225$, $85^2 = 7225$.

Объясните, почему так получается.

36. Интересное число

Некоторое число оканчивается на 2. Если же эту его последнюю цифру переставить на первое место, то число удвоится. Найти это число.

37. Найти число

Найти число, которое, будучи разделено на 2, дает в остатке 1, при делении на 3 дает в остатке 2, при делении на 4 дает в остатке 3, при делении на 5 дает в остатке 4, при делении на 6 дает в остатке 5, но на 7 это число делится надело.

38. Сумма последовательных чисел

Для предлагаемой задачи можно пользоваться картами, которые нетрудно нарезать из бумаги, и нарисовать на них карандашом или чернилами черные кружочки. На первой — один кружочек, на второй — 2 на третьей — 3 и т. д. до десяти. Каждую карту надо сделать в двух экземплярах. Теперь мы вполне подготовлены для практического решения задачи.

Взято десять сделанных нами карточек, от единицы до десятки. Вычислить, сколько всего очков будет в этих десяти картах, не прибавляя последовательно очков первой карты ко второй, результата этого сложения — к очкам третьей и т. д., т. е. не делая длинного ряда последовательных сложений.

Дело сводится к тому, чтобы быстро, без последовательного сложения узнать сумму первых десяти чисел (от 1 до 10). Берем десять карт от единицы до десятки и кладем их в ряд. Берем затем десять других карт и подкладываем их под первым рядом, но только в обратном порядке:

| | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

У нас получается два ряда по десяти карт, или десять столбцов по две карты. Если сосчитать, сколько очков в каждом столбце, окажется, что в *каждом* столбце по *одинадцати* очков. А всего в десяти столбцах, или в двух рядах карт, — десять раз по одинадцати очков, или 110 очков. Но в обоих длинных рядах, очевидно, по одинаковому числу очков. Значит, сумма всех очков одного ряда равна половине 110, т. е. равна 55. Итак, в десяти картах — 55 очков.

Нетрудно видеть, что подобным же образом, не прибегая к последовательному сложению, мы можем вычислить сумму любого ряда целых последовательных чисел до любого данного числа. Например, сумма всех чисел от 1 до 100 будет равна половине сто раз взятого 101, т. е. 5050.

39. Сбор яблок

На расстоянии метра одно от другого лежат в ряд сто яблок, и на расстоянии метра же от первого яблока садовник принес и поставил корзину. Спрашивается, какой длины путь совершит он,

если возьмется собрать эти яблоки так, чтобы брать их последовательно одно за другим и каждое отдельно относить в корзину, которая все время стоит на одном и том же месте?

40. Бой часов

Сколько ударов в сутки делают часы с боем?

41. Сумма натуральных чисел

Как найти сумму n первых натуральных чисел?

С частными случаями этой задачи мы уже встречались в предыдущих задачах. Представим теперь идею решения геометрически. Возьмем прямоугольник; боковую сторону его разделим на n равных частей, а основание на $n + 1$ частей. Через точки деления проведем прямые, параллельные сторонам прямоугольника. Получим сетку, разбивающую его на $n(n + 1)$ маленьких равных прямоугольников (рис. 21).

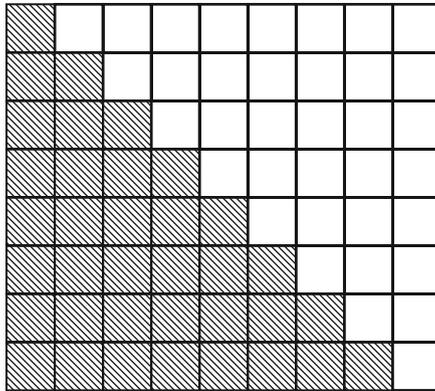


Рис. 21

Рисунок выполнен для случая $n = 8$. Заштрихуем теперь клетки так, как показано на рисунке. Число заштрихованных клеток выразится суммой

$$n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 3 + 2 + 1.$$

Но и количество белых клеток, если считать их по столбцам справа налево, равно тому же числу. Значит,