



Н. Н. Красильников

Цифровая обработка 2D- и 3D-изображений



bhv®



УДК 681.3.06
ББК 32.973.26-018.2
К78

Красильников Н. Н.

К78 Цифровая обработка 2D- и 3D-изображений: учеб. пособие. —
СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 608 с.: ил. — (Учебная литература для вузов)
ISBN 978-5-9775-0700-4

Изложены теоретические основы цифровой обработки 2D- и 3D-изображений. Подробно рассмотрены статистические характеристики изображений и помех, колориметрические системы и управление цветом, зрительная система и восприятие изображений, оцифровка изображений, линейная и нелинейная обработка изображений, геометрические преобразования изображений, морфологические операции и их применение, сегментация изображений, компрессия изображений без потери и с потерей информации, объемные изображения, виртуальная реальность и трехмерное сканирование, цифровое видео и телевидение. Наряду с традиционными методами обработки и компрессии неподвижных изображений и видеопоследовательностей, рассмотрены новейшие.

*Для студентов, аспирантов и специалистов,
изучающих методы цифровой обработки изображений
и занимающихся разработкой алгоритмов и прикладных программ их обработки*

УДК 681.3.06
ББК 32.973.26-018.2

Рецензенты:

М. О. Колбанев, д-р техн. наук, проф., завкафедрой информационных управляющих систем
Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. М. А. Бонч-Бруевича
С. А. Яковлев, д-р техн. наук, проф., проф. Санкт-Петербургского государственного
электротехнического университета "ЛЭТИ"

Группа подготовки издания:

Главный редактор	<i>Екатерина Кондукова</i>
Зам. главного редактора	<i>Евгений Рыбаков</i>
Зав. редакцией	<i>Григорий Добин</i>
Редактор	<i>Анна Кузьмина</i>
Компьютерная верстка	<i>Натальи Караваевой</i>
Корректор	<i>Виктория Пиотровская</i>
Дизайн серии	<i>Инны Тачиной</i>
Оформление обложки	<i>Елены Беляевой</i>
Фото	<i>Кирилла Сергеева</i>
Зав. производством	<i>Николай Тверских</i>

Лицензия ИД № 02429 от 24.07.00. Подписано в печать 28.03.11.

Формат 70×100¹/₁₆. Печать офсетная. Усл. печ. л. 49,02.

Тираж 1500 экз. Заказ №

"БХВ-Петербург", 190005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29.

Санитарно-эпидемиологическое заключение на продукцию
№ 77.99.60.953.Д.005770.05.09 от 26.05.2009 г. выдано Федеральной службой
по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека.

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ГУП "Типография "Наука"
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12.

ISBN 978-5-9775-0700-4

© Красильников Н. Н., 2011
© Оформление, издательство "БХВ-Петербург", 2011

Оглавление

Введение.....	1
Глава 1. Изображения и помехи.....	5
1.1. Объекты реального мира и их свойства.....	5
1.2. Двумерная растровая модель изображения сцен и составляющих их объектов.....	6
1.3. Векторная модель представления двумерных изображений.....	8
1.4. Виды изображений.....	10
1.5. Модели изображений.....	15
1.6. Пространственные спектры изображений.....	16
1.7. Спектральные интенсивности изображений.....	18
1.8. Функции автоковариации изображений.....	22
1.9. Плотность вероятности распределения яркости в изображениях.....	26
1.10. Коэффициент автокорреляции оболочек трехмерных объектов.....	30
Вывод формулы для коэффициента автокорреляции оболочек трехмерных объектов.....	32
Приближенный способ измерения коэффициентов автокорреляции оболочек трехмерных объектов.....	32
Зависимость коэффициента автокорреляции оболочек от угла θ	35
Зависимость коэффициента автокорреляции оболочек от их взаимного смещения вдоль оси z на величину ζ	36
1.11. Гистограммы оболочек реальных трехмерных изображений.....	36
1.12. Характеристики цвета.....	37
1.13. Помехи и их статистические характеристики.....	39
1.14. Источники флуктуационного шума в цифровых фото- и видеокамерах на ПЗС.....	44
1.15. Модель флуктуационного шума матрицы ПЗС.....	46
1.16. Технология маркирования изображений.....	47
Глава 2. Воспроизведение цвета на изображениях и управление цветом	49
2.1. Аксиомы Грассмана и законы смешения цветов.....	49
Опыты по уравниванию цветов.....	49
Аксиомы уравнивания цветов.....	51
2.2. Принципы построения колориметрической системы.....	52
2.3. Колориметрическая система RGB.....	55

2.4. Колориметрическая система XYZ.....	58
2.5. Цветовые расчеты в колориметрической системе XYZ.....	61
Определение цвета смеси двух цветов, заданных координатами цвета	62
Определение цвета смеси трех цветов, заданных цветовыми коэффициентами.....	62
Определение цвета смеси трех цветов, заданных координатами цветностей и величинами яркостей	63
Определение доминирующей длины волны и чистоты цвета	63
2.6. Цветовая температура.....	65
2.7. Другие колориметрические системы	66
Колориметрическая система Манселла.....	66
Колориметрическая система Мак-Адама.....	67
Колориметрическая система $L^*a^*b^*$	68
Колориметрические системы HLS и HSB.....	69
Колориметрические системы CMY и CMYK.....	69
2.8. Вывод на экран и печать цветных изображений.....	70
2.9. Управление цветом, калибровка, основы систем CMS	74
2.10. Баланс белого	77
Автоматический способ установки баланса белого.....	78
Способ с использованием ручной предустановки	79
Ручная установка баланса белого	79
2.11. Каналы, слои и изображения с прозрачным фоном	79
Каналы	79
Изобразительные слои изображения	80
Изображения с прозрачным фоном	81
Цветовая обработка изображения в области, ограниченной произвольным контуром.....	81
2.12. Работа с цветом в графических редакторах	82
Глава 3. Зрительная система и восприятие изображений	85
3.1. Проблема оценки качества воспроизведения изображений	85
3.2. Краткие сведения о строении зрительной системы.....	88
Оптика глаза.....	88
3.3. Адаптация зрительной системы к освещенности и контрастная чувствительность	92
3.4. Разрешающая способность зрительной системы в пространстве (острота зрения)	97
3.5. Инерционность зрения	101
3.6. Восприятие движения.....	104
3.7. Восприятие цвета	104
3.8. Восприятие объема	108
3.9. Обнаружение и опознавание изображений объектов в пороговых условиях наблюдения	109

3.10. Функциональные модели зрительной системы.....	111
3.11. Обобщенная функциональная модель зрительной системы.....	113
3.12. Особенности восприятия семантических изображений зрительной системой человека.....	120
3.13. Методы оценки качества воспроизведения изображений	127
3.14. Корреляционно-энергетический критерий качества изображения, кодированного по стандарту MPEG-2	129
Глава 4. Оцифровка изображений.....	133
4.1. Представление изображений в памяти компьютера.....	133
4.2. Теорема Котельникова	134
4.3. Помеха пространственной дискретизации	137
4.4. Метод уменьшения помехи пространственной дискретизации	143
4.5. Структуры расположения отсчетов при дискретизации изображений.....	146
4.6. Интерполяция при воспроизведении изображений	149
4.7. Квантование изображений по яркости.....	150
4.8. Ложные контуры и методы их ослабления	154
4.9. Моды представления изображений.....	156
4.10. Контраст, детальность, разрешение принтера и частота пространственной дискретизации	157
4.11. Сканеры.....	159
4.12. Цифровые фото- и видеокамеры	161
Глава 5. Линейная фильтрация изображений	163
5.1. Цели применения линейной фильтрации изображений.....	163
5.2. Метод фильтрации цифровых изображений путем их свертки с импульсной характеристикой	164
5.3. Метод фильтрации цифровых изображений в спектральной области	169
5.4. Апертурные искажения изображений.....	171
Апертурные искажения, обусловленные неточной фокусировкой оптической системы.....	171
Апертурные искажения изображения, обусловленные смазом вследствие недостаточно короткой экспозиции при съемке движущегося объекта	174
Апертурные искажения изображения, обусловленные несовершенством преобразователей изображения в сигнал	176
Апертурные искажения изображения, обусловленные несовершенством воспроизводящих устройств.....	178
Искажения, обусловленные турбулентностью атмосферы	178
5.5. Фильтрация изображений, искаженных гауссовым белым шумом	179
5.6. Коррекция апертурных искажений в изображениях при наличии шума	183
5.7. Принципы обработки изображений, основанные на учете особенностей их восприятия зрительной системой.....	189

5.8. Ослабление шума на изображениях методом адаптивной анизотропной фильтрации	191
5.9. Фильтрация изображений в ограниченной пространственной области	195
5.10. Подчеркивание световых границ на изображениях	197
5.11. Метод нерезкого маскирования	198
5.12. Другие линейные методы подчеркивания границ на изображениях	202
5.13. Ослабление дефектов изображения путем размытия	205
5.14. Пределы увеличения разрешения	206
5.15. Линейная фильтрация изображений в графических редакторах	211

Глава 6. Нелинейная обработка изображений 215

6.1. Искажения воспроизведения градаций яркости	215
Фотоматериалы	216
Преобразователи изображения в видеосигнал	217
Воспроизводящие устройства	217
6.2. Коррекция искажений воспроизведения градаций яркости	218
6.3. Видоизменение гистограмм	220
6.4. Методы согласования динамического диапазона изображений с динамическим диапазоном дисплея	222
6.5. Проблема разрежения шкалы квантования при коррекции световых характеристик	230
6.6. Тоновая коррекция	233
6.7. Фотографирование сцен с большим динамическим диапазоном яркостей	234
6.8. Методы отображения сцен с большим динамическим диапазоном яркостей на дисплеях с ограниченным динамическим диапазоном	237
6.9. Билатеральная фильтрация изображений	241
Применение билатеральной фильтрации для улучшения воспроизведения небольших малоконтрастных деталей на изображениях сцен с большим динамическим диапазоном на носителях, у которых динамический диапазон сравнительно невелик	244
Применение билатеральной фильтрации для ослабления заметности ложных контуров на проквантованном изображении	245
Применение билатеральной фильтрации для ослабления заметности гауссова шума на изображении	246
Применение билатеральной фильтрации для выделения текстур из изображений	247
6.10. Методы коррекции апертурных искажений изображений, основанные на использовании их семантической структуры	248
6.11. Гомоморфная фильтрация изображений	253
6.12. Ослабление искажений фотокопии, обусловленных неравномерностью освещенности поверхности фотографируемого оригинала	256
6.13. Медианная и ранговая фильтрация изображений	259
6.14. Адаптивная медианная фильтрация изображений	263

6.15. Некоторые другие виды нелинейной фильтрации изображений	267
Среднегеометрический фильтр	267
Среднегармонический фильтр	267
Контргармонический фильтр	268
6.16. Методы фильтрации гауссова шума, основанные на учете особенностей восприятия семантических изображений зрительной системой	268
Метод, базирующийся на использовании кусочно-гладкой модели изображения	269
Метод, базирующийся на регенерации контурных, градиентных и фактурных компонентов	272
6.17. Нелинейные преобразования изображений в области, ограниченной произвольным контуром	276
6.18. Методы нелинейной обработки изображений в графических редакторах	277

Глава 7. Геометрические преобразования изображений 281

7.1. Геометрические искажения изображений	281
7.2. Аффинные преобразования изображений	282
Сдвиг изображения	283
Поворот изображения относительно начала координат	283
Изменение масштаба изображения	284
7.3. Дисторсия и методы ее коррекции	285
7.4. Перспективные искажения изображений и их коррекция	287
7.5. Коррекция геометрических искажений изображений в общем случае	289
7.6. Метод определения функций, описывающих геометрические искажения	292
7.7. Наложение текстуры на полигональную оболочку объекта	293
7.8. Увеличение изображений	296
Интерполяция нулевого порядка	296
Билинейная интерполяция	299
Бикубическая интерполяция	300
Интерполяция посредством функций $\sin x/x$	302
7.9. Метод триангуляции	304
7.10. Уменьшение изображений	306
7.11. Интерполяция при использовании матриц Байера	308

Глава 8. Морфологические операции и их применение..... 315

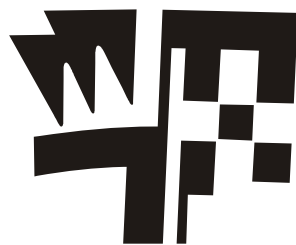
8.1. Морфологические операции	315
8.2. Бинарные изображения и их характеристики	315
8.3. Логические операции над бинарными изображениями	317
8.4. Понятие связности	318
8.5. Логическая апертура	320
8.6. Морфологические операции дилатации и эрозии бинарных изображений	322
8.7. Использование шаблонов при выполнении морфологических операций	326

8.8. Морфологические операции бинарного открытия и бинарного закрытия	329
8.9. Морфологические операции утончения и утолщения бинарных изображений	333
8.10. Морфологические операции: усечение, мост и удаление центрального пиксела в конфигурациях с <i>H</i> -связностью бинарных изображений	335
8.11. Заполнение (заливка) областей бинарных изображений	339
8.12. Построение скелета объекта на бинарном изображении	340
8.13. Производные морфологические операции над бинарными изображениями	341
8.14. Использование "интегральных" шаблонов при выполнении морфологических операций над бинарными изображениями	343
8.15. Морфологические операции дилатации, эрозии, открытия и закрытия полутоновых изображений	344
8.16. Морфологические операции <i>tophat</i> , <i>bothat</i> и морфологический градиент при фильтрации полутоновых изображений	347
8.17. Фильтрация полутоновых изображений посредством логической апертуры	350
Глава 9. Сегментация изображений	353
9.1. Сегментация изображений на отдельные области	353
9.2. Обнаружение на изображении точек и отрезков прямых линий	354
9.3. Обнаружение перепадов яркости на изображении	355
Перекрестный градиентный оператор Робертса	357
Градиентный оператор Превитта	358
Градиентный оператор Собела	358
9.4. Методы выделения контуров на изображениях	359
9.5. Метод сегментации путем связывания пирамиды	365
9.6. Пороговая обработка	368
9.7. Метод выращивания областей	370
9.8. Метод разделения и слияния областей	371
9.9. Метод сегментации на основе движения	372
9.10. Сегментация, основанная на применении морфологических операций эрозии и наращивания	374
9.11. Особенности сегментации изображений в случае, когда признак, по которому она выполняется, является векторной величиной	376
9.12. <i>K</i> -метод сегментации изображений	378
9.13. Сегментация изображений на основе статистических характеристик текстуры	378
9.14. Интерактивная сегментация изображений	380
9.15. Гранулометрия	383
9.16. Обнаружение и различение на изображении объектов известной формы	385

Глава 10. Объемные изображения	387
10.1. Стереоскопические изображения	387
Методы получения стереоизображений.....	390
Методы наблюдения стереоизображений.....	391
10.2. 2,5D-изображения	395
10.3. Воксельная модель представления трехмерных изображений.....	396
10.4. Векторная полигональная модель представления трехмерных изображений	398
10.5. Модель освещения	401
10.6. Определение нормали к поверхности и вектора отражения.....	403
10.7. Методы закраски граней	406
Метод Гуро.....	407
Метод Фонга	408
10.8. Трассировка лучей	408
Метод прямой трассировки лучей	408
Метод обратной трассировки лучей	409
10.9. Проекция трехмерных изображений на плоскость	410
10.10. 3D-сканеры	411
Контактный метод сканирования и реализующие его сканеры	412
Бесконтактные методы сканирования и реализующие их сканеры	412
10.11. Трехмерное сканирование, основанное на диффузном отражении света сканируемыми объектами	420
10.12. Определение координаты глубины по 2D-изображению	426
10.13. 3D-печать	431
10.14. Обработка оболочек трехмерных изображений	434
 Глава 11. Цифровое видео и телевидение	 439
11.1. Динамические изображения.....	439
11.2. Съемка исходного материала.....	440
11.3. Форматы растров цветных изображений.....	443
Формат 4:4:4	444
Формат 4:2:2	444
Формат 4:2:0	445
Формат 4:1:1	446
11.4. Элементы нелинейного монтажа.....	446
11.5. Разбивка видеоматериала на отдельные сцены	449
11.6. Создание переходов.....	450
11.7. Морфинг и варпинг.....	453
11.8. Принципы анимации.....	455
11.9. Спецэффекты.....	457
11.10. Цифровая запись видеоданных.....	460
11.11. Мобильное телевидение и видео	464

11.12. Объемное телевидение и видео	466
11.13. Виртуальные студии	468
11.14. Аппаратные средства и пакеты программ для работы с цифровым видео	470
Глава 12. Сжатие изображений без потерь информации	473
12.1. Проблема сжатия изображений	473
12.2. Избыточность изображений	474
12.3. Декорреляция сигнала изображения	477
12.4. Кодирование длин серий	478
12.5. Кодирование методом LZW	480
12.6. Метод кодирования Хаффмена	482
12.7. Арифметическое кодирование	484
12.8. Некоторые детали алгоритмов арифметического кодирования	488
Сжатие	488
Протяженность цепочек кодируемых символов	490
Адаптивное арифметическое кодирование	490
12.9. Разделение кодируемого сигнала изображения на контексты	491
12.10. Проблема накопления ошибок преобразования при сжатии изображений	494
12.11. Предварительная логическая фильтрация изображений для увеличения степени их сжатия кодерами без потерь информации	497
12.12. Экспериментальное исследование метода предварительной обработки изображений	498
12.13. Кодирование битовых плоскостей	502
Глава 13. Сжатие изображений с потерями информации	507
13.1. Дифференциальная кодово-импульсная модуляция	507
13.2. Кодирование с использованием ортогональных преобразований	510
13.3. Дискретное косинусное преобразование	514
13.4. Метод оптимального распределения двоичных единиц кода между спектральными коэффициентами	516
13.5. Сжатие изображений в формате JPEG	519
13.6. Вейвлет-преобразование	522
13.7. Сжатие изображений на основе вейвлет-преобразования	526
13.8. Сжатие изображений в формате JPEG 2000	530
13.9. Фрактальное кодирование	531
13.10. Сжатие изображений в формате MPEG-2	533
13.11. Определение векторов движения	536
13.12. Сжатие изображений в формате MPEG-4	538
13.13. Сжатие изображений в формате H.264	540
13.14. Метод сжатия, основанный на использовании 3D-моделей, для представления движущихся объектов на 2D-изображениях	541
13.15. Обзор форматов записи изображений	543

Глава 14. Виртуальная реальность	547
14.1. Виртуальная реальность и области ее применения	547
14.2. Объектно-ориентированный подход.....	548
14.3. Простейшие сцены в виртуальном мире	550
14.4. Более сложные сцены в виртуальном мире.....	553
14.5. Объекты, обеспечивающие путешествие в виртуальном мире	556
14.6. Объекты, обеспечивающие взаимодействие пользователя с объектами виртуального мира	559
14.7. Алгоритмические языки, применяемые в системах виртуальной реальности	564
14.8. Имитация искусственного интеллекта.....	565
14.9. Тренажеры	566
Тренажер NASA, имитирующий работу аэропортов.....	566
Тренажер, имитирующий взлет шаттла	567
Виртуальный тренажер бензопилы, основанный на принципе смешанной реальности	567
Тренажер "комната виртуальной реальности"	568
14.10. Компьютерные игры.....	568
14.11. Периферийные устройства.....	569
Шлем виртуальной реальности	569
Системы трекинга	570
Джойстик и руль автомобиля.....	570
Перчатки виртуальной реальности (VR Gloves)	570
Всенаправленная беговая дорожка	571
14.12. Методы записи движений человеческого тела	572
Заключение	575
Литература	577
Предметный указатель	589



Глава 1

Изображения и помехи

1.1. Объекты реального мира и их свойства

Посредством зрения мы воспринимаем образ окружающего нас мира. Этот мир трехмерный и состоит из множества, как правило, трехмерных объектов. Каждый объект имеет оболочку (поверхность), которая отделяет его от окружающего пространства. Оболочка каждого объекта имеет присущие ей отражательные характеристики, характеристики прозрачности и характеристики излучения, которые по ее поверхности могут быть неоднородными. Для того чтобы мы могли наблюдать окружающие нас объекты, они должны быть освещены, если только не являются самосветящимися.

В процессе наблюдения свет от рассматриваемых объектов попадает на сетчатки глаз и формирует на них изображения, которые представляют собой центральные проекции рассматриваемых объектов. Распределение интенсивностей для всего спектра видимого излучения по поверхностям сетчаток определяется отражательными характеристиками, характеристиками прозрачности и характеристиками излучения поверхностей объектов, их положением относительно точки наблюдения, спектральными характеристиками источников освещения, а также положением источников освещения относительно наблюдаемых объектов.

Поскольку положение наблюдателя, положение источников освещения и спектральные характеристики источников освещения могут изменяться в широких пределах, то одному и тому же объекту может соответствовать бесчисленное количество проекций на сетчатках глаз.

Наиболее устойчивыми признаками объектов на изображениях, формирующихся на сетчатках глаз, являются их контуры, поскольку они представляют собой проекции оболочек объектов, которые не зависят от условий освещения. Вот почему контурный, или силуэтный, рисунок позволяет легко узнавать изображаемый объект [46, 47, 72].

Зрительная система при наблюдении трехмерной сцены формирует ее *трехмерное представление* в коре головного мозга. Это необходимо уже хотя бы для того, чтобы мы имели возможность манипулировать различными объектами, составляющими сцену, и не сталкиваться с ними при своем перемещении в пространстве, а также распознавать их при наблюдении под различными ракурсами [169].

С самого начала отметим, что для формирования в зрительной системе объемного представления объектов, составляющих сцену, наличие бинокулярного зрения не является обязательным. Объемное представление трехмерных объектов способны формировать и люди, не имеющие возможности бинокулярно рассматривать наблюдаемую сцену, а также многие животные и птицы, вообще лишенные бинокулярного зрения. Поскольку при формировании объемного представления незнакомого трехмерного объекта в зрительной системе единственным источником информации о нем являются его двумерные проекции на сетчатки глаз, то для этого необходимо располагать рядом таких проекций, полученных, например, при различных ракурсах наблюдения.

Из сказанного следует, что при наблюдении сцен, изображенных, например, на фотографиях, на сетчатках глаз создаются проекции подобные тем, что создаются при непосредственном наблюдении самих изображаемых сцен, благодаря чему создаваемое впечатление близко к тому, которое имеет место при наблюдении изображаемой натуры. На этом, собственно, и базируются такие виды изобразительного искусства, как живопись, фотография и кино.

Впечатление реальности еще больше усиливается, если зрителю предлагают для наблюдения трехмерное изображение сцены, поскольку при этом у него появляется возможность его рассматривать при различных ракурсах наблюдения, как в жизни. Трехмерные изображения лежат в основе развивающихся в настоящее время новых технологий — технологий виртуальной реальности.

1.2. Двумерная растровая модель изображения сцен и составляющих их объектов

В компьютерной графике используют растровую и векторную модели двумерного изображения [82]. В основе растровой модели лежит *растр* — матрица пикселей, которые представляют интенсивность соответствующих участков изображения. В качестве поясняющего примера на рис. 1.1 приведен фрагмент растрового изображения с ортогональным расположением пикселей, линейные размеры которых в обоих направлениях одинаковы. Помимо растра с ортогональным расположением пикселей возможны и другие растры, например, растр с шахматным расположением пикселей, растр с диагональным расположением пикселей, однако они применяются редко [98].

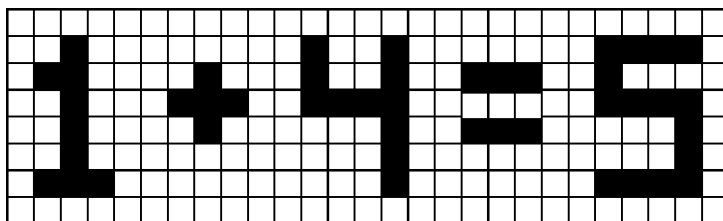


Рис. 1.1. Растровое изображение

Растровое изображение характеризуется разрешением, которое определяется количеством пикселей на единицу длины. Чем больше пикселей приходится на единицу длины, тем выше разрешение и тем более мелкие детали могут быть воспроизведены на изображении. Для того чтобы изображение можно было обрабатывать посредством компьютера, его представляют в цифровой форме. В случае полутонового черно-белого, т. е. не цветного изображения, это означает, что интенсивность (яркость) каждого пиксела представляется числом, которое обычно лежит в пределах от 0 до 255. Другими словами, полутоновое черно-белое изображение представляется в виде двумерной матрицы, состоящей обычно из 8-разрядных двоичных чисел. Для представления цветного изображения в цифровой форме используют уже три матрицы, каждая из которых, как правило, состоит из 8-разрядных двоичных чисел, реже из 16-разрядных. При этом элементы каждой из этих матриц представляют интенсивности красного, зеленого и синего компонентов цвета пиксела, поскольку цвет каждого из пикселей раstra синтезируется путем смешения красного, зеленого и синего цветов, как в палитре художника.

При выборе разрешения изображения исходят из того, чтобы зрителю изображение казалось непрерывным, т. е. чтобы зритель не видел на изображении растровой структуры. С этой целью количество пикселей на единицу длины в изображении выбирают, исходя из остроты (разрешающей способности) зрения. Известно, что при наблюдении двух объектов, угловое расстояние между которыми меньше одной угловой минуты, они сливаются в один объект. Из этого следует, что для отсутствия заметности растровой структуры угловое расстояние между формирующими ее пикселями β должно быть меньше одной угловой минуты или, в крайнем случае, равняться ей. Рисунок 1.2, на котором представлен растр, поясняет изложенное.

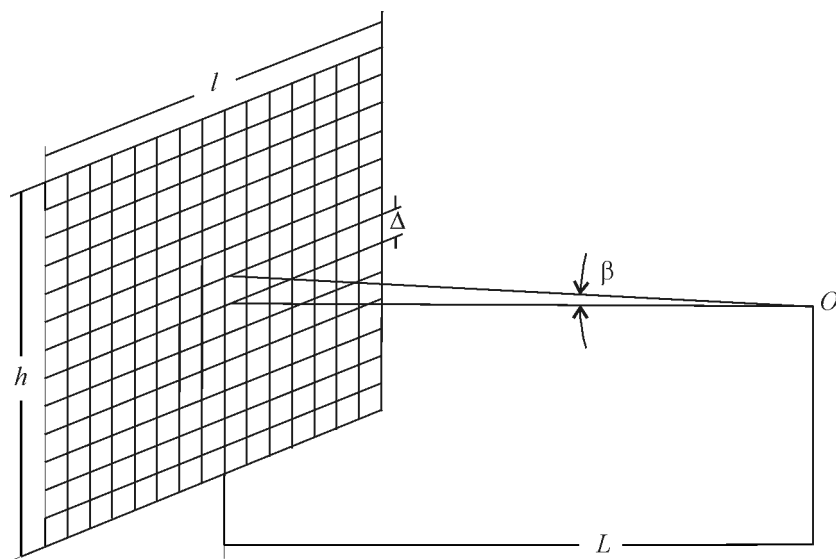


Рис. 1.2. К определению выбора разрешения

Поскольку угол β зависит от расстояния наблюдения, линейное расстояние между центрами пикселей Δ (шаг пространственной дискретизации изображений) также зависит от этого угла. Записывая очевидное геометрическое соотношение $\Delta/L = \operatorname{tg}\beta$, имеем $\Delta = L\operatorname{tg}\beta$, при этом общее число пикселей N , составляющих растр, будет равно $N = hl/\Delta^2$, что после подстановки значения Δ дает $N = hl/(L\operatorname{tg}\beta)^2$. Поскольку tg от одной минуты равен $2,909 \cdot 10^{-4}$, получим окончательно

$$N = \frac{11817146hl}{L^2}, \quad (1.1)$$

а число строк z в изображении, как не трудно видеть, будет равно

$$z = \frac{3437h}{L}.$$

Из выражения (1.1) следует, что минимально необходимое количество пикселей, составляющих растр изображения, определяется не только его размером, но также в сильной степени условиями наблюдения изображения, т. е. расстоянием, с которого ведется наблюдение. В телевидении расстояние наблюдения принимается равным $L \equiv (5..6)h$. Учитывая, что согласно телевизионному стандарту отношение ширины изображения к его высоте l/h принято близким к $4/3$, число строк в телевизионном изображении в соответствии с приведенными расчетами должно быть $z \equiv 574..689$, что близко к принятому по стандарту значению 625 [93]. Аналогичным образом решается задача применительно к компьютерным дисплеям, но с учетом специфики наблюдения изображения на экране монитора.

Количество растровых элементов в изображении наряду с разрядностью двоичного кода, посредством которого представляется яркость (в случае цветного изображения интенсивности красного, зеленого и синего цветов), определяет необходимый объем памяти для хранения изображения. В случае черно-белого полутонового изображения (grayscale) необходимый объем памяти равен $M = 8N$ бит, в случае цветного изображения с использованием моды RGB (True Color) необходимый объем памяти составит уже $M = 24N$ бит. Так, например, для того чтобы сохранить цветное RGB-изображение размером 1000×1000 пикселей, потребуется около 3 Мбайт памяти.

1.3. Векторная модель представления двумерных изображений

В отличие от растровых изображений, основой которых являются пиксели, основой векторных изображений являются контуры, представляемые кривыми, называемыми *векторами* [82]. Каждый контур векторного изображения представляет собой отдельный объект, который можно независимо от других редактировать.

В соответствии с этим векторную графику также иногда называют *объектно-ориентированной графикой*. Файлы векторных изображений содержат набор инструкций, их основа — формулы, по которым строятся контуры. Благодаря тому, что форма контуров задается этими инструкциями, точность воспроизведения векторного изображения, его четкость, определяется только разрешающей способностью воспроизводящего устройства (принтера, экрана дисплея и т. д.). По этой причине векторное изображение может быть неограниченно увеличено без потери качества, в то время как в случае увеличения растровых изображений мы встречаемся с серьезными проблемами. Другим достоинством векторных изображений является компактность их хранения. Действительно, для того чтобы сохранить изображение отрезка прямой линии в векторном формате, необходимо сохранить координаты, определяющие его начало и конец, а также данные о цвете и толщине. Для этого потребуется всего несколько байтов. В то же время для хранения изображения того же отрезка в растровом режиме потребуется значительно больший объем информации, поскольку при этом необходимо хранить цвет каждого из множества пикселей, составляющих отрезок. Отсюда следует, что векторный формат, как правило, более компактен, чем растровый, хотя байтовый размер векторного изображения в случае сложных рисунков может превышать байтовый размер этих же рисунков в растровом формате. Векторное изображение легко экспортируется в растровый формат, но не наоборот. Вместе с тем векторная графика не пригодна для хранения полутоновых изображений, например, фотографий.

Векторное изображение состоит из объектов. Каждый объект состоит из одного или нескольких контуров. Контуры могут быть замкнутыми или открытыми, т. е. незамкнутыми. Примером замкнутого контура является окружность, примером открытого — отрезок линии. Замкнутые контуры могут быть заполненными заливкой. В свою очередь, каждый контур, в зависимости от сложности, состоит из одного или нескольких сегментов, представляющих собой отрезки прямых или кривых линий, заканчивающихся узлами (опорными точками). Узлы определяют положение сегмента в контуре. На рис. 1.3 показаны элементы векторного изображения.

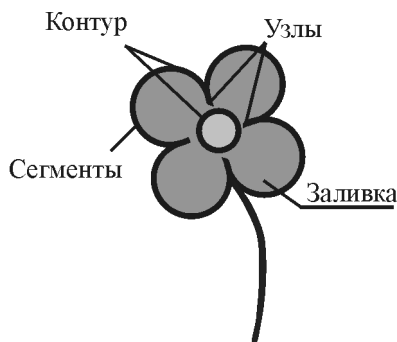


Рис. 1.3. Векторная модель представления двумерных изображений

Рассмотрим кратко математические основы векторной графики. В векторной графике точке соответствует узел.

Для описания отрезка прямой линии в векторной графике используют уравнение

$$y = ax + b,$$

где x и y — декартовы координаты, а a и b — постоянные коэффициенты. Кроме того, начало и конец отрезка задаются координатами x_1 и x_2 .

Для описания кривых второго порядка — окружностей, эллипсов, парабол и гипербол — используют кривые второго порядка

$$x^2 + a_1 y^2 + a_2 xy + a_3 x + a_4 y + a_5 = 0,$$

где a_1, a_2, a_3, a_4 и a_5 — постоянные коэффициенты. Поскольку сегмент представляет собой отрезок линии, в данном случае кривой, то необходимо задать координаты, определяющие его начало и конец, например, x_1 и x_2 . Эти кривые в векторной графике используются для построения базовых примитивов, в частности эллипсов и окружностей. Особенностью этих кривых является то, что они не имеют точек перегиба.

В отличие от кривых второго порядка, кривые третьего порядка могут иметь точки перегиба, что дает возможность их использовать для представления в векторной форме различных природных объектов. Уравнение, применяемое для описания кривых третьего порядка, имеет вид

$$x^3 + a_1 y^3 + a_2 x^2 y + a_3 xy^2 + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_6 xy + a_7 x + a_8 y + a_9 = 0,$$

где $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ и a_9 — постоянные коэффициенты. Так же, как и ранее, поскольку сегмент представляет собой отрезок линии, то необходимо задать координаты, определяющие его начало и конец — x_1 и x_2 .

Широкое применение в векторной графике получили *кривые Безье третьего порядка*. Особенностью этих кривых является то, что они позволяют удобно регулировать не только положение узлов на плоскости изображения, но также величины первой производной линии (угла наклона) и ее второй производной (кривизну) в этих точках. Это, в частности, обеспечивает возможность соединять отдельные сегменты без изломов в точках соединения и тем самым аппроксимировать отрезками кривых Безье контуры любой сложности.

1.4. Виды изображений

Неподвижное ахроматическое изображение представляет собой функцию, описывающую распределение яркости L_c на плоскости, т. е. $L_c(x, y)$, где x и y — декартовы координаты. Для представления ахроматического движущегося изображения в написанное выражение добавляется еще одна независимая переменная — время t , а запись принимает вид $L_c(x, y, t)$. Цветные изображения натуральных сцен,

получаемые в результате их оптической проекции на какую-либо поверхность, например на светочувствительную поверхность датчика телевизионного сигнала, будут в числе независимых переменных содержать еще и длину волны светового излучения λ . В этом случае для цветного неподвижного изображения будем иметь $L_c(x, y, \lambda)$, а для движущегося — $L_c(x, y, t, \lambda)$, где L_c следует рассматривать как интенсивность излучения на длине волны λ , в точке с координатами x и y , в момент времени t . Аналогичным образом можно перейти к описанию "объемных" изображений, добавив еще одну пространственную координату z .

Однако современная техника передачи, консервации и демонстрации изображений основана на их представлении в виде ряда компонентов. Так, например, цветное изображение, предназначенное для вывода на экран телевизора или на экран монитора компьютера, представляется в виде 3-х цветоделенных изображений: красного, зеленого и синего. В полиграфии по причинам, которые будут рассмотрены в дальнейших разделах книги, число цветоделенных изображений может быть большим. Аналогичным образом обстоит дело с движущимися изображениями, которые, как известно, представляются последовательностью неподвижных, быстро сменяющих друг друга изображений, на каждом из которых зафиксирована соответствующая фаза движения. Быстрая смена этих изображений создает иллюзию движения.

В общем случае, последовательность неподвижных цветоделенных изображений, которой представляются реальные цветные движущиеся изображения, обладает одной замечательной особенностью — все они описываются очень похожими характеристиками. Эта особенность позволяет в дальнейшем сосредоточиться на рассмотрении свойств и методов обработки неподвижных ахроматических изображений, распространяя полученные результаты на цветные изображения, и лишь в необходимых случаях выходить за эти рамки.

Продолжая изложение, отметим, что изображения принято разделять на два класса: *семантические*, т. е. смысловые, и *текстурные*. Примеры этих изображений приведены на рис. 1.4 и 1.5 соответственно.

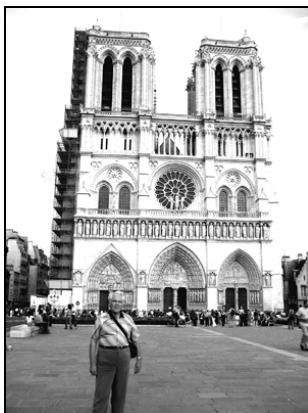


Рис 1.4. Пример семантического изображения



Рис. 1.5. Пример текстурного изображения

В процессе длительной эволюции зрительная система человека приспособилась обнаруживать, опознавать и классифицировать не любые произвольные распределения яркости, спроецированные зрачком на сетчатку глаза, а лишь те, которые создаются объектами внешнего мира. В этом легко убедиться, если попытаться обнаружить шумовой узор ("шумовой объект"), показанный на рис. 1.5, б на фоне шумового поля, которое приведено на рис. 1.5, а. Эта задача решается с трудом путем поэлементного сравнения обоих изображений, тогда как на рис. 1.4 любой объект находится легко и быстро.

Отмеченная особенность зрения широко используется в природе для целей камуфляжа. Так, например, неправильной формы полосы на шкуре тигра делают его плохо различимым в зарослях.

Характерной особенностью изображений реальных объектов является то, что они состоят из областей, разделенных более или менее резкими световыми границами, внутри которых яркость и цвет изменяются сравнительно медленно. Эти световые границы (контуры) передают форму объекта и являются основой для его опознавания. Из опыта известно, что информации, содержащейся в контурах, как правило, вполне достаточно для безошибочного узнавания объекта. Так, например, мы легко узнаем лицо знакомого человека по контурному рисунку.

Найдем связь между структурой изображений реальных объектов и их пространственными спектрами, полученными в результате интегрального преобразования Фурье. С этой целью рассмотрим спектры трех различных по резкости световых границ, ориентированных перпендикулярно к оси x . Поскольку в данном случае яркость изображений не зависит от координаты y , задачу можно существенно упростить, сведя ее к одномерной. На рис. 1.6 приведены три различные зависимости изменения яркости на границе от координаты x , которые описываются выражениями

$$L_1(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq x_0, \\ L & \text{при } x > x_0, \end{cases}$$

$$L_2(x) = \begin{cases} \frac{L}{2} - \frac{L}{2} \exp[\alpha(x - x_0)] & \text{при } x \leq x_0, \\ \frac{L}{2} + \frac{L}{2} \exp[-\alpha(x - x_0)] & \text{при } x > x_0, \end{cases}$$

$$L_3(x) = \begin{cases} \frac{L}{2} \exp[\alpha(x - x_0)] & \text{при } x \leq x_0, \\ L - \frac{L}{2} \exp[-\alpha(x - x_0)] & \text{при } x > x_0. \end{cases}$$

Определяя спектры функций $L(x, y)$, в результате преобразований получим

$$M_1(\omega_x) = (L/\omega_x) \exp[-\mathbf{i}(\pi/2 + \omega_x x_0)],$$

$$M_2(\omega_x) = L\pi\delta(\omega_x) + \left[(L\omega_x)/(\alpha^2 + \omega_x^2) \right] \exp[-\mathbf{i}(\pi/2 + \omega_x x_0)],$$

$$M_3(\omega_x) = \left\{ (L\alpha^2)/\left[\omega_x(\alpha^2 + \omega_x^2) \right] \right\} \exp[-\mathbf{i}(\pi/2 + \omega_x x_0)],$$

где ω_x — круговая пространственная частота, $\mathbf{i} = \sqrt{-1}$. (Подробно о спектрах изображений см. в разд. 1.6.)

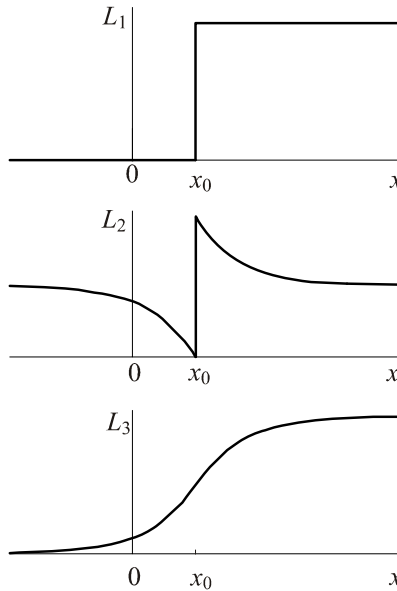
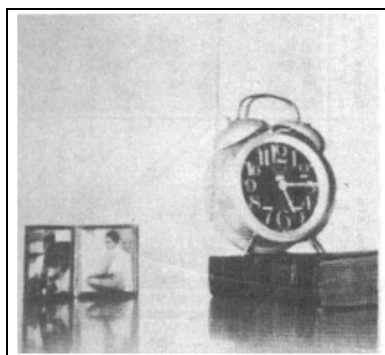


Рис. 1.6. Примеры распределения яркости на световых границах

Первое, что обращает на себя внимание, — идентичность фазовых спектров для всех трех границ. Нетрудно видеть, что информация о наличии и положении световой границы заключена в фазовом спектре. Амплитудный спектр не содержит

информации о положении границы, однако в нем заключена информация о резкости изображения [49]. Из опыта работы с изображениями известно, что изображение может быть подвергнуто значительным линейным и нелинейным искажениям, но если при этом искажения фазового спектра будут невелики, так что они не вызовут исчезновения существующих или появления новых световых границ, изображение будет оставаться легко узнаваемым. К таким искажениям относятся интегрирование, которое приводит к потере четкости изображений, дифференцирование, приводящее к подчеркиванию границ на изображении, поэлементное преобразование вида $u = f(v)$ (где $f(v)$ — монотонная функция), приводящее к изменению контраста, и ряд других. Если же в результате преобразования изображения существенно искажается его фазовый спектр, то может иметь место потеря узнаваемости изображаемого объекта.

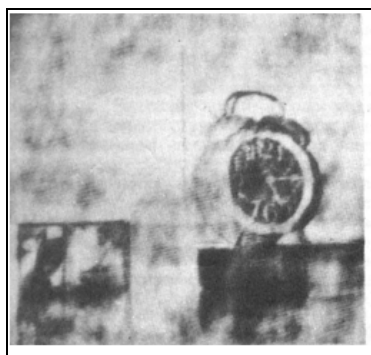
Наглядный пример тому — потеря различения изображения при воздействии на него флуктуационным шумом, имеющим большую дисперсию. В результате такого воздействия плотность вероятности распределения фазы частотных составляющих зашумленной реализации приближается к равномерной на интервале $0...2\pi$, что влечет за собой полное размытие световых границ на изображении.



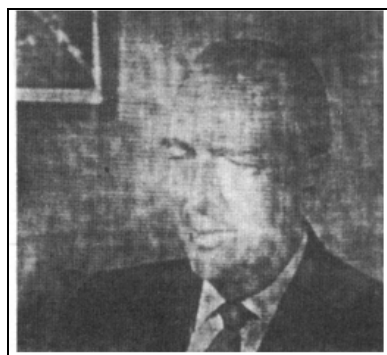
а



б



в



г

Рис. 1.7. Исходные (а) и (б) и синтезированные (в) и (г) изображения.
Изображения заимствованы из [79]

Наиболее убедительным доказательством приведенных ранее положений служит эксперимент с восстановлением изображений по "перепутанным" амплитудным и фазовым спектрам [79]. Эксперимент заключался в том, что для изображений, показанных на рис. 1.7, *а* и *б*, находились амплитудные и фазовые спектры, по которым составлялись новые спектры следующим образом:

$$M_B(\omega_x, \omega_y) = |M_B(\omega_x, \omega_y)| \exp[-i\phi_A(\omega_x, \omega_y)],$$

$$M_G(\omega_x, \omega_y) = |M_A(\omega_x, \omega_y)| \exp[-i\phi_B(\omega_x, \omega_y)],$$

после чего по спектрам $M_B(\omega_x, \omega_y)$ и $M_G(\omega_x, \omega_y)$ синтезировались изображения, показанные на рис. 1.7, *в* и *г*. Из рисунка видно, что замена ("перепутывание") амплитудных спектров привела лишь к некоторому зашумлению изображений без потери их различимости.

На основании изложенного можно сделать вывод, что *при передаче и консервации изображений особое внимание следует уделять точности передачи фазового спектра*. В телевидении к этому выводу пришли давно, чисто опытным путем, заметив, что амплитудно-частотные и амплитудные (нелинейные) искажения менее заметны на изображении, чем фазо-частотные.

При решении ряда задач прикладного характера приходится иметь дело с различением текстурных полей на изображении. В последнее время много внимания уделяется анализу изображений, полученных при дистанционном зондировании Земли, где вопрос различения текстур занимает ведущее место. В результате экспериментальных исследований было найдено, что *человек способен различать текстурные поля, если они различаются между собой одномерными плотностями вероятностей распределения яркости в них или если при одинаковых одномерных плотностях распределения вероятностей имеется различие в функциях автокорреляции. Если же текстурные поля различаются только плотностями распределения вероятностей третьего или более высокого порядка, то они визуально не различимы*. Это положение носит название *гипотезы Юлеша*. Впоследствии рядом исследователей были найдены примеры текстур, противоречащих этой гипотезе, хотя, как отмечают сами исследователи, зрительно эти текстуры трудно различимы [83].

1.5. Модели изображений

В теории цифровой обработки изображений в зависимости от решаемой задачи используют различные модели изображений. Под *моделью изображения* понимается комплекс характеристик, описывающих распределение яркости на плоскости, которыми аппроксимируется рассматриваемый класс изображений. Модель должна удовлетворять противоречивым требованиям достаточной близости к реальным изображениям и простоты теоретического анализа. При выборе модели существенное значение имеет также степень общности результатов, которые могут быть получены при ее использовании. В зависимости от того, какое из требований приоб-

ретаёт большее значение, используют ту или иную модель изображения различной степени сложности. В качестве примера приведем одну из моделей, применяемую при синтезе алгоритмов нелинейной обработки изображений:

$$L_c(x, y) = kE(x, y)r_c(x, y),$$

где $r_c(x, y)$ — коэффициент отражения различных участков сцены, соответствующих ее проекции на светочувствительную поверхность датчика сигнала изображения с координатами (x, y) ; $E(x, y)$ — освещенность различных участков сцены, соответствующих ее проекции на светочувствительную поверхность датчика сигнала изображения с координатами (x, y) ; k — коэффициент, согласующий размерности. Важными свойствами функции $r_c(x, y)$ и $E(x, y)$ являются следующие. Коэффициент отражения $r_c(x, y)$ — это функция, характеризующаяся наличием резких скачков, возникающих на контурах, в то время как $E(x, y)$ представляет собой в основном очень медленно изменяющуюся функцию координат (x, y) . Благодаря этому спектр $r_c(x, y)$ является широкополосным, а спектр функции $E(x, y)$ узкополосным, что используется, например, в целях "улучшения" качества изображения при его гомоморфной фильтрации. Другим важным свойством функций $r_c(x, y)$ и $E(x, y)$ является их положительность, что обеспечивает положительность $L_c(x, y)$. Свойство положительности $L_c(x, y)$ накладывает сильные ограничения на выбор возможных алгоритмов обработки, поскольку результат обработки — обработанное изображение — также должен быть положительной функцией, т. к. отрицательные значения яркости физически не реализуемы. В дальнейшем мы познакомимся и с другими моделями изображений.

Хорошая модель изображения является надежной основой для синтеза эффективных алгоритмов обработки изображений, и наоборот, неудачные модели часто оказывались причиной неудач при разработке таких алгоритмов.

1.6. Пространственные спектры изображений

При анализе линейных искажений изображений, а также при решении задач, связанных с обнаружением и опознаванием изображений объектов на репродукции, чрезвычайно полезно использовать понятие спектров изображений и их попарных разностей при "наилучшем" совмещении. Под *"наилучшим" совмещением изображений* понимается такое совмещение, при котором средний квадрат их поточечной разности $\overline{[L_c(x, y, i) - L_c(x, y, j)]^2}$ достигает минимума, где $L_c(x, y, i)$ и $L_c(x, y, j)$ — распределения яркости в i -ом и j -ом изображениях [49].

Спектр j -го изображения $M_c(\omega_x, \omega_y, j)$ по определению представляет собой комплексную функцию, связанную с распределением яркости на изображении $L_c(x, y, j)$ парой преобразований Фурье:

$$M_c(\omega_x, \omega_y, j) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L_c(x, y, j) \exp[-i(\omega_x x + \omega_y y)] dx dy, \quad (1.2)$$

$$L_c(x, y, j) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_c(\omega_x, \omega_y, j) \exp[i(\omega_x x + \omega_y y)] d\omega_x d\omega_y, \quad (1.3)$$

где $i = \sqrt{-1}$, ω_x и ω_y — круговые пространственные частоты спектра в направлении осей x и y .

Аналогично определим спектр разности двух изображений (j -го и i -го) при их "наилучшем" совмещении:

$$M_{\Delta}(\omega_x, \omega_y, j, i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [L_c(x, y, j) - L_c(x, y, i)] \exp[-i(\omega_x x + \omega_y y)] dx dy, \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} L_c(x, y, j) - L_c(x, y, i) = \\ = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_{\Delta}(\omega_x, \omega_y, j, i) \exp[i(\omega_x x + \omega_y y)] d\omega_x d\omega_y. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Спектры разности двух изображений при их "наилучшем" совмещении используются при решении задач, связанных с опознаванием (различением) изображений объектов при наличии шума на изображениях. Определенные таким образом спектры содержат полную информацию как об амплитудах, так и о фазах частотных составляющих.

Распределение яркости на репродукции $L_{c\Omega}(x, y, j)$, воспроизводимой линейной системой, вносящей искажения, может быть найдено, исходя из известного распределения яркости в исходном изображении $L_c(x, y, j)$ посредством интеграла свертки (интеграла Дюамеля):

$$L_{c\Omega}(x, y, j) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L_c(\xi, \eta, j) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta, \quad (1.6)$$

где ξ и η — переменные интегрирования; $h(x, y)$ — *импульсная характеристика системы*, которая с точностью до постоянного множителя совпадает с распределением яркости на репродукции при передаче линейной системой изображения точки. Импульсная характеристика $h(x, y)$, или, что то же самое, функция рассеяния точки, в терминологии оптических систем (в дальнейшем мы будем использовать и этот термин) полностью характеризует искажения, вносимые линейной системой. При этом спектры исходного и воспроизводимого линейной системой изображений связаны между собой соотношением

$$M_{c\Omega}(\omega_x, \omega_y, j) = M_c(\omega_x, \omega_y, j) K(\omega_x, \omega_y), \quad (1.7)$$

где $M_{c\Omega}(\omega_x, \omega_y, j)$ — спектр репродукции $L_{c\Omega}(x, y, j)$; $K(\omega_x, \omega_y)$ — частотно-передаточная функция рассматриваемой линейной системы, связанная с импульсной характеристикой парой преобразований Фурье:

$$K(\omega_x, \omega_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp[-i(\omega_x x + \omega_y y)] dx dy, \quad (1.8)$$

$$h(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega_x, \omega_y) \exp[i(\omega_x x + \omega_y y)] d\omega_x d\omega_y. \quad (1.9)$$

Аналогично находится спектр разности изображений, воспроизводимых линейной системой при их "наилучшем" совмещении:

$$M_{\Delta\Omega}(\omega_x, \omega_y, j, i) = M_{\Delta}(\omega_x, \omega_y, j, i) K(\omega_x, \omega_y). \quad (1.10)$$

1.7. Спектральные интенсивности изображений

При решении некоторых задач информация о фазовых соотношениях частотных составляющих оказывается излишней, и тогда используют понятия *спектральной интенсивности изображений*. В отличие от спектра спектральная интенсивность содержит информацию только о распределении энергии (или величины, пропорциональной ей) по пространственным частотам.

Определим спектральную интенсивность j -го изображения:

$$S_c(\omega_x, \omega_y, j) = \frac{1}{s_{из}} \left| M_c(\omega_x, \omega_y, j) \right|^2, \quad (1.11)$$

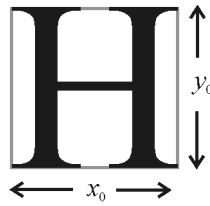


Рис. 1.8. К определению площади изображения

где

$$s_{из} = x_0 y_0, \quad (1.12)$$

площадь прямоугольника, в который вписано изображение (рис. 1.8).

Из соображений удобства будем считать, что для всех изображений, составляющих данный алфавит, $s_{из}$ одинаково и что за пределами прямоугольника яркость равна нулю.

Аналогично определим *спектральную интенсивность разности двух изображений* (j -го и i -го) при их наилучшем совмещении:

$$S_{\Delta}(\omega_x, \omega_y, j, i) = \frac{1}{s_{из}} \left| M_{\Delta}(\omega_x, \omega_y, j, i) \right|^2. \quad (1.13)$$

Спектральные интенсивности изображений и их разностей позволяют вычислить соответствующие им значения энергий:

$$E_c(j) = \frac{s_{из}}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_c(\omega_x, \omega_y, j) d\omega_x d\omega_y, \quad (1.14)$$

$$E_{\Delta}(j, i) = \frac{s_{из}}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Delta}(\omega_x, \omega_y, j, i) d\omega_x d\omega_y. \quad (1.15)$$

Чем больше значения $E_c(j)$ и $E_{\Delta}(j, i)$, тем выше вероятности правильного обнаружения и опознавания изображений объектов в присутствии шума.

Экспериментальные исследования показывают, что основная доля энергии изображений сосредоточена в области низких пространственных частот, при этом примерно половина ее приходится на постоянную составляющую. Последнее утверждение, в частности, вытекает из плотности вероятности распределения яркости в изображении [49]. Действительно, полная энергия изображения

$$E_c = s_{из} \overline{L_c^2} = \frac{s_{из}}{L_c} \int_0^{\infty} L_c^2 \exp\left(-\frac{L_c}{L_c}\right) dL_c = 2s_{из} \left(\overline{L_c}\right)^2, \quad (1.16)$$

в то время как энергия, приходящаяся на постоянную составляющую, $E_{с=} = s_{из} \left(\overline{L_c} \right)^2$.

Спектральная интенсивность разности изображений при их "наилучшем" совмещении также имеет максимум в области низких пространственных частот, но в отличие от спектральной интенсивности изображения с ростом частоты она убывает медленнее. Кроме того, в среднем вся энергия разности изображений приходится на переменные составляющие спектра. *Несмотря на то, что энергия, приходящаяся на область высоких пространственных частот в изображении, невелика, эти составляющие спектра играют большую роль, обеспечивая четкость изображения.*

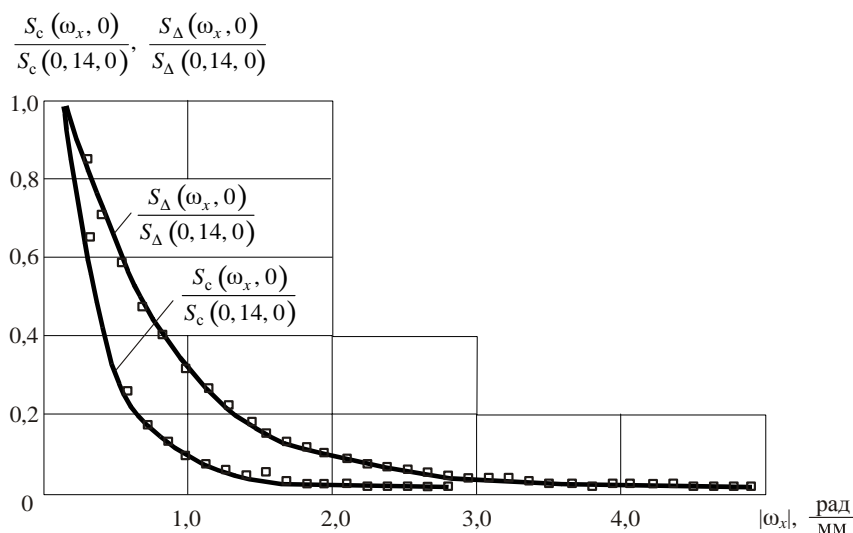


Рис. 1.9. Зависимости $S_c(\omega_x, 0)/S_c(0, 14, 0)$ и $S_{\Delta}(\omega_x, 0)/S_{\Delta}(0, 14, 0)$ от $|\omega_x|$

В качестве примера на рис. 1.9 приведены отмеченные квадратами экспериментальные точки, представляющие усредненные по алфавиту зависимости нормированных значений спектральных интенсивностей изображений и их попарных разностей при "наилучшем" совмещении от $|\omega_x|$, полученные для изображений теста, представляющего собой набор из 7 двухградационных стилизованных изображений самолетов.

Экспериментальные исследования показывают также, что спектральные интенсивности изображений анизотропны [98]. Это находит свое выражение в более медленном их убывании вдоль осей ω_x , ω_y , чем в направлениях, расположенных к этим осям под углами 45° .

Анизотропия спектральных интенсивностей реальных изображений обусловлена их структурой, которая, в конечном счете, определяется структурой самой Вселенной,

например, формой земной поверхности, направлением сил тяготения и т. п. Вследствие указанных причин в "естественных" изображениях вертикальные и горизонтальные контуры встречаются чаще, чем контуры, ориентированные в других направлениях.

Спектральные интенсивности, полученные экспериментальным путем, хорошо аппроксимируются выражениями:

$$S_c(\omega_x, \omega_y) = \frac{2a_s^2 \overline{E_c}}{(a_s^2 + \omega_x^2)(a_s^2 + \omega_y^2)s_{из}} + \frac{2\pi^2}{s_{из}} \overline{E_c} \delta(\omega_x) \delta(\omega_y), \quad (1.17)$$

$$S_\Delta(\omega_x, \omega_y) = \frac{4a_{s\Delta}^2 \overline{E_\Delta}}{(a_{s\Delta}^2 + \omega_x^2)(a_{s\Delta}^2 + \omega_y^2)s_{из}}, \quad (1.18)$$

где $\delta(\cdot)$ — дельта-функция, удовлетворяющая условиям

$$\int_0^\infty \delta(\omega_x) d\omega_x = 1, \quad \delta(\omega_x) = \begin{cases} \infty & \text{при } \omega_x = 0, \\ 0 & \text{при } \omega_x \neq 0, \end{cases}$$

a_s и $a_{s\Delta}$ — параметры, определяемые характером и размерами изображений, составляющих алфавит.

Поскольку выражения (1.17) и (1.18) описывают усредненные по алфавиту спектральные интенсивности, в них устранены символы j и i , которыми в (1.11), (1.13)—(1.15) обозначалось соответствие $S_c(\omega_x, \omega_y, j)$ и $S_\Delta(\omega_x, \omega_y, j, i)$ определенным изображениям алфавита.

На рис. 1.9 приведены аппроксимирующие кривые, рассчитанные по формулам (1.17) и (1.18). Сопоставление результатов расчета и эксперимента указывает на их хорошее совпадение.

Аппроксимирующие формулы (1.17) и (1.18) также хорошо отражают анизотропию спектральных интенсивностей реальных изображений.

Рисунок 1.10, на котором приведено семейство линий постоянной спектральной интенсивности (изолиний) $S_c(\omega_x, \omega_y) = \text{const}$, иллюстрирует сказанное.

Параметры изображений a_s и $a_{s\Delta}$, как будет показано в разд. 1.8, представляют собой величины, обратные интервалам автокорреляции, поэтому при изменении площади изображений $a_s^2 s_{из} = \text{const}$.

В табл. 1.1 в качестве примера приведены усредненные по алфавиту изображений значения $a_s^2 s_{из}$ и $a_{s\Delta}^2 s_{из}$, полученные для 3-х алфавитов изображений экспериментальным путем.

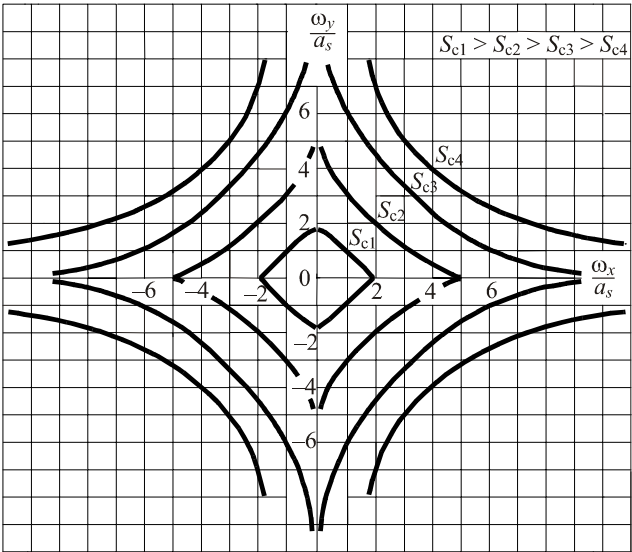


Рис. 1.10. Семейство линий постоянной спектральной интенсивности $S_c (\dots)$

Таблица 1.1. Значения $a_s^2 s_{из}$ и $a_{\Delta}^2 s_{из}$ для 3-х алфавитов изображений

Тип изображения	$a_s^2 s_{из}$	$a_{\Delta}^2 s_{из}$
Тест 1	17,0	42,0
Тест 2	14,4	20,4
Тест 3	2,5	14,4

Первый алфавит (тест 1) включал в себя 20 полутоновых изображений портретов, второй (тест 2) — 20 полутоновых изображений пейзажей и третий (тест 3) — 7 двухградационных стилизованных изображений самолетов.

1.8. Функции автоковариации изображений

Для описания статистических связей между элементами изображений часто используют функцию автоковариации, которую для j -го изображения определяют следующим образом:

$$R_c(\xi, \eta, j) = \frac{1}{s_{из}} \int\limits_0^{x_0} \int\limits_0^{y_0} L_c(x, y, j) L_c(x + \xi, y + \eta, j) dx dy, \tag{1.19}$$

где ξ и η — смещения реализации j -го изображения $L_c(x + \xi, y + \eta, j)$ относительно реализации этого же изображения $L_c(x, y, j)$ по осям x и y соответственно.

Распространение пределов интегрирования до бесконечности не изменит значения интеграла, поскольку за пределами прямоугольника с координатами $(0, 0)$, $(x_0, 0)$, $(0, y_0)$, (x_0, y_0) , в которых заключено изображение, яркость принята равной нулю (см. разд. 1.7).

Приведенное определение функции автоковариации будет тем ближе к строгому определению, используемому в математической статистике, чем меньше *площадь автокорреляции изображения* $\xi_k \eta_k$, которую мы определим соотношением

$$\xi_k \eta_k = \frac{1}{4 \left\{ R_c(0, 0, j) - [\overline{L_c(j)}]^2 \right\}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ R_c(\xi, \eta, j) - [\overline{L_c(j)}]^2 \right\} d\xi d\eta,$$

по сравнению с $s_{из}$ и чем однороднее алфавит изображений. Аналогично определяется *функция автоковариации разности j -го и i -го изображений при их наилучшем совмещении*

$$R_{\Delta}(\xi, \eta, j, i) = \frac{1}{s_{из}} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} [L_c(x, y, j) - L_c(x, y, i)] \times \\ \times [L_c(x + \xi, y + \eta, j) - L_c(x + \xi, y + \eta, i)] dx dy. \quad (1.20)$$

Отметим ряд важных свойств функции автоковариации.

□ Функция автоковариации обладает свойством четности

$$R_c(\xi, \eta, j) = R_c(-\xi, \eta, j) = R_c(\xi, -\eta, j) = R_c(-\xi, -\eta, j).$$

□ Функция автоковариации принимает максимальное значение при $\xi = 0$, $\eta = 0$, причем это значение согласно формуле (1.19) равно

$$R_c(0, 0, j) = E_c / s_{из}. \quad (1.21)$$

□ С ростом ξ и η функция автоковариации убывает вследствие ослабления статистических связей с увеличением расстояния между элементами в изображении. При этом в пределе для неограниченно больших изображений $R_c(\xi, \eta, j)$ стремится к $[\overline{L_c(\xi, \eta, j)}]^2$, а $R_{\Delta}(\xi, \eta, j, i)$ — к нулю.