А. М. ЧЕРЕПАЩУК

ТЕСНЫЕ ДВОЙНЫЕ ЗВЕЗДЫ

часть
II

МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2013

УДК 524.4
ББК 22.65
Ч 46

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 12-02-07104, не подлежит продаже

Черепащук А. М. **Тесные двойные звезды.** В 2 ч. **Часть II.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 572 с. — ISBN 978-5-9221-1467-7.

Благодаря успехам рентгеновской астрономии проблема тесных двойных звезд стала одной из центральных в астрофизике. В монографии изложены современные методы и результаты исследований тесных двойных звезд и сведения об их фундаментальных характеристиках — массах, радиусах и температурах. Это делает тесные двойные звезды мощным инструментом для исследования физики и эволюции звезд, а также для открытия и изучения принципиально новых объектов Вселенной — нейтронных звезд и черных дыр.

Монография может быть полезна студентам и аспирантам, профессорам и преподавателям университетов, а также научным работникам, интересующимся проблемами физики звезд и релятивистской астрофизики.

ISBN 978-5-9221-1467-7 (Ч. II)
ISBN 978-5-9221-1522-3

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава V

ЗАТМЕННЫЕ СИСТЕМЫ ЗВЕЗД С ПРОТЯЖЕННЫМИ АТМОСФЕРАМИ

1. Введение

Рассмотрим затменные системы, содержащие звезды с протяженными атмосферами. В этом случае характерные размеры атмосферы звезды сравнимы с радиусом ее тела, содержащего основную часть массы («ядра»). Наиболее характерный пример протяженной атмосферы — это радиально истекающий (по-видимому, в основном под действием сил светового давления) звездный ветер звезды Вольфа–Райе (WR) — массивной, горячей, в основном гелиевой звезды, потерявшей в процессе эволюции основную часть своей водородной оболочки. Поскольку темп потери массы в данном случае очень велик $\left(\dot{M} \simeq 10^{-5} M_{\odot}/\text{год},\ V \simeq 10^{3}\,\text{км/с}\right)$, основание звездного ветра, где оптическая толща по электронному рассеянию порядка единицы, проявляет себя как протяженная сферическая атмосфера звезды. Следует сразу подчеркнуть, что ввиду того, что главным механизмом ускорения вещества в случае звезд WR является давление радиации горячего ядра, а скорости в ветре очень велики ($\sim 10^3$ км/с), протяженная атмосфера звезды WR является сферически симметричной. Если звезда WR входит в состав тесной двойной системы, приливное воздействие спутника очень слабо деформирует протяженную атмосферу WR, ввиду огромных скоростей ее радиального расширения. Иными словами, поскольку скорости радиального расширения вещества в протяженной атмосфере звезды WR значительно превышают скорость убегания из тесной двойной системы, для протяженной атмосферы как бы не существует соответствующей критической полости Роша. Поэтому в случае звезд WR в двойных системах модель сферической протяженной атмосферы является хорошим приближением, по крайней мере, в частотах непрерывного спектра.

В отличие от случая тонких звездных атмосфер, перенос излучения в сферической геометрии для протяженной атмосферы описывается уравнением в частных производных (см., например, Соболев, 1967):

$$\mu \frac{\partial I_\nu}{\partial r} + \frac{1-\mu^2}{r}\frac{\partial I_\nu}{\partial \mu} = \chi_\nu \left(S_\nu - I_\nu\right), \tag{522}$$

где I_ν — интенсивность излучения, $\mu = \cos\theta$ (θ — угол между лучом зрения и направлением нормали к поверхностям равной плотности в атмосфере), χ_ν — учитывает поглощение и рассеяние излучения, S_ν — функция источника. Это уравнение отличается от случая тонкой плоской атмосферы наличием производной по μ, характеризующей направление излучения.

Условие лучистого равновесия в случае протяженной атмосферы также отличается от случая тонкой атмосферы и выглядит следующим образом:

$$H_{\text{bol}} = \frac{L_{\text{bol}}}{4\pi r^2}, \tag{523}$$

где H_{bol} — болометрический поток выходящего излучения, L_{bol} — болометрическая светимость звезды. Таким образом, в протяженной атмосфере болометрический поток не постоянен, а убывает обратно пропорционально квадрату расстояния r от центра звезды. В случае протяженных атмосфер, ввиду неоднозначности определения понятия радиуса звезды, эффективная температура, которая находится по болометрической светимости, $L_{\text{bol}} = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{ef}}^4$, определяется не вполне однозначно. Такая же неоднозначность существует и в определении понятия ускорения силы тяжести $g = GM/R^2$ на «поверхности» звезды с протяженной атмосферой. Поэтому при анализе протяженных атмосфер нужно четко оговаривать, к какой точке атмосферы относится принимаемое значение радиуса звезды. Наиболее четкое и однозначное определение радиуса — это радиус гидростатического тела («ядра») звезды r_{core}, которое содержит основную часть массы и с поверхности которого начинается ускорение вещества звездного ветра, формирующего протяженную атмосферу. Именно такое значение радиуса r_{core} (и соответствующая ему эффективная температура T_{ef}) должно использоваться при нанесении положения звезды на Г–Р-диаграмму и выяснении ее эволюционного статуса. Однако непосредственно из наблюдений определить значение r_{core} очень трудно, поскольку «ядро» «погребено» внутрь мощного звездного ветра, формирующего протяженную атмосферу. Обычно под радиусом звезды с протяженной атмосферой понимают то значение r, для которого оптическая глубина τ равна определенной значительной величине, например, $\tau = 2/3,\ 1,\ 10$ и т. п. Величина радиуса R при таком определении соответствует минимальному значению $R = R_{\min} > r_{\text{core}}$. Можно задать максимальное значение радиуса $R = R_{\max}$ из условия того, что соответствующая оптическая глубина в атмосфере достаточно мала, например, $\tau = 10^{-2},\ 10^{-3}, \ldots, 10^{-5}$ и т. д.

Геометрическую протяженность атмосферы в этих случаях можно характеризовать величиной

$$d = \frac{R_{\max} - R_{\min}}{R_{\min}}. \tag{524}$$

Принято считать атмосферы с $d = 0{,}05$–$0{,}1$ мало протяженными, с $d = 0{,}1$–$0{,}5$ — умеренно протяженными и с $d > 0{,}5$ — очень протяженными (см., например, Lamers and Cassinelli, 1999). В модели с $d < 0{,}05$ эффекты сферичности атмосферы не играют роли, и атмосферу можно с хорошим приближением считать плоскопараллельной. Можно показать (Lamers and Cassinelli, 1999), что для гидростатической атмосферы $d \sim L^{1/2} M^{-1/2} T_{\text{ef}}^{-2}$, т. е. эффекты сферичности атмосферы для гидростатической атмосферы велики для звезд с малыми массами, низкими температурами и большими светимостями. Особенно велики эффекты сферичности атмосфер в случае горячих звезд, у которых отношение радиационного ускорения к гравитационному велико, и условие гидростатического равновесия нарушается во внешних частях атмосферы. Как уже отмечалось, в случае звезд WR протяженная атмосфера нестатична и истекает под действием силы давления радиации со скоростями $\sim 10^3$ км/с. Поэтому протяженность d для атмосфер звезд WR может достигать очень больших величин, вплоть до значения $d \simeq 10$–20.

2. Характеристики звезд Вольфа–Райе

Звезды WR (открыты в 1867 г. французскими астрономами М. Вольфом и Дж. Райе) отождествляются по присутствию в их спектрах сильных и широких линий излучения гелия, азота, углерода и кислорода в разных стадиях ионизации. Эти линии формируются в протяженной атмосфере — основании звездного ветра, истекающего со скоростями $\sim 10^3$ км/с и темпом потери массы $\sim 10^{-5} M_\odot$/год. При этом, распределение энергии в оптическом непрерывном спектре звезды WR соответствует сравнительно низкой цветовой температуре ($T_c = 10\,000$–$20\,000$ К), что много ниже, чем температура ионизации и возбуждения ионов гелия, азота, углерода и кислорода, формирующих яркие и широкие линии излучения.

По современным представлениям, это массивные ($M = 5$–$80M_\odot$) горячие звезды высокой светимости населения Галактики I-типа (т. е. принадлежащие ее дисковой составляющей), которые концентрируются к галактической плоскости и часто ассоциируются с молодыми звездными скоплениями и областями образования массивных звезд. Признаками звезд WR обладают также некоторые маломассивные звезды — ядра планетарных туманностей. По физическим характеристикам они отличаются от классических звезд WR населения I-типа, и мы их рассматривать здесь не будем. В последнее время выясняется, что признаками звезд WR обладают также очень массивные ($M \geqslant 80M_\odot$) горячие звезды сравнительно больших радиусов ($R \simeq 20R_\odot$), входящие в тесные двойные системы. Пример такой системы — затменная двойная WR20a с периодом $3{,}68^{\mathrm{d}}$ (см. ниже).

Всего в Галактике насчитывается ~ 230 звезд WR (см. Каталог: van der Hucht, 2001). Их полная численность в Галактике должна составлять одну–две тысячи. Число известных звезд WR в других галактиках достигает 300. По современным представлениям, звезды WR — это обнаженные гелиевые ядра первоначально массивных звезд ($M > 30$–$40M_\odot$), потерявших свои водородные оболочки либо в результате обмена масс в тесной двойной системе, либо вследствие интенсивного истечения вещества в виде звездного ветра. В ускорении вещества ветра звезд WR важную роль играет давление излучения горячего гелиевого «ядра» звезды ($T = 30\,000$–$100\,000$ K, $r_{\mathrm{core}} = 1 - 5R_\odot$), хотя окончательно механизм ускорения ветра звезд WR еще не выяснен. Звезды WR по виду спектров подразделяются на три последовательности: азотную (WN), углеродную (WC) и кислородную (WO). В спектрах звезд WN преобладают линии азота, а в спектрах звезд WC и WO — линии углерода и кислорода соответственно. В спектрах звезд WN, WC и WO присутствуют линии гелия, а также (в случае WN и WC-звезд) слабые линии водорода. Во всех типах звезд WR содержание гелия значительно превышает содержание водорода, чем звезды WR радикально отличаются от обычных звезд, где содержание водорода составляет по массе 75 %. Последовательность WN–WC–WO интерпретируется как эволюционная. Сразу после образования звезды WR из первоначально массивной звезды, ее атмосфера обогащена азотом в результате действия ядерных реакций CNO-цикла. По мере потери массы в виде ветра в звезде обнажаются слои, обогащенные углеродом в реакции превращения гелия в углерод (реакция тройного столкновения α-частиц). Звезда WN превращается в звезду WC. Дальнейшая потеря массы в виде ветра приводит к обнажению слоев звезды, обогащенных кислородом в реакции превращения углерода в кислород, и звезда WC переходит в стадию звезды WO. Примерно половина звезд WR входит в состав двойных WR+O систем, содержащих в качестве спутника массивную звезду спектрального класса O. Одна звезда WR открыта в составе короткопериодической рентгеновской двойной системы Cyg X-3, содержащей аккрецирующую черную дыру. Недавно была открыта вторая система такого типа в галактике IC 10. Это система IC 10 X-1, состоящая из звезды WR (азотной звезды раннего класса: WNE) и черной дыры. Орбитальный период системы $p \simeq 1{,}4554^{\mathrm{d}}$ (см. ниже). Это сильно подкрепляет сценарий эволюции массивных тесных двойных систем с обменом масс.

Поскольку звезды WR образуются из наиболее массивных звезд в результате потери их водородных оболочек, абсолютный возраст звезд WR относительно невелик — порядка нескольких миллионов лет. В то же время, так как звезды WR сильно «постарели» из-за значительной потери вещества, они находятся на поздней стадии эволюции, за которой следует коллапс ядра с образованием релятивистского объекта. Таким образом, выявляется тесная связь между эволюцией звезд WR и образованием нейтронных звезд и черных дыр, а также вспышками сверхновых звезд типа I b/c. В последние годы все более утверждается точка зрения о том, что коллапсы углеродно-кислородных ядер звезд WR, связанные с образованием предельно быстро вращающихся, керровских черных дыр в разных галактиках, могут быть источниками знаменитых и пока загадочных космических гамма-всплесков, при которых за несколько секунд времени выделяется гигантская энергия в гамма-диапазоне до 10^{51}–10^{53} эрг, что сопоставимо с энергией, выделяемой при аннигиляции целой солнечной массы ($3{,}6 \cdot 10^{54}$ эрг).

Моделирование атмосфер звезд WR должно учитывать большую протяженность атмосферы, сильные отклонения условий формирования спектра ее излучения от ЛТР и сильно сверхзвуковое поле скоростей в ней.

В настоящее время для анализа атмосфер звезд WR применяется так называемая стандартная модель (см. обзор: Hillier, 2003 и ссылки в нем). В этой модели предполагается, что протяженная атмосфера сферически симметрична, стационарна и однородна, что позволяет из уравнения неразрывности выразить распределение плотности вещества $\rho(r)$ через заданное поле скоростей $v(r)$ при известном темпе потери массы $\dot{M}$. Поскольку самосогласованной газодинамической модели истечения вещества в атмосфере пока не существует, поле скоростей $v(r)$, как уже отмечалось, задается «руками» в виде:

$$v\,(r) = V_\infty \left(1 - \frac{r_{\text{core}}}{r}\right)^\beta, \tag{525}$$

где предельная скорость V_∞ определяется из исследования абсорбционных компонент эмиссионных линий типа P Cyg, а параметр β обычно принимается равным единице. Температурное распределение $T(r)$ в атмосфере находится из условия лучистого равновесия. Радиус «ядра» r_{core} звезды относится к оптической глубине $\tau = 20$ при использовании усредненного коэффициента поглощения (росселандово среднее). Эффективная температура «ядра» также относится к оптической глубине $\tau = 20$. Учитывается стратификация ионов в атмосфере и взаимодействие между непрерывным и линейчатым излучением. Перенос излучения в линиях рассчитывается в сопутствующей системе отсчета, причем учитываются такие эффекты, как диэлектронная рекомбинация и доплеровское перераспределение частот квантов при электронном рассеянии.

Рассмотрим уравнение переноса излучения в сопутствующей системе отсчета. Пусть ν — частота излучения в системе наблюдателя. Соответствующая частота в сопутствующей системе отсчета, связанной с данной точкой в атмосфере, равна

$$\nu_0 = \nu \left(1 - \mu\frac{v}{c}\right). \tag{526}$$

В системе отсчета, связанной с наблюдателем, дифференциальный оператор в уравнении переноса для плоской атмосферы

$$\mu\frac{dI_\nu}{dz} = -\chi_\nu I_\nu + \eta_\nu + \sigma_s N_s J_\nu \tag{527}$$

в стационарном случае действует при постоянной частоте ν. Здесь $\mu = \cos\theta$, χ_ν — учитывает поглощение и рассеяние, η_ν учитывает излучение, а последний член — излучение при рассеянии (σ_s — сечение рассеяния, N_s — концентрация рассеивающих частиц, J_ν — усредненная по углам интенсивность излучения). Однако при наличии градиента скоростей в атмосфере, если мы сместимся на расстояние Δz, сохраняя частоту фиксированной, то частота ν_0 в сопутствующей системе отсчета изменится, так как меняется скорость v: $\nu_0 = \nu_0(v, z)$. Поэтому можно записать (Михалас, 1980):

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_\nu = \left(\frac{\partial}{\partial z}\right)_{\nu_0} + \left(\frac{\partial \nu_0}{\partial z}\right)_v \left(\frac{\partial}{\partial \nu_0}\right)_{z_0}.$$

С точностью до членов порядка v/c выражение для частной производной $\left(\frac{\partial \nu_0}{dz}\right)_v$ можно переписать в виде

$$\left(\frac{\partial \nu_0}{dz}\right)_v = -\frac{\nu_0 \mu_0}{c}\frac{\partial v}{dz}.$$

Подставляя эти выражения в уравнение переноса для плоской атмосферы (527), записанное в лабораторной системе отсчета, получим соответствующее уравнение переноса в сопутствующей системе отсчета (последним членом, ответственным за рассеяние, пренебрегаем):

$$\mu_0 \frac{\partial I^o(z,\ \mu_0,\ \nu_0)}{\partial z} - \frac{\mu_0^2 \nu_0^2}{c}\frac{\partial v}{\partial z}\frac{\partial I^o(z,\ \mu_0,\ \nu_0)}{\partial \nu_0} = \eta^o(z,\ \nu_0) - \chi^o(z,\ \nu_0)\, I^o(z,\ \mu_0,\ \nu_0), \tag{528}$$

где индекс «o» соответствует значениям величин в сопутствующей системе отсчета. Мы видим, что даже в случае плоской атмосферы уравнение переноса в сопутствующей системе отсчета является дифференциальным уравнением в частных производных.

Такие же преобразования уравнения переноса для сферической геометрии (522) позволяют записать следующее уравнение в сопутствующей системе отсчета (Михалас, 1980):

$$\mu_0 \frac{\partial I^o(r,\ \mu_0,\ \nu_0)}{dr} + \frac{1-\mu_0^2}{r}\frac{\partial I^o(r,\ \mu_0,\ \nu_0)}{\partial \mu_0} - \frac{\nu_0 v}{cr}\left(1-\mu_0^2+\mu_0^2\frac{d\ln v}{d\ln r}\right)\frac{\partial I^o(r,\ \mu_0,\ \nu_0)}{\partial \nu_0} = \\ = \eta^o(r,\ \nu_0) - \chi^o(r,\ \nu_0)\, I^o(r,\ \mu_0,\ \nu_0). \tag{529}$$

В этих уравнениях производная по частоте учитывает смещение частоты фотонов, измеряемой в сопутствующей системе. Например, в случае ускоренно расширяющейся атмосферы (производная $\partial v/\partial z$ или $\partial v/\partial r$ больше нуля) при перемещении из одной точки атмосферы в другую фотоны всегда испытывают систематическое красное смещение. При этом в случае плоской геометрии играют роль только градиенты скорости. В случае сферической геометрии даже при $v(r) = \mathrm{const}$ расходимость линий тока в атмосфере вызывает в этом случае появление поперечного градиента скоростей.

Естественно, для решения уравнений переноса в частных производных (528), (529) необходимо задать соответствующие граничные условия по пространственным координатам и начальные условия по частоте. Граничные условия по пространственной переменной r задаются, исходя из того, что на внешней границе ($r = R$) отсутствует поток излучения, идущий снаружи внутрь атмосферы (эффект внешнего прогрева отсутствует), а на внутренней границе атмосферы, вблизи непрозрачного «ядра», для распространения фотонов справедливо диффузионное приближение. Начальные условия по частоте в случае ускоренно расширяющейся атмосферы ($dv/dr > 0$) основываются на том, что в такой атмосфере фотоны в частотах линии, идущие из любой точки атмосферы, в сопутствующей системе отсчета всегда испытывают красное смещение. Поэтому все фотоны с частотой «голубого» края профиля линии должны быть фотонами непрерывного спектра.

Следует подчеркнуть, что в случае сферической протяженной атмосферы уравнение переноса в линиях в не-ЛТР-приближении решается точно, а не в соболевском приближении, так как современные компьютерные ресурсы позволяют это сделать.

Опишем кратко основную идею соболевского приближения, которое часто используется при решении ряда астрофизических задач. В случае протяженной атмосферы движущейся (расширяющейся) с градиентом скорости, как было показано В. В. Соболевым, проблема расчета спектра может быть значительно упрощена. Ввиду доплеровских смещений линий, обусловленных градиентом скорости в протяженной атмосфере, излучение в линиях от различных точек атмосферы даже в случае, когда оптическая толща в центре линии в сопутствующей системе отсчета велика, может выходить из атмосферы. Линейчатое излучение фиксированного малого элемента объема движущейся протяженной атмосферы слабо влияет на состояние ионизации и возбуждения других элементов объема атмосферы. Таким образом, в случае движущейся протяженной атмосферы решение уравнения переноса излучения в частотах линий существенно упрощается. Поскольку скорости макроскопического движения в протяженной атмосфере достигают сотен и тысяч км/с (что много больше скоростей тепловых движений атомов ~ 10–20 км/с), можно считать, что профили эмиссионных линий, формирующиеся в движущейся протяженной атмосфере, определяются в основном движением атмосферы. Влиянием других факторов на профиль линии в первом приближении можно пренебречь.

Если ввести систему координат xyz с началом в центре звезды и осью z, направленной к наблюдателю, и считать, что скорость макроскопического движения атомов в протяженной атмосфере $v(x, y, z) \gg u$, где u — средняя скорость тепловых движений атомов, то излучение с частотой ν придет к наблюдателю не от всей атмосферы, а только от некоторой узкой области, расположенной по обе стороны от поверхности равных лучевых скоростей, определяемой соотношением

$$\nu = \nu_{ik} + \frac{\nu_{ik}}{c} v_z\left(x,\ y,\ z\right), \tag{530}$$

где ν_{ik} — частота излучения в сопутствующей системе отсчета, $v_z(x, y, z)$ — проекция макроскопической скорости в протяженной атмосфере на ось z (луч зрения). В приближении Соболева, коэффициент излучения ε_{ik} считается постоянным в интервале частот $\nu_{ik} - \Delta\nu_{ik}/2 < \nu < \nu_{ik} + \Delta\nu_{ik}/2$, где $\Delta\nu_{ik} = 2(u/c)\nu_{ik}$, и равным нулю вне этого интервала. Границы области излучения отстоят от поверхности равных лучевых скоростей на расстояние, соответствующее изменению частоты на величину $\Delta\nu_{ik}/2$. Ввиду малости толщины области излучения $\Delta z = z_2 - z_1$ и малости тепловой скорости u по сравнению с величиной v, можно записать:

$$\Delta\nu_{ik} = \frac{\nu_{ik}}{c}\left|\frac{\partial v_z}{\partial z}\right|\left(z_2 - z_1\right), \tag{531}$$

откуда следует:

$$z_2 - z_1 = \frac{2u}{|\partial v_z/dz|}. \tag{532}$$

Величина $\Delta z = (1/2)\ (z_2 - z_1)$ называется соболевской длиной. Таким образом, соболевская длина Δz — это такая длина в движущейся атмосфере, на которой набегает разность скоростей макроскопического движения, равная средней тепловой скорости движения частиц среды.

Пусть $I(x, y, \nu)$ — интенсивность излучения, выходящего в направлении наблюдателя из точки диска звезды с координатами x, y, в частоте ν внутри линии. Так как толщина слоя, испускающего излучение в частоте ν (разность $z_2 - z_1$), в большинстве случаев сравнительно мала (велик градиент скорости $\partial v_z/\partial \mathrm{z}$), величины α_{ik} и ε_{ik} (коэффициенты поглощения и излучения в линии) можно считать постоянными внутри слоя вдоль луча зрения и равными их значениям на поверхности равных лучевых скоростей. Поэтому интенсивность излучения в линии $I_{ik}(x, y, \nu)$ можно выразить в виде

$$I_{ik}\left(x,\ y,\ \nu\right) = \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}}\left[1 - e^{-\alpha_{ik}(z_2 - z_1)}\right]. \tag{533}$$

Полная энергия, излучаемая протяженной атмосферой в частоте ν в единице телесного угла и в единицу времени, равна

$$E_{ik}(\nu) = \int\int I_{ik}(x,\ y,\ \nu)\ dx\,dy, \tag{534}$$

или, с учетом приведенных соотношений для $z_2 - z_1$ и $I_{ik}(x, y, \nu)$,

$$E_{ik}(\nu) = \int\int \frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} \left[1 - \exp\left(-\frac{2u}{|\partial v_z/dz|}\alpha_{ik}\right)\right] dx\,dy, \tag{535}$$

где интегрирование производится по поверхности равных лучевых скоростей.

Для вычисления профиля эмиссионной линии по формуле (535) нужно знать распределение скоростей в протяженной атмосфере, а также распределение концентрации поглощающих и излучающих атомов, от которых зависят коэффициенты поглощения и излучения α_{ik} и ε_{ik}:

$$\varepsilon_{ik} = \frac{n_k A_{ki} h\nu_{ik}}{4\pi\Delta\nu_{ik}}, \tag{536}$$

$$\alpha_{ik} = \frac{n_i B_{ik} h\nu_{ik}}{\Delta\nu_{ik} c}\left(1 - \frac{g_i}{g_k}\frac{n_k}{n_i}\right), \tag{537}$$

где A_{ki} и B_{ik} — эйнштейновские коэффициенты радиационных переходов, g_i, g_k — статистические веса уровней. Из связи между коэффициентами A_{ki} и B_{ik} следует:

$$\frac{\varepsilon_{ik}}{\alpha_{ik}} = \frac{2h\nu_{ik}^3}{c^2}\frac{1}{\dfrac{g_k}{g_i}\dfrac{n_i}{n_k} - 1}. \tag{538}$$

Когда отношение n_i/n_k определяется формулой Больцмана, это соотношение переходит в функцию Планка.

Когда область формирования линии находится близко к звезде, часть удаляющейся от наблюдателя атмосферы экранируется телом звезды, и профиль линии излучения становится несимметричным и смещенным в синюю сторону спектра (см. рис. 208). Если же протяженная атмосфера непрозрачна для собственного излучения в линии, то в передней части протяженной атмосферы возникает линия поглощения, смещенная в синюю сторону спектра. Эмиссионная линия, формирующаяся во всей протяженной атмосфере, накладывается на линию поглощения, в результате чего возникает характерный для расширяющихся атмосфер профиль линии типа P Cyg (по имени звезды P Cyg — горячего сверхгиганта, в спектре которого наблюдаются такие сложные профили эмиссионных линий), см. рис. 209.

Для нахождения концентрации поглощающих и излучающих атомов необходимо решать систему уравнений стационарности для атомных уровней. Если бы в атмосфере не было градиента скорости, нужно было бы решать систему уравнений с учетом непрозрачности протяженной атмосферы для излучения в линиях, т. е. решать систему, включающую в себя, наряду с уравнениями стационарности для каждого атомного уровня, также и уравнение переноса излучения в каждой линии. Однако, как было показано Соболевым, если градиент скорости движения вещества в протяженной атмосфере достаточно велик по сравнению с тепловыми скоростями атомов, задача вычисления концентраций поглощающих и излучающих атомов существенно упрощается.

При наличии градиента скоростей в протяженной атмосфере некоторая часть квантов излучения в линии выходит из атмосферы вследствие доплеровского изменения частоты фотона. Эту долю квантов в линии, покидающих атмосферу, обозначают как β_{ik}. В этом случае число переходов $k \to i$ будет больше числа переходов $i \to k$

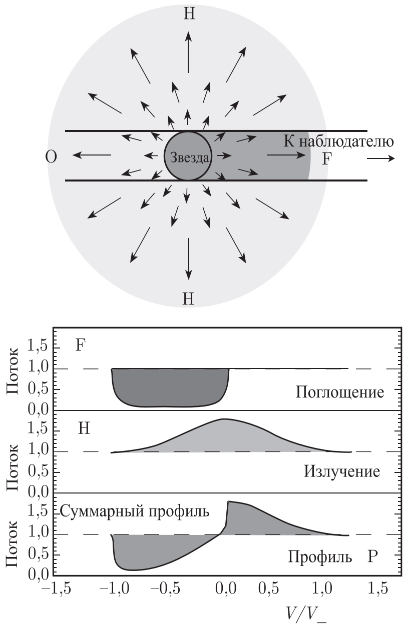

Рис. 208. Геометрия протяженной расширяющейся атмосферы. Внизу показаны соответствующие профили линий поглощения и излучения, а также результирующий наблюдаемый профиль линии от звезды с протяженной расширяющейся атмосферой

на величину $n_k A_{ki} \beta_{ik}$. Так как число переходов атомов из состояния k во все другие состояния должно равняться числу переходов в состояние i, то уравнение стационарности может быть записано в следующем виде:

$$n_i \sum_{k=1}^{i-1} A_{ik} \beta_{ki} + n_i B_{ic} \rho_{ic} = \sum_{k=i+1}^{\infty} n_k A_{ki} \beta_{ik} + n_e n^+ C_i (T_e), \tag{539}$$

где $n_i B_{ic} \rho_{ic}$ — число ионизаций из i-го состояния под действием излучения горячего «ядра» с плотностью ρ_{ic}. Величины ρ_{ic} можно считать известными из модели протяженной атмосферы в непрерывном спектре. В простейшем случае можно положить величину ρ_{ic} равной

$$\rho_{ic} = W \rho_{ic}^*,$$

где ρ_{ic}^* — плотность излучения «ядра» звезды за границей i-й серии, $W = (1/2)\left[1 - \sqrt{1 - (R_*/r)^2}\right]$ — фактор дилюции излучения «ядра» звезды

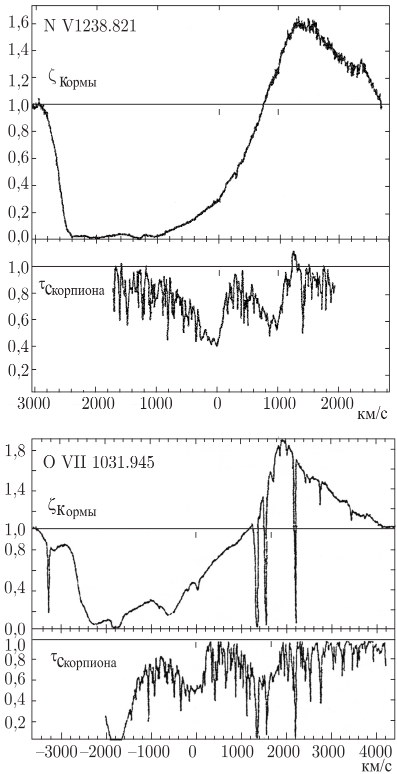

Рис. 209. Наблюдаемые профили линий типа P Cyg в ультрафиолетовых спектрах ряда горячих звезд с истекающими в виде звездного ветра атмосферами. Лабораторная длина волны каждой линии отмечена черточкой. По оси абсцисс отложены скорости движения, рассчитанные в соответствии с эффектом Доплера

радиусом R_*. В приведенном уравнении стационарности член $n_e n^+ C_i(T_e)$ описывает число захватов электронов с электронной температурой T_e на i-й уровень в 1 см^3 за 1 с (радиационная рекомбинация). Ролью столкновений в уравнении стационарности пренебрегается.

При известном градиенте скоростей в протяженной атмосфере величина параметра ускользания квантов β_{ik}, как показано Соболевым, выражается следующей формулой:

$$\beta_{ik} = \int \left[1 - \exp\left(-\frac{2u}{|\partial v_z/\partial z|}\alpha_{ik}\right)\right] \frac{1}{2u\alpha_{ik}} \left|\frac{\partial v_z}{\partial z}\right| \frac{d\omega}{4\pi}, \qquad (540)$$

и может быть вычислена для заданного поля скоростей в протяженной атмосфере. Решая уравнение стационарности совместно с выражением для β_{ik}, можно определить населенности уровней поглощающих и излучающих атомов для разных частей протяженной атмосферы. Тогда полная интенсивность линии определяется выражением

$$E_{ki} = A_{ki} h\nu_{ik} \int\int\int n_k \beta_{ik}\, d\nu. \qquad (541)$$

Таким образом, блестящая идея Соболева использовать градиент скоростей в протяженной атмосфере, позволяет определить интенсивность спектральных линий, не решая уравнение переноса излучения в линии, что сильно упрощает задачу спектральной диагностики плазмы протяженных движущихся звездных атмосфер.

В современной стандартной модели протяженной атмосферы, благодаря использованию мощных компьютерных ресурсов, как уже отмечалось выше, можно решать уравнения переноса в линиях в не-ЛТР-приближении точно, не используя соболевское приближение. В этих расчетах используются сложные модели атомов He, C, N, O, учитывающие несколько сотен энергетических уровней и около десяти тысяч переходов между ними. В новейших версиях моделей учитывается также покровный эффект линиями металлов (железа, никеля и т. п.). Кроме того, учитывается диффузия фотонов в важнейших резонансных линиях в атмосфере, которая существенно влияет на ее ионизационную структуру. Дело в том, что диффузия резонансных фотонов в атмосфере поддерживает сравнительно высокую населенность второго уровня энергии у ионов, что облегчает ионизацию вещества ультрафиолетовыми квантами горячего «ядра» звезды WR. В старых работах предполагалось, что ионизация происходит главным образом из основного состояния, что требовало очень высокой температуры «ядра» (Рублев, 1974).

Эта стандартная модель в течение последних лет активно применялась для исследования характеристик звездных ветров звезд WR разных типов, темпов потери массы $\dot{M}$, для определения радиусов и эффективных температур «ядер» звезд WR, а также для изучения химического состава протяженных атмосфер звезд WR-типов WN, WC и WO. На рис. 210, заимствованном из работы (Hamann and Koesterke, 1996), приведено сравнение наблюдаемого спектра пекулярной звезды WR-класса WN3pec-w с теоретическим спектром, рассчитанным в широком диапазоне спектра — от УФ- до ближайшего ИК-диапазонов ($\lambda\,1200$–$7000\,\text{Å}$). Несмотря на огромную широту спектрального диапазона, и непрерывный спектр, и эмиссионные линии хорошо описываются теоретическим спектром, что позволяет надежно определить важнейшие характеристики звезд WR.

В табл. 75 (см. Hamann and Koesterke, 1996) приведены определения содержания водорода, азота, углерода и кислорода в атмосферах WR-звезд азотной последовательности, выполненные на основе применения стандартной модели. Видно, что во всех случаях содержание водорода по массе существенно меньше, чем на Солнце ($\sim 75\,\%$), а для ряда звезд WR содержание водорода близко к нулю. Кроме того, выявляется антикорреляция между содержанием водорода и содержанием азота: с уменьшением обилия водорода обилие азота возрастает (см. рис. 211). Данные табл. 75 и рис. 211 позволяют сделать уверенный вывод о том, что звезды WR — это гелиевые остатки первоначально массивных звезд, вещество атмосфер которых показывает явные признаки переработки в термоядерном CNO-цикле.

Несмотря на успехи применения стандартной модели к анализу спектров звезд WR, она нуждается в улучшении путем учета ряда новых факторов.

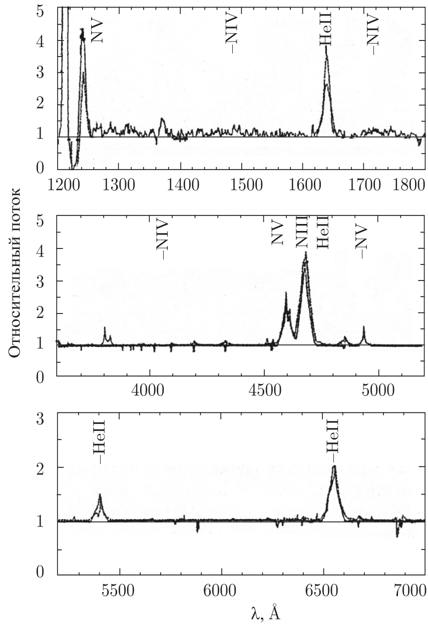

Рис. 210. Наблюдаемый спектр звезды WR46 спектрального класса WN3pec в диапазоне $\lambda\,1200$–7000 Å (сплошная жирная линия). Тонкой линией показан теоретический спектр, рассчитанный при температуре «ядра» звезды $T_* = 100\,000$ K, радиусе «ядра» $R_* = 2{,}5 R_\odot$ и предельной скорости истечения звездного ветра $v_\infty = 2300$ км/с. Принят гелиевый химсостав с добавкой азота (1,5% по массе). (Из работы Hamann and Koesterke, 1996)

Прежде всего, как выяснилось (Черепащук, 1990), звездный ветер звезд WR не является непрерывным, а имеет клочковатую, облачную структуру. В рамках стандартной модели обычно получаются весьма высокие темпы потери массы звездами WR, вплоть до $\dot{M} \simeq 10^{-4} M_\odot/$ год. В этом случае ветер звезды WR такой плотный, что абсорбционные P Cyg компоненты у некоторых эмиссионных линий получаются очень сильными, что не согласуется с наблюдениями. Кроме того, из-за большой электронной плотности в протяженной атмосфере в случае таких больших значений $\dot{M}$ у ряда эмиссионных линий появляются протяженные и интенсивные крылья, обусловленные рассеянием линейчатого излучения на свободных электронах (тепловые скорости электронов из-за их малой массы могут достигать значений порядка тысячи км/с). Это также не согласуется с наблюдениями. Поэтому в современных не-ЛТР-моделях протяженных атмосфер грубо учитывается клочковатость ветра звезды WR с некоторой скважностью, которая является

Таблица 75

Химический состав звезд WN, полученный с применением стандартной модели

Звезда	Тип	Содержание (по массе)			
		H[%]	N[%]	C[%]	O[%]
WR25	WN7abs	53	0,4	0,03	—
WR24	WN7abs	44	0,7	0,05	—
WR22	WN7abs	44	1,0	0,03	—
WR156	WN8	27	1,7	0,20	—
WR16	WN8	20	1,6	0,01	—
WR128	WN4-w	14	1,4	0,06	0,08
WR152	WN4-w	14	1,4	0,06	0,08
WR40	WN8	15	1,7	0,01	—
WR78	WN7	11	1,7	0,03	—
WR124	WN8	13	1,2	0,03	—
WR136	WN6-s	12	1,5	—	—
WR123	WN8	0	1,7	0,05	—
WR46	WN3pec-w	0	2,1	0,05	0,24
WR8	WN/WC	0	2,6	6	3
R84	WN9	38	0,6	0,02	—
BE381	WN9	33	0,6	0,04	—
HDE269927c	WN9	30	0,6	0,04	—
SK-66°40	WN10	46	0,3	0,08	—

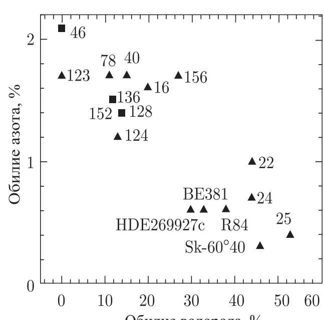

Рис. 211. Обилие азота в зависимости от обилия водорода в атмосферах звезд WR азотной последовательности. С уменьшением обилия водорода обилие азота возрастает. Цифрами указаны номера звезд WR в каталогах. (Из работы Hamann and Koesterke, 1996)

свободным параметром (обычно параметр скважности плотных облачков в атмосфере принимается равным $\sim 0{,}1$). На рис. 212 показаны результаты сравнения спектров протяженной атмосферы звезды WR, рассчитанных для непрерывного ветра (стандартная модель) и клочковатого ветра.

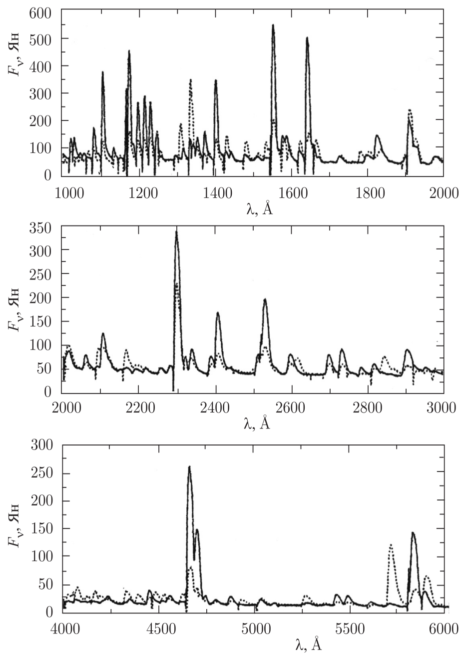

Рис. 212. Сравнение теоретических спектров звезды WR, рассчитанных в рамках стандартной модели (сплошная линия) и с учетом клочковатости вещества протяженной атмосферы (параметр скважности плотных облачков в атмосфере принят равным 0,1). (Из работы Hillier, 1996)

Второе улучшение стандартной модели состоит в детальном не-ЛТР-учете покровного эффекта от многих линий металлов (так называемого эффекта не-ЛТР-бланкетирования линий). Благодаря покровному эффекту часть радиации в атмосфере отбрасывается назад и дополнительно нагревает внутренние слои атмосферы, меняя температурное распределение в ней. Учет покровного эффекта позволяет улучшить согласие теоретических спектров звезд WR с наблюдаемыми, особенно в УФ-области спектра.

На рис. 213 показано сравнение наблюдаемого спектра звезды WR углеродной последовательности спектрального класса WC5 (HD165763) с теоретическим спектром, рассчитанным в рамках улучшенной стандартной модели. В очень широком диапазоне длин волн (λ 1200–7000 Å), за редкими исключениями, имеется хорошее согласие между наблюдаемым и теоретическим линейчатым и непрерывным спектрами.

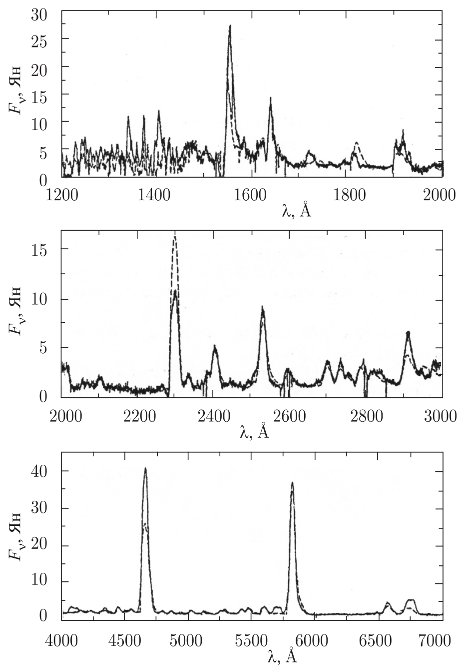

Рис. 213. Сравнение наблюдаемого спектра звезды WR углеродной последовательности спектрального класса WC5 HD165763 (сплошная линия) и теоретического спектра, рассчитанного в рамках улучшенной стандартной модели. (Из работы Hillier, 1996)

Ввиду того, что в модели звездного ветра звезды WR, применяемой для улучшения стандартной модели атмосферы, есть ряд свободных параметров (например, параметр скважности плотных облачков, параметр β, характеризующий закон нарастания скорости вещества в атмосфере с расстоянием от центра звезды WR и т. п.), такая важнейшая характеристика звезды WR, как радиус ее «ядра», находится из анализа спектральных данных со значительной неопределенностью. Поэтому для выявления эволюционного статуса звезд WR представляются весьма важными независимые оценки радиусов «ядер» звезд WR и их эффективных температур из анализа затмений в тесных двойных звездных системах.

Свыше 40% звезд WR входит в состав двойных систем. Некоторые из них (например, V 444 Cyg, CQ Cep, CV Ser, CX Cep и др.) являются затменными двойными системами WR+O, состоящими из звезды WR с протяженной атмосферой и «нормальной» горячей звезды с тонкой атмосферой спектрального класса O. Забегая вперед, отметим, что результаты анализа наблюдений звезд WR в тесных двойных системах в целом подтверждают результаты спектральной диагностики плазмы звездных ветров звезд WR.

В отличие от тонких звездных атмосфер, для которых теория детально разработана и дает законы потемнения к краю, которые хорошо параметризуются и могут быть эффективно использованы при интерпретации кривых блеска затменных систем (см. ч. I монографии), теория протяженных звездных атмосфер не позволяет дать универсальные параметрические законы для распределения яркости по диску звезды. Первая попытка использовать параметрический закон Козырева–Чандрасекара (Kozirev, 1934, Chandrasekhar, 1934) для анализа кривых блеска затменных систем с протяженными атмосферами была сделана Шульбергом (1971). Дальнейшее развитие теории протяженных звездных атмосфер показало, что закон Козырева–Чандрасекара, дающий распределение яркости по диску звезды с протяженной электронно рассеивающей атмосферой со степенным распределением коэффициента поглощения, сильно модифицируется, причем характер этой модификации критично зависит от деталей строения протяженной атмосферы (см., например, Пустыльник, 1969, Watanabe and Kodaira 1979, Schmid-Burgk et al., 1981, Hartmann, 1978, Hamman and Schwarz, 1992).

Обзор по методам анализа кривых блеска затменных систем с протяженными атмосферами в рамках параметрических моделей приведен в книге Гончарского и др. (1978).

Таким образом, ввиду отсутствия возможности универсальной параметризации закона потемнения к краю для звезд с протяженными атмосферами, возникла необходимость разработки методов решения кривых блеска затменных систем в рамках непараметрических моделей. Впервые такой подход был продемонстрирован в работе Копала (Kopal, 1946). Им было решено интегральное уравнение для потери блеска при атмосферном затмении в двойной системе ζ Aur. При фиксированных геометрических параметрах r_2, i (r_2 — радиус спутника — нормальной звезды с тонкой атмосферой, i — наклонение орбиты) Копал восстановил функцию распределения непрозрачности в протяженной атмосфере K-гиганта. Затем этот метод был развит в работе Копала и Шепли (Kopal and Shapley, 1946) и применен к анализу атмосферного затмения в системе WR+O V444 Cyg. Копал (Kopal, 1946) впервые столкнулся с некорректностью обратной задачи интерпретации атмосферного затмения, и чтобы получить устойчивое приближение к точному решению, он использовал процедуру сглаживания приближенного решения с помощью специальных полиномов.

В 1964 г. Черепащук в своей дипломной работе при окончании физического факультета МГУ (Черепащук, 1966) показал, что в случае достаточно глубоких затмений, если решать совместно интегральные уравнения, описывающие оба минимума кривой блеска затменной системы с протяженной атмосферой, то можно, в принципе, однозначно определить из одной кривой блеска как две функции, выражающие распределение яркости и свойств непрозрачности по диску пекулярной звезды, так и два параметра r_2, i, т. е. получить полное и единственное решение кривой блеска. Поскольку распределение яркости по диску звезды с протяженной атмосферой в этом случае восстанавливается однозначно и практически независимо от модели протяженной атмосферы, затменная двойная система с достаточно глубокими затмениями компонент может рассматриваться как сверхмощный телескоп, позволяющий независимо от расстояния до системы получать изображение пекулярной звезды (в сферически-симметричном приближении).

В 1967 г. вышла работа Черепащука и др. (1967), где для решения интегральных уравнений для потери блеска в затменной системе V444 Cyg был впервые применен научно-обоснованный метод решения некорректных задач — метод регуляризации, развитый А. Н. Тихоновым (1963а,б).

В 1973 г. в работе Черепащука (1973а) был обоснован и сформулирован достаточный критерий, по которому до решения кривой блеска и независимо от конкретных значений параметров затменной двойной системы можно судить о том, допускает ли данная затменная система полное и единственное решение задачи интерпретации кривой блеска.

С этого времени (1973) теория интерпретации кривых блеска затменных систем с протяженными атмосферами начала активно развиваться. Эта теория и результаты ее применения изложены нами в двух монографиях (Гончарский и др., 1978, 1985, см. также обзор Cherepashchuk, 2005). Здесь мы изложим основы метода и новейшие результаты его применения.

3. Постановка задачи

Рассмотрим затменную двойную систему, состоящую из двух сферических звезд на круговых орбитах. Эффектами отражения и эллипсоидальности пренебрегаем (они могут быть учтены, если это необходимо, с помощью методов ректификации кривой блеска описанных в ч. I монографии). Для общности, предположим, что обе компоненты системы являются пекулярными, т. е. обладают протяженными сферическими атмосферами, свойства которых неизвестны. Примем блеск системы вне затмений за единицу, радиус относительной орбиты системы также положим равным единице. Удобно перейти в плоскость, перпендикулярную лучу зрения (картинную плоскость). В этой плоскости происходит перемещение дисков компонент. Пусть i — наклонение орбиты (угол между лучом зрения и нормалью к плоскости орбиты), Δ — расстояние между центрами дисков звезд на картинной плоскости. Пусть θ — угол относительного поворота компонент, определяемый из наблюдений:

$$\theta = 360^\circ \frac{t - t_0}{P},$$

где P — орбитальный период, t — текущее время, t_0 — момент соединения компонент, в случае круговой орбиты, совпадающий с моментом минимума блеска при затмении (обычно считают, что это главный, более глубокий минимум). Как известно (см. выше), для круговой орбиты

$$\Delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta. \tag{542}$$

В нашей модели распределения яркости и непрозрачности по дискам обеих звезд обладают радиальной симметрией. Введем на диске каждой из компонент систему полярных координат с началом в центре диска $(\xi,\ \varphi)$ и $(\rho,\ \psi)$. Здесь ξ и ρ — полярные расстояния на диске первой и второй компоненты соответственно, φ, ψ — соответствующие полярные углы, отсчитываемые от линии, соединяющей центры дисков (см. рис. 214). Для удобства дальнейших обозначений всем величинам, характеризующим первую компоненту, на диске которой введена полярная система координат $(\xi,\ \varphi)$, припишем значок ξ, а величинам, характеризующим вторую компоненту — значок ρ. Обозначим через $r_{\xi a}$, $r_{\rho a}$ — полные радиусы дисков поглощения, через

$r_{\xi c}$, $r_{\rho c}$ — полные радиусы дисков излучения. Полный радиус определим нулем соответствующей функции распределения физических характеристик по диску звезды. В случае, когда атмосферы звезд тонкие, $r_{\xi a} = r_{\xi c} = r_\xi$, $r_{\rho a} = r_{\rho c} = r_\rho$. В случае, когда у звезды с индексом ξ есть протяженная атмосфера, $r_{\xi a} \neq r_{\xi c}$. Следует подчеркнуть, что в случае протяженных атмосфер их полные радиусы $r_{\xi a}$, $r_{\xi c}$, $r_{\rho a}$, $r_{\rho c}$ отнюдь не характеризуют размеры тела звезды, содержащего основную часть массы («ядра» или «собственно звезды»). Об определении радиуса «собственно звезды» будет сказано ниже.

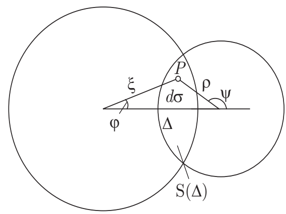

Рис. 214. К выводу основных уравнений теории затменных двойных звезд

Введем на диске каждой из компонент две функции: $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$; $I_c(\rho)$, $I_a(\rho)$. Функции $I_c(\xi)$ и $I_c(\rho)$ описывают распределение яркости по диску первой и второй компонент. Функции $I_a(\xi)$ и $I_a(\rho)$ выражают распределение непрозрачности диска каждой из компонент при рассматривании его «напросвет». Светимости звезд обозначим через L_ξ и L_ρ, нормировав их таким образом, чтобы

$$L_\xi + L_\rho = 2\pi \int\limits_0^{r_{\xi c}} I_c(\xi)\,\xi\,d\xi + 2\pi \int\limits_0^{r_{\rho c}} I_c(\rho)\,\rho\,d\rho = 1. \tag{543}$$

Считая, что каждая из компонент не полностью непрозрачна, учтем поглощение в теле «передней» компоненты. Пусть впереди расположена компонента с индексом ξ. Обратимся к рис. 214. Площадка $d\sigma$ испускает в направлении к наблюдателю в телесный угол $d\omega$ излучение $I_c(\rho)\,d\sigma\,d\omega$. Обозначая через $\tau(\xi)$ оптическую толщу на пути луча зрения в теле «передней» звезды, видим, что до наблюдателя дойдет поток $I_c(\rho)e^{-\tau(\xi)}\ d\sigma d\omega$, и световая мощность, поглощенная в теле «передней» звезды, равна

$$I_c(\rho)[1 - e^{-\tau(\xi)}]d\sigma d\omega = I_c(\rho)I_a(\xi)d\sigma d\omega,$$

где

$$I_a(\xi) = 1 - e^{-\tau(\xi)}.$$

Таким образом, мы пояснили смысл введенной нами ранее функции $I_a(\xi)$. Совершенно аналогично можно получить выражение для функции $I_a(\rho)$:

$$I_a(\rho) = 1 - e^{-\tau(\rho)}.$$

Отметим, что возникающее переизлучение поглощенной лучистой энергии эквивалентно эффекту отражения, и мы будем считать его учтенным при ректификации кривой блеска. Действительно, записав уравнение переноса

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu,$$

где ds — элемент пути, α_ν и ε_ν — объемные коэффициенты поглощения и излучения соответственно, и разрешив его относительно интенсивности I_ν, получим (Соболев, 1967):

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)\exp\left[-\int\limits_0^s \alpha_\nu(s')\,ds'\right] + \int\limits_0^s \varepsilon_\nu(s')\exp\left[-\int\limits_{s'}^s \alpha_\nu(s'')\,ds''\right]ds'. \tag{544}$$

Видно, что интенсивность выходящего излучения $I_\nu(s)$ состоит из двух частей: первая есть интенсивность исходного излучения $I_\nu(0)$, ослабленного в результате поглощения на пути от 0 до s (функция $I_c(\rho)e^{-\tau(\xi)}\,d\sigma\,d\omega$ в нашем случае, или функция $I_c(\xi)e^{-\tau(\rho)}$); вторая часть — интенсивность излучения, обусловленная испусканием лучистой энергии на пути от 0 до s с последующим ослаблением ее вследствие поглощения на пути от точки испускания s' до текущей точки s. Второй член формулы (544) учитывает переизлучение поглощенной лучистой энергии. Поскольку этот член входит в выражение для выходящей интенсивности (544) аддитивно, его можно учесть при ректификации кривой блеска. Следует оговориться, что это, строго говоря, справедливо лишь в том случае, если имеет место истинное поглощение (α_ν — коэффициент истинного поглощения). Если в среде, помимо истинного поглощения, имеет место также и рассеяние излучения, то поскольку коэффициент излучения при рассеянии определяется произведением сечения рассеяния на среднюю интенсивность излучения $\overline{I}_\nu$, уравнение переноса становится интегро-дифференциальным, и простая связь между поглощенной и переизлучаемой радиацией в выражении для выходящей интенсивности (544) нарушается. В данном случае спасает то обстоятельство, что при интерпретации кривой затмения мы восстанавливаем структуру внешних частей протяженной атмосферы, где оптическая глубина меньше единицы. Кроме того, в случае, когда компоненты затменной двойной системы имеют не сильно отличающиеся температуры (что характерно для двойных систем WR+O), амплитуда эффекта отражения относительно мала (см. выше). Поэтому применение процедуры ректификации дает удовлетворительные результаты и при наличии процессов рассеяния в атмосфере облучаемой звезды.

Потеря блеска при затмении, т. е. при взаимном перекрытии дисков звезд (которые в общем случае полупрозрачны), выразится интегралом по области перекрытия $S(\Delta)$ (напомним, что Δ — расстояние между центрами дисков звезд, выраженное в долях радиуса относительной орбиты системы):

$$L_\xi + L_\rho - l_1(\Delta) = 1 - l_1(\Delta) = \iint\limits_{S(\Delta)} I_c(\rho)\, I_a(\xi)\, d\sigma, \tag{545}$$

где $l_1(\Delta)$ — блеск системы в данном минимуме кривой блеска (когда компонента с индексом ξ впереди), функции $I_a(\xi)$ и $I_c(\rho)$ рассматриваются в точке P (см. рис. 214), т. е. в точках $(\xi,\ \varphi)$ и $(\rho,\ \psi)$, лежащих на одном луче зрения. Здесь и далее блеск системы и светимости компонент отнесены к единичному телесному углу.

В фазах другого минимума кривой блеска (когда впереди компонента с индексом ρ) аналогично имеем:

$$1 - l_2(\Delta) = \iint\limits_{S(\Delta)} I_c(\xi)\, I_a(\rho)\, d\sigma. \tag{546}$$

Связь между переменными Δ и θ задается формулой (542).

Уравнения (543), (545), (546) полностью определяют кривую блеска при минимальных модельных предположениях (две сферические звезды на круговых орбитах). Для удобства дальнейшего изложения выпишем отдельно нашу систему уравнений:

$$1 - l_1(\Delta) = \iint\limits_{S(\Delta)} I_c(\rho)\, I_a(\xi)\, d\sigma, \tag{547}$$

$$1 - l_2(\Delta) = \iint\limits_{S(\Delta)} I_c(\xi)\, I_a(\rho)\, d\sigma, \tag{548}$$

$$2\pi \int_0^{r_{\xi c}} I_c(\xi)\,\xi d\xi + 2\pi \int_0^{r_{\rho c}} I_c(\rho)\,\rho d\rho = 1, \tag{549}$$

$$\Delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta. \tag{550}$$

Рассмотрим вначале систему уравнений (547)–(550) при фиксированных значениях геометрических параметров. Поскольку кривая блеска имеет лишь два минимума, мы имеем только два интегральных уравнения (547), (548), связывающие между собой четыре функции: $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$, $I_a(\rho)$, $I_c(\rho)$. Поэтому без задания по крайней мере двух функций, входящих в разные интегральные уравнения, система (547)–(549) незамкнута, т. е. число неизвестных превышает число уравнений. Необходимость постулирования двух функций накладывает ограничения на модели тесной звездной пары, которые допускают однозначную интерпретацию кривой блеска. Например, кривая блеска системы из двух звезд, каждая из которых обладает протяженной атмосферой неизвестной структуры, не может быть интерпретирована однозначно, поскольку в этом случае все четыре функции неизвестны.

Можно выделить две модели затменной системы, для которых возможно получение замкнутой системы интегральных уравнений (547), (548) при фиксированных значениях геометрических параметров.

1. Классическая модель. Это модель двух шаровых абсолютно непрозрачных компонент с резкими краями (тонкими атмосферами) и произвольным радиально-симметричным распределением яркости по дискам. В этом случае известны априори две функции:

$$I_a(\xi) = \begin{cases} 1 \text{ для } 0 \leqslant \xi \leqslant r_{\xi a}, \\ 0 \text{ для } \xi > r_{\xi a}, \end{cases} \qquad I_a(\rho) = \begin{cases} 1 \text{ для } 0 \leqslant \rho \leqslant r_{\rho a}, \\ 0 \text{ для } \rho > r_{\rho a}. \end{cases}$$

Классическая модель является естественным обобщением рассмотренной выше стандартной модели затменной системы, в которой постулируется линейный или какой-либо другой параметризованный закон потемнения к краю. В случае классической модели закон потемнения (т. е. функции $I_c(\xi)$, $I_c(\rho)$) не постулируются, а находятся путем решения интегральных уравнений (547), (548) (Черепащук и др., 1968).

2. Полуклассическая модель. В этом случае система состоит из «нормальной» звезды с тонкой атмосферой и известным законом потемнения и пекулярной звезды с протяженной сферической атмосферой, свойства которой неизвестны и подлежат определению из кривой блеска. Очевидно, в этом случае известны обе функции, описывающие структуру диска нормальной компоненты: $I_c(\rho)$, $I_a(\rho)$. Неизвестными в полуклассической модели являются свойства излучения и поглощения света диском пекулярной компоненты — функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$. Они определяются замкнутой системой интегральных уравнений (547), (548) при фиксированных значениях геометрических параметров. Заметим, что в полуклассической модели не делается никаких модельных предположений о структуре протяженной атмосферы, кроме ее сферичности. Полуклассическая модель может быть обобщена на случай дискообразной протяженной атмосферы (см. монографии: Гончарский и др., 1978, 1985).

Рассмотрим теперь вопрос об определении значений геометрических параметров из кривой блеска. Интегральные уравнения (547), (548) определяют две функции с точностью до совокупности параметров-радиусов компонент, наклонения орбиты и т. п. Поэтому для однозначного определения значений этих геометрических параметров и связанных с ними функций необходимо добавить к интегральным уравнениям (547), (548) соответствующее количество дополнительных условий, например, таких, как условие нормировки (549).

Таким образом, в случае классической и полуклассической модели кривая блеска при затмении определяет два многопараметрических класса одномерных функций, которые получаются путем решения интегральных уравнений (547), (548) при различных значениях геометрических параметров. Применение достаточного количества дополнительных условий отбирает из этих двух классов единственную пару функций и связанный с ними набор параметров. Мы видим, что, в отличие от классических методов решения кривых блеска затменных систем, которые минимизируют функционал невязки, зависящий лишь от конечного числа параметров, в нашем методе минимизируется функционал невязки, зависящий как от функций, так и от параметров. Поэтому наш метод является естественным обобщением классического метода решения кривых блеска затменных систем (см. выше).

Количество дополнительных условий для нахождения геометрических параметров, определяемое одной кривой блеска, зависит от того, какая максимальная часть дисков звезд перекрывается при затмениях (Черепащук, 1966, 1971). Рассмотрим этот вопрос на примере частных затмений в полуклассической модели. Для использования уравнения (549) (условие нормировки суммарной светимости компонент на единицу) с целью определения геометрических параметров необходимо знать функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$ на всем диске пекулярной звезды для $0 \leqslant \xi \leqslant r_{\xi c}$ и $0 \leqslant \xi \leqslant r_{\xi a}$. В этом случае после вычисления квадратур уравнение (549) можно рассматривать как нелинейное алгебраическое уравнение относительно искомых параметров $r_{\xi c}$, $r_{\xi a}$, i, $r_{\rho c}$, $r_{\rho a}$. Эти параметры входят в уравнение (549) неявно, через функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$, которые зависят от геометрических параметров через посредство интегральных уравнений (547), (548). Очевидно, определить функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$ из интегральных уравнений (547), (548) для $0 \leqslant \xi \leqslant r_{\xi c}$ и $0 \leqslant \xi \leqslant r_{\xi a}$ не всегда представляется возможным, поскольку в случае очень частных, неглубоких затмений центральные части дисков звезд могут не перекрываться при затмении (в случае параметрического задания искомых функций это не очень важно, поскольку число искомых параметров много меньше числа точек на кривой блеска). В связи с этим, рассмотрим два случая: $\cos i > r_\rho$ и $\cos i \leqslant r_\rho$, где r_ρ — радиус нормальной компоненты с тонкой атмосферой (для нее, как мы уже отмечали, $r_{\rho a} = r_{\rho c} = r_\rho$). Величина $\cos i$ равна минимальному расстоянию между центрами дисков звезд Δ в момент соединения ($\theta = 0$, см. формулу (542)).

А. Случай $\cos i > r_\rho$. Обратимся к рис. 215. Поскольку в момент соединения ($\theta = 0$) край диска нормальной компоненты не доходит до центра диска пекулярной компоненты, кривая блеска в данном случае не несет информации о распределении яркости и свойств поглощения в центральных частях диска пекулярной звезды. Появляется лишний неизвестный параметр–светимость центральной части диска пекулярной компоненты, в которой искомая функция $I_c(\xi)$ не определяется. Методически более удобно считать, что в случае $\cos i > r_\rho$ число неизвестных параметров остается прежним, но теряется условие (549). Таким образом, в случае $\cos i > r_\rho$ в полуклассической модели не представляется возможным написать достаточное количество дополнительных условий для определения значений геометрических параметров, исходя из одной лишь кривой блеска. Решение задачи об интерпретации кривой блеска не единственно. Для получения решения при $\cos i > r_\rho$ необходимо из дополнительных соображений, не привлекая кривой блеска, постулировать часть неизвестных: либо функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$, либо параметры r_ρ, i. При этом все решения, соответствующие различным постулатам, будут равноправны в том смысле, что все они будут одинаково хорошо представлять кривую блеска. Надежность получаемого таким образом решения целиком зависит от принятых постулатов, которые в случае протяженных атмосфер не могут быть достаточно обоснованными.

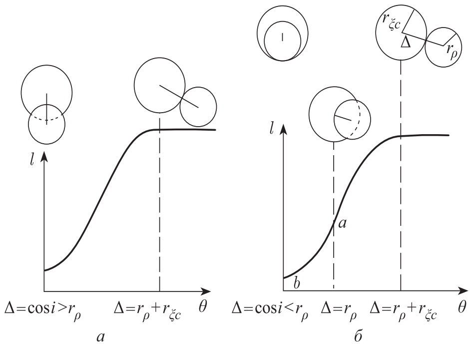

Рис. 215. Схема затмений при $\cos i > r_\rho$ (*а*) и при $\cos i < r_\rho$ (*б*). В случае $\cos i < r_\rho$ участок ab кривой блеска может служить для независимого контроля параметров r_ρ, i. Этот участок и обусловливает зависимость невязки η от параметров r_ρ, i (случай полуклассической модели)

Б. Случай $\cos i < r_\rho$. В этом случае в момент соединения край диска нормальной звезды переходит через центр диска пекулярной компоненты (см. рис. 215). Искомые функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$ определяются на всем диске пекулярной звезды с помощью решения интегральных уравнений (547), (548). Важно то, что для отыскания этих функций участок минимума кривой блеска, соответствующий $\Delta < r_\rho$, можно не привлекать (см. рис. 215). Таким образом, в случае $\cos i < r_\rho$ появляется возможность дополнительного контроля решения. Поскольку при этом можно найти решения интегральных уравнений (547), (548) при фиксированных значениях геометрических параметров, не используя участок кривой блеска, соответствующий $\Delta < r_\rho$, этот контроль осуществляется на независимом множестве значений Δ, а следовательно, и на независимом участке кривой блеска. В этом случае, если геометрические параметры далеки от истинных, функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$, найденные по «верхнему» ($\Delta \geqslant r_\rho$) участку кривой блеска, после подстановки в интегральные уравнения (547), (548) могут не воспроизводить в пределах точности «нижний» ($\Delta < r_\rho$) участок кривой блеска. Таким образом, в случае $\cos i < r_\rho$ появляется дополнительный критерий выбора параметров, т. е. дополнительное условие. На практике естественно использовать для решения интегральных уравнений (547), (548) всю затменную часть кривой блеска, не разбивая ее на части точкой $\Delta = r_\rho$. В этом случае, если в системе выполняется условие $\cos i < r_\rho$, при значениях параметров r_ρ, i, далеких от истинных, может оказаться, что не найдется ни одной функции, позволяющей с заданной точностью описать наблюдаемую кривую блеска теоретической кривой, т. е. интегральные уравнения (547), (548) могут не иметь решения на всей затменной части кривой блеска. Варьируя значения параметров r_ρ, i, можно по минимуму функционала невязки между наблюдаемой и теоретической кривой блеска определить связь между ними, т. е. исключить один искомый параметр. Кроме того, поскольку функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$ определяются на всем диске пекулярной компоненты, для нахождения второго параметра задачи можно использовать уравнение (549). Таким образом, в случае, когда в системе выполняется условие $\cos i < r_\rho$, в момент соединения компонент перекрывается часть диска пекулярной компоненты, большая, чем это требуется для нахождения функций $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$, что и позволяет использовать кривую блеска также и для выбора значений геометрических параметров. Показано (Черепащук, 1971), что в этом случае, в принципе, можно получить полное решение задачи, исходя только из одной кривой блеска. Полученные при этом функции $I_c(\xi)$, $I_a(\xi)$ могут быть использованы для выяснения природы пекулярной компоненты.

Анализ всех возможных случаев разрешимости задачи как для классической, так и полуклассической моделей, основанный на приведенных соображениях, показывает (Черепащук, 1971, см. также Рубашевский, 1971), что при использовании единственной кривой блеска к замкнутой или переопределенной системе интегральных и алгебраических уравнений приводят следующие модели:

1. Классическая модель:
   а) частные затмения, когда для обоих минимумов кривой блеска выполняется условие $\cos i < r$, где r — радиус затмевающей компоненты;
   б) полное затмение.
2. Полуклассическая модель:
   а) частные затмения в случае $\cos i < r_\rho$, где r_ρ — радиус нормальной компоненты;
   б) полное затмение пекулярной компоненты нормальной звездой.
3. Полуклассическая модель в случае, когда пекулярная компонента обладает абсолютно непрозрачным ядром произвольного радиуса r_0 (резкая граница ядра не обязательна):
   а) частные затмения, когда $\cos i < r_\rho$;
   б) полное затмение нормальной компоненты непрозрачным ядром пекулярной компоненты в случае $\cos i < r_\rho$;
   в) полное затмение пекулярной компоненты нормальной звездой.

Остальные модели приводят к незамкнутой системе уравнений. Заметим, что для обеспечения единственности решения задачи, вообще говоря, не обязательно требовать замкнутости системы уравнений. Возможны случаи, когда и незамкнутая система уравнений имеет единственное решение. Например, в действительной плоскости одно уравнение $x^2 + y^2 + z^2 = 0$ однозначно определяет три неизвестных: $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. С другой стороны, замкнутость системы независимых уравнений, очевидно, еще не гарантирует единственности решения задачи. Поэтому во всех перечисленных случаях единственность решения системы уравнений (547)–(549) должна быть исследована особо. Строгое исследование единственности решения задачи (547)–(549) является очень сложной математической задачей. Поэтому вопрос о единственности разумно исследовать численным путем. Для этого можно воспользоваться просчетом задачи в широком диапазоне изменения ее параметров и построить поверхность функционала невязки в пространстве искомых параметров. Основой для такого подхода служит все возрастающая мощь современных компьютерных средств и эффективность методов регуляризации некорректно поставленных задач, а также небольшое число искомых параметров.

Таким образом, количество информации, содержащейся в кривой блеска затменной системы, зависит от выполнения условия $\cos i < r$ в случае классической и $\cos i < r_\rho$ в случае полуклассической модели. Наибольший практический интерес имеет обоснование гипотезы $\cos i < r_\rho$ в случае полуклассической модели. Выполнимость этого условия непосредственно не следует из кривой блеска; кроме того, если решение найдено в гипотезе $\cos i < r_\rho$, то это отнюдь не доказывает того, что условие $\cos i < r_\rho$ в данной системе действительно выполняется. Гипотеза $\cos i < r_\rho$ является, в сущности, своеобразным модельным предположением, которое должно быть независимо обосновано.

В работе Черепащука (1973а) сформулирован достаточный критерий, который в ряде случаев позволяет строго доказать выполнимость условия $\cos i < r_\rho$ в данной затменной системе. Предположим, что из дополнительных соображений известна оценка отношения светимостей компонент $q = L_\xi / L_\rho$. Например, спектрофотометрический метод Билса (Beals, 1944) позволяет оценивать отношение монохроматических светимостей компонент в континуумах в двойной системе путем сравнения эквивалентных ширин линий поглощения в спектре нормальной звезды в двойной системе с эквивалентными ширинами линий поглощения в спектре одиночной звезды того же спектрального класса и класса светимости. Из-за вклада континуума спутника эквивалентные ширины линий поглощения в спектре звезды, входящей в двойную систему, должны быть систематически занижены по сравнению с одиночной звездой. Отсюда можно оценить отношение светимостей компонент q. Ранее, при использовании фотографических методов регистрации спектров, такая оценка для q получалась со значительной ошибкой — с точностью до фактора 1,5–2. Однако в последние годы, в связи с использованием ПЗС-матриц, спектрофотометрическая оценка для q может быть получена со значительно лучшей точностью (см., например, Cherepashchuk et al., 1995). Поэтому спектрофотометрическая оценка для q может быть использована для обоснования выполнимости условия $\cos i < r_\rho$ в двойной системе (и даже для дополнительного ограничения области допустимых значений параметров r_ρ, i).

Рассмотрим, для определенности, частные затмения в полуклассической модели системы. Приводимые ниже рассуждения применимы и для полных затмений. Зная отношение светимостей компонент q, легко вычислить светимость каждой компоненты, выраженную в долях суммарной светимости компонент:

$$L_\rho = \frac{1}{1+q}, \quad L_\xi = \frac{q}{1+q}.$$

Достаточный, но не необходимый критерий выполнимости условия $\cos i < r_\rho$ в полуклассической затменной системе формируется следующим образом (Черепащук, 1973а): если максимальная потеря блеска $1 - l_{\min} \geqslant 1/2 L_\xi$ (L_ξ — относительная светимость пекулярной компоненты) в минимуме, соответствующем затмению пекулярной компоненты нормальной звездой, то в системе выполняется условие $\cos i < r_\rho$. Доказательство этой теоремы очень простое. Компоненты системы в нашей модели сферичны. Рассмотрим минимум кривой блеска, в котором нормальная звезда радиусом r_ρ затмевает пекулярную компоненту. Предположим вначале, что радиус r_ρ очень большой, много больше радиуса пекулярной звезды. В этом случае при $\cos i = r_\rho$ в момент соединения край диска нормальной звезды касается центра диска пекулярной компоненты, и перекрыта почти половина ее диска. Поэтому при $\cos i = r_\rho$ и большом r_ρ максимальная потеря блеска при затмении $1 - l_{\min} \simeq (1/2)\, L_\xi$ (L_ξ — светимость пекулярной компоненты). При $\cos i < r_\rho$ и большом радиусе r_ρ в момент соединения потеря блеска $1 - l_{\min} > (1/2)\, L_\xi$, так как перекрыто более половины диска пекулярной компоненты. Пусть теперь радиусы нормальной и пекулярной компонент сравнимы. Тогда при $\cos i = r_\rho$ в момент соединения перекрыто меньше половины диска пекулярной компоненты, и максимальная потеря блеска $1 - l_{\max} < (1/2)\, L_\xi$. Если же $\cos i < r_\rho$, то в момент соединения край диска нормальной звезды переходит через центр диска пекулярной компоненты, и максимальная потеря блеска $1 - l_{\max}$ может сравняться с $(1/2)\, L_\xi$ или даже превзойти ее за счет возрастания яркости к центру на диске пекулярной компоненты. Отсюда ясно, что в случае, когда радиусы компонент сравнимы, и выполняется наблюдательное соотношение $1 - l_{\max} \geqslant (1/2)\, L_\xi$, то в системе заведомо должно выполняться условие $\cos i < r_\rho$. Это и есть достаточный критерий выполнимости условия $\cos i < r_\rho$

в полуклассической затменной системе. Как уже отмечалось, этот критерий является достаточным, но не необходимым, поскольку если $\cos i < r_\rho$, то отсюда не всегда следует, что максимальная потеря блеска при затмении ξ-компоненты $1 - l_{\min}$ будет больше $(1/2)\, L_\xi$. Например, в случае очень малого значения радиуса спутника r_ρ максимальная потеря блеска при затмении ξ-компоненты даже в случае $\cos i < r_\rho$ будет меньше, чем $(1/2)\, L_\xi$. Однако, если из наблюдений удалось установить, что в исследуемой системе $1 - l_{\min} \geqslant (1/2)\, L_\xi$, то это наверняка гарантирует выполнимость условия $\cos i < r_\rho$. В этом случае можно быть уверенным в том, что в момент соединения край диска спутника нормальной звезды заходит за центр диска пекулярной звезды, т. е. более половины диаметра диска пекулярной звезды перекрывается при затмении.

Следует подчеркнуть, что этот достаточный критерий не требует априорного знания параметров r_ρ, i, поэтому он может применяться до процедуры решения обратной задачи интерпретации кривой блеска.

С помощью описанного достаточного критерия можно заранее отобрать те полуклассические затменные системы, в которых условие $\cos i < r_\rho$ выполняется и для которых возможно полное решение задачи интерпретации кривой блеска. Рассмотрим конкретные примеры.

1. Затменная WR+O-система BAT 99-129. В этой недавно открытой полуклассической системе потеря блеска в середине вторичного минимума (звезда WR с протяженной атмосферой затмевается звездой O — нормальной звездой с тонкой атмосферой) составляет $1 - l^{(2)}_{\min} = 0{,}14$. Наблюдаемая относительная светимость компоненты WR, оцененная спектрофотометрическим методом, составляет $L^{\rm obs}_W = 0{,}25$ (см. ниже). Таким образом, в этом случае

$$1 - l^{(2)}_{\min} > \frac{1}{2}\, L^{\rm obs}_{\rm WR}.$$

Можно заключить, что в полуклассической системе BAT 99-129 условие $\cos i < r_\rho$ выполняется. Кривая блеска системы допускает полное решение обратной задачи.

2. Затменная WR+O-система V 444 Cyg. В этой хорошо исследованной полуклассической системе потеря блеска в середине вторичного минимума (звезда WR затмевается O-звездой) составляет $1 - l^{(2)}_{\min} = 0{,}14$. Первая спектрофотометрическая оценка относительной светимости звезды WR была получена фотографическим методом в работе Билса (1944): $L^{\rm obs}_{\rm WR} = 0{,}12$–$0{,}27$. В этом случае, для любого $L^{\rm obs}_{\rm WR}$ из приведенного интервала $1 - l^{(2)}_{\min} > (1/2)\, L^{\rm obs}_{\rm WR}$, т. е. достаточный критерий выполнимости условия $\cos i < r_\rho$ выполняется. В последние годы спектрофотометрическая оценка для $L^{\rm obs}_{\rm WR}$ была получена с помощью ПЗС-матрицы (Cherepashchuk et al., 1995). Новое значение $L^{\rm obs}_{\rm WR} = 0{,}38$. Половина относительной светимости звезды WR $(1/2)\, L^{\rm obs}_{\rm WR} = 0{,}19$, что несколько больше максимальной потери блеска во вторичном минимуме: $1 - l^{(2)}_{\min} = 0{,}14$. Однако, поскольку наш критерий является достаточным, но не необходимым, этот факт еще не опровергает выполнимость условия $\cos i < r_\rho$ в системе V 444 Cyg. С другой стороны, относительно небольшое различие величин $1 - l^{(2)}_{\min}$ и $(1/2)\, L^{\rm obs}_{\rm WR}$ (0,14 и 0,19) свидетельствует о том, что в системе V 444 Cyg почти половина диаметра звезды WR перекрывается при затмении O-звездой. Поэтому кривая блеска затменной системы V 444 Cyg также может быть использована для получения полного решения обратной задачи, особенно если для ограничения области допустимых значений параметров r_ρ, i дополнительно использовать спектрофотометрическую оценку светимости звезды WR $L^{\rm obs}_{\rm WR} = 0{,}38$.

Уравнения (547), (548) — интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода, которые, как известно (Тихонов, 1963а,б), описывают некорректно поставленные задачи.

Задача (547)–(549) является обратной в том смысле, что в данном случае по следствиям некоторого процесса (наблюдаемой кривой блеска $l(t)$) нужно судить о причинах, его породивших (найти функции $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$ и параметры r_ρ, i). Подавляющее большинство обратных задач являются некорректно поставленными: малым возмущениям наблюдательных данных (ошибкам наблюдений) соответствуют сколь угодно большие возмущения решения (функций $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$). А. Н. Тихонов (1963а,б) отметил, что некорректная задача является физически недоопределенной, поэтому для ее решения необходимо использовать априорную информацию об искомом решении. Им было введено фундаментальное понятие регуляризирующего алгоритма, который позволяет получать устойчивое приближение к точному решению некорректной задачи, сходящееся к точному решению, т. е. при стремлении ошибки наблюдений к нулю отклонение приближенного решения от точного (в какой-либо метрике) также стремится к нулю. Поэтому приближенное решение некорректной задачи, полученное с помощью регуляризирующего алгоритма, в асимптотическом смысле близко к ее точному решению. Отметим, что все «стихийные» методы решения некорректных задач «в общем виде» не гарантируют сходимости приближенного решения к точному (см. книгу Гончарского и др., 1978, где приведен соответствующий обзор).

Важным частным случаем регуляризирующего алгоритма является решение некорректной задачи на компактном множестве функций. Напомним, что множество называется компактным, если из всякой последовательности элементов этого множества можно выделить сходящуюся подпоследовательность. Если же компактному множеству принадлежат границы этого множества, то это компакт. Как было показано Тихоновым (1943), некорректная задача, решаемая на компактном множестве функций, является корректной (точнее, условно корректной, так как она решается на ограниченном множестве функций). Для решения некорректной задачи на компактном множестве можно использовать любой алгоритм. Выделение компактного множества функций связано с использованием априорной информацией о точном решении некорректной задачи. Если этой информации оказывается достаточно для выделения компактного множества функций, то некорректная задача решаемая на этом компактном множестве функций является корректной, ее решение устойчиво и сходится к точному решению.

Частным случаем компактного множества является множество функций, зависящих от конечного числа параметров. Если априорной информации оказывается достаточно, чтобы выделить конечно-параметрическое семейство функций, то некорректная обратная задача становится корректной, и для ее решения можно использовать любой алгоритм. Так обстоят дела с классическими методами решения кривых блеска затменных систем, где обратная задача сводится к нахождению конечного числа параметров (радиусов звезд, наклонения орбиты, коэффициентов потемнения к краю дисков звезд и т. п.). Как отмечалось выше, в случае затменных систем с протяженными атмосферами не удается осуществить универсальную параметризацию искомых функций распределения яркости и поглощения по диску пекулярной звезды. Поэтому при интерпретации кривой блеска затменной системы с протяженной атмосферой приходится уходить от классической чисто параметрической модели системы и искать, наряду с геометрическими параметрами, две функции $I_a(\xi)$ и $I_c(\xi)$. К счастью, компактным множеством может быть не только параметрическое семейство функций, но и множество функций специальной структуры (эта специальная структура функций должна отражать физически обоснованную априорную информацию, учитывающую специфику используемой модели). Например, множество монотонных неотрицательных и ограниченных сверху функций является компактным. Компактным является также множество выпуклых неотрицательных и вогнутых неотрицательных функций. В монографиях Гончарского и др. (1978, 1985) описаны современные научно обоснованные методы решения обратных некорректных задач и даны результаты их применения к решению ряда обратных задач астрофизики. В монографии Гончарского и др. (1985) приведены программы для компьютера на языке ФОРТРАН, реализующие современные методы решения некорректных задач, в том числе методы решения некорректных задач на компактных множествах специальной структуры.

Завершая этот краткий обзор по методам решения некорректных задач, отметим, что специфика атмосферы звезды вполне допускает при нахождении функций $I_a(\xi)$ и $I_c(\xi)$ выделение компактных множеств функций специальной структуры. Исходя из самых общих соображений о структуре протяженной атмосферы звезды и не затрагивая детали ее физической модели, можно с хорошим приближением считать искомые функции $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$, принадлежащими компактному множеству монотонных неотрицательных ограниченных сверху функций. Функции $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$ могут рассматриваться и в рамках более жесткой априорной информации: их можно считать выпуклыми монотонными неотрицательными, вогнутыми монотонными неотрицательными и даже выпукло-вогнутыми монотонными неотрицательными. Все эти классы функций специальной структуры являются компактными множествами. Для решения нашей обратной задачи интерпретации кривой блеска полуклассической затменной системы на любом из этих компактных множеств функций можно использовать различные алгоритмы. Получаемое при этом решение устойчиво и равномерно сходится к точному решению некорректной задачи. Все возрастающая мощь современных компьютерных средств позволяет эффективно реализовать алгоритмы решения некорректных задач на компактных множествах функций специальной структуры.

4. Метод интерпретации кривых блеска затменных систем с протяженными атмосферами

Рассмотрим полуклассическую модель затменной двойной системы в применении к кривой блеска, полученной в частотах непрерывного спектра (интерпретация кривых блеска полуклассических затменных систем в частотах эмиссионных линий описана в книге Гончарского и др., 1978). Наша модель описывается уравнениями (547)–(549). Интегральные уравнения (547), (548) интегрированием по угловым переменных φ, ψ можно привести к одномерному виду (см. Черепащук, 1971):

$$1 - l_1(\Delta) = \int\limits_0^{R_{\xi a}} K_1(\xi,\ \Delta,\ r_\rho)\ I_0\, I_a(\xi)\ d\xi, \quad \cos i \leqslant \Delta \leqslant R_{\xi a} + r_\rho, \tag{551}$$

$$1 - l_2(\Delta) = \int\limits_0^{R_{\xi c}} K_2(\xi,\ \Delta,\ r_\rho)\ I_c(\xi)\ d\xi, \quad \cos i \leqslant \Delta \leqslant R_{\xi c} + r_\rho, \tag{552}$$

где уравнение (551) соответствует атмосферному затмению (нормальная звезда затмевается пекулярной компонентой), а уравнение (552) — затмению пекулярной компоненты нормальной звездой.

Параметры $R_{\xi a}$ и $R_{\xi c}$ мажорируют полные радиусы дисков поглощения и излучения пекулярной звезды. Их можно оценить из соотношений (см. уравнение (542))

$$R_{\xi a} = \sqrt{\cos^2 i + \sin^2 i\, \sin^2 \theta_a(0)} - r_\rho,$$

$$R_{\xi c} = \sqrt{\cos^2 i + \sin^2 i\, \sin^2 \theta_c(0)} - r_\rho,$$

где $\theta_a(0)$ и $\theta_c(0)$ — фазовые углы, соответствующие началам затмений ($\theta_a(0)$ относится к атмосферному затмению). Поскольку полные радиусы диска пекулярной компоненты определяются нулями соответствующих функций $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$, а $R_{\xi a}$ и $R_{\xi c}$ — мажорирующие параметры, задача интерпретации кривой блеска полуклассической затменной системы (в отличие от классических систем) слабо чувствительна к неточностям определения моментов начала затмений.

Параметр I_0 — яркость в центре нормальной звезды, для которой принимается линейный закон потемнения:

$$I_c(\rho) = I_0 \left(1 - x + x\sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_\rho^2}}\right),$$

где x — коэффициент потемнения для нормальной звезды, который задается в соответствии с ее спектральным классом и классом светимости. $K_1(\xi, \Delta, r_\rho)$, $K_2(\xi, \Delta, r_\rho)$ — ядра интегральных уравнений (551), (552), описывающие форму области перекрытия дисков компонент. Их выражения выведены в книгах (Гончарский и др., 1978, 1985):

$$K_1(\xi,\,\Delta,\,r_\rho) = \begin{cases} 2\xi(1-x)\arccos\dfrac{\xi^2+\Delta^2-r_\rho^2}{2\xi\Delta} + \dfrac{8x\xi\sqrt{\xi\Delta}}{r_\rho}E(\varkappa) + \\ \qquad + x\dfrac{2\sqrt{\xi}\,r_\rho^2 - 2\sqrt{\xi}\,(\xi+\Delta)^2}{r_\rho\sqrt{\Delta}}K(\varkappa) & \text{для } (\xi,\Delta)\in G_1, \\ 2\pi\xi(1-x) + \dfrac{4\xi}{r_\rho}x\sqrt{r_\rho^2-(\xi-\Delta)^2}\,E(\mu) & \text{для } (\xi,\Delta)\in G_2, \\ 0 & \text{для } (\xi,\Delta)\in G_3, \\ 0 & \text{для } (\xi,\Delta)\in G_4. \end{cases} \tag{553}$$

Область определения ядра $K_1(\xi,\Delta,r_\rho)$ изображена на рис. 216, там же указаны подобласти G_1–G_4. Здесь $\varkappa = \sqrt{\dfrac{r_\rho^2-(\xi-\Delta)^2}{4\xi\Delta}}$, $\mu = \dfrac{1}{\varkappa}$, $K(\varkappa)$, $E(\varkappa)$, $E(\mu)$ — полные эллиптические интегралы, которые могут быть вычислены с помощью разложений в ряды (Градштейн и Рыжик, 1963, см. также Гончарский и др., 1978, 1985). Заметим, что эллиптический интеграл $K(\varkappa)$ при $\xi = r_\rho - \Delta$ обращается в бесконечность, однако эта особенность несущественна, поскольку коэффициент при $K(\varkappa)$ в формуле (553) обращается в нуль при $\xi = r_\rho - \Delta$.

$$K_2(\xi,\,\Delta,\,r_\rho) = \begin{cases} 2\xi\,\arccos\dfrac{\xi^2+\Delta^2-r_\rho^2}{2\xi\Delta}2\pi\xi & \text{для } (\xi,\,\Delta)\in G_1, \\ 2\pi\xi & \text{для } (\xi,\,\Delta)\in G_2, \\ 0 & \text{для } (\xi,\,\Delta)\in G_3, \\ 0 & \text{для } (\xi,\,\Delta)\in G_4. \end{cases} \tag{554}$$

Области G_1–G_4 совпадают с соответствующими областями для $K_1(\xi,\,\Delta,\,r_\rho)$, если на рис. 216 заменить $R_{\xi a}$ на $R_{\xi c}$. Ядра $K_1(\xi,\,\Delta,\,r_\rho)$, $K_2(\xi,\,\Delta,\,r_\rho)$ легко программируются на современных компьютерах. В работах (Черепащук, 1973б, Черепащук и др., 1973) приведены программы для компьютера на языке ФОРТРАН-1V, реализующие решения интегральных уравнений (551), (552) на множестве монотонных неотрицательных функций.

Условие нормировки суммарной светимости компонент (549) после подстановки в него выражения для линейного закона потемнения по диску нормальной звезды $I_c(\rho)$ приводится к следующему виду:

$$2\pi \int\limits_0^{r_{\xi c}} I_c(\xi)\, \xi d\xi + I_0 \pi r_\rho^2 \left(1 - \frac{x}{3}\right) = 1. \tag{555}$$

Кроме того, мы должны учесть специфику нашей задачи: пекулярная звезда должна иметь абсолютно непрозрачное «ядро», соответствующее гидростатическому телу звезды, содержащему основную часть массы (например, для звезды WR масса протяженной атмосферы составляет менее 10^{-10} от массы ее «ядра»). Поэтому в нашем случае для функции $I_a(\xi)$ есть надежная априорная информация: в центре диска пекулярной звезды ($\xi = 0$) эта функция должна быть равна единице. Действительно, $I_a(\xi) = 1 - e^{-\tau(\xi)}$. При $\xi = 0$ (центр «ядра») $\tau = \infty$, поэтому $I_a(\xi = 0) = 1$, независимо от значений остальных параметров модели. Практика применения нашего метода показала, что на функцию $I_a(\xi)$ целесообразно наложить более сильное ограничение:

$$I_a(0 \leqslant \xi \leqslant r_0) \equiv 1, \tag{556}$$

где r_0 — радиус непрозрачного «ядра» пекулярной звезды (для всех точек «ядра» $\tau = \infty$).

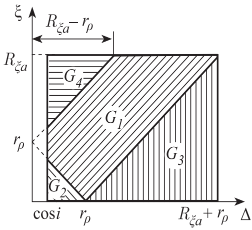

Рис. 216. Область определения ядер $K_1(\xi,\ \Delta,\ r_\rho)$, $K_2(\xi,\ \Delta,\ r_\rho)$ интегральных уравнений, описывающих кривую блеска полуклассической затменной системы

Величина r_0 априори неизвестна, но ее можно оценить, используя независимо определяемую функцию распределения яркости по диску пекулярной звезды $I_c(\xi)$. Поскольку эта функция быстро нарастает к центру диска пекулярной звезды, за оценку величины r_0 можно взять радиус светящегося диска пекулярной компоненты на уровне половинной интенсивности функции $I_c(\xi)$. Поступая таким образом, мы требуем, чтобы характерная полуширина функции $I_c(\xi)$ совпадала с размером области постоянства и равенства единице функции $I_a(\xi)$ в ее центральных частях, соответствующих непрозрачному «ядру». Использование условия (556) при указанном способе оценки радиуса ядра r_0 сильно повышает чувствительность задачи к искомым параметрам r_ρ, i. Это связано с тем, что функции $I_a(\xi)$ и $I_c(\xi)$ определяются независимо из разных интегральных уравнений (551), (552), описывающих разные минимумы кривой блеска.

Для центрального значения функции $I_c(\xi)$ нет достоверной априорной информации. При решении обратной задачи на множестве монотонных неотрицательных функций (Гончарский и др., 1978, 1985) мы ограничивали функцию $I_c(\xi)$ сверху некоторой константой, которая подбиралась методом перебора по минимуму невязки. В случае монотонной функции, возрастающей к центру диска, это необходимо делать, чтобы исключить возможность сколь угодно большого значения функции $I_c(\xi)$ в центре диска при $\xi = 0$. Дело в том, что хотя множество монотонных неотрицательных функций является компактным, равномерная сходимость приближенного решения к точному гарантируется для всех значений ξ, кроме $\xi = 0$ (грубо говоря, в этом случае в одной точке $\xi = 0$ для функции $I_c(\xi)$ при решении задачи на множестве монотонных неотрицательных функций, остается некорректность). В случае, когда задача решается на компактном множестве выпуклых или выпукло-вогнутых функций, этой проблемы не существует, поскольку эта априорная информация жестко ограничивает степень свободы в поведении функций $I_a(\xi)$ и $I_c(\xi)$ во всех точках, включая $\xi = 0$.

Выпишем отдельно всю систему уравнений, описывающую кривую блеска затменной системы в рамках полуклассической модели:

$$1 - l_1(\Delta) = \int\limits_0^{R_{\xi a}} K_1(\xi, \Delta, r_\rho)\, I_0\, I_a(\xi)\, d\xi, \quad \cos i \leqslant \Delta \leqslant R_{\xi a} + r_\rho, \tag{557}$$

$$1 - l_2(\Delta) = \int\limits_0^{R_{\xi c}} K_2(\xi, \Delta, r_\rho)\, I_c(\xi)\, d\xi, \quad \cos i \leqslant \Delta \leqslant R_{\xi c} + r_\rho, \tag{558}$$

$$2\pi \int\limits_0^{r_{\xi c}} I_c(\xi)\, \xi d\xi + I_0 \pi r_\rho^2 \left(1 - \frac{x}{3}\right) = 1, \tag{559}$$

$$I_a(0 \leqslant \xi \leqslant r_0) \equiv 1, \quad r_0 = \frac{1}{2}\,\mathrm{FWHM}\, I_c(\xi), \tag{560}$$

$$\Delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2\theta. \tag{561}$$

В этой системе уравнений $1 - l_1(\Delta)$, $1 - l_2(\Delta)$ — наблюдаемые потери блеска в случае атмосферного затмения и затмения пекулярной звезды нормальной компонентой соответственно. Независимыми неизвестными, подлежащими определению из кривой блеска, являются две функции $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$ и два параметра r_ρ, i. Остальные параметры ($r_{\xi a}$, $r_{\xi c}$, L_ξ, L_ρ, r_0) определяются с помощью функций $I_a(\xi)$ и $I_c(\xi)$ и потому не являются независимыми. Как показано выше, если затмения в двойной системе достаточно глубокие, т. е. выполняется условие $\cos i < r_\rho$, то при затмениях перекрывается более половины диаметра пекулярной компоненты, и система уравнений (557)–(561) может иметь единственное решение, которое, ввиду малого числа независимых искомых параметров (r_ρ, i), можно найти прямым перебором по этим параметрам.

Под невязкой η между наблюдаемой и теоретической кривыми блеска естественно понимать весовую сумму квадратов уклонений (метрика пространства l_2 с весом w):

$$\eta = \sum_{j=1}^{N} \left[(1 - l_j)_H - (1 - l_j)_T\right]^2 w_j. \tag{562}$$

Здесь $(1 - l_j)_H$ — наблюдаемая потеря блеска при затмении, $(1 - l_j)_T = \int\limits_0^{R_\xi} K(\xi, \Delta, r_\rho)\, I(\xi)\, d\xi$ — теоретическая потеря блеска ($I(\xi) = I_a(\xi)$ или $I_c(\xi)$), j — номер нормальной точки наблюдаемой кривой блеска, N — число нормальных точек, w_j — вес нормальной точки:

$$w_j = \frac{k}{\varepsilon_j^2},$$

где k — произвольная константа, ε_j — среднеквадратичная погрешность интенсивности в данной нормальной точке наблюдаемой кривой блеска. Погрешность в шкале интенсивностей ε связана с погрешностью в шкале звездных величин σ соотношением (Linnel and Proctor, 1970)

$$\varepsilon_j = l_j \sigma_j.$$

Решение задачи (557)–(561) сводится к минимизации функционала невязки η как в главном, так и во вторичном минимумах кривой блеска. Для решения интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода (557), (558) можно применять регуляризирующие алгоритмы с использованием различной априорной информации об искомых функциях $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$ (подробности см. в монографиях Гончарского и др., 1978, 1985). Можно, например, применять регуляризирующий алгоритм Тихонова (1963а,б), реализующий решение некорректной задачи на множестве гладких функций и гарантирующий асимптотическую близость приближенного решения к точному. Замечательно то, что этот алгоритм не требует обязательного выделения компактного множества функций. Он может использоваться даже тогда, когда априорная информация об искомом решении некорректной задачи весьма скудна и недостаточна для выделения компактного множества функций. Алгоритм Тихонова (1963а,б) применялся в нашей первой работе по интерпретации кривой блеска полуклассической затменной системы (Черепащук и др.,1967). Характерной особенностью этого алгоритма является необходимость использования так называемого параметра регуляризации, который должен быть согласован с погрешностью наблюдательных данных. Следует подчеркнуть, что в случае некорректной задачи важно использовать как можно более детальную априорную информацию об искомом решении, определяемую спецификой конкретной обратной задачи. При этом желательно сводить решение некорректной задачи к ее решению на компактном множестве функций. Это, как уже отмечалось, позволяет применять любой алгоритм поиска решения и гарантирует устойчивость приближенного решения и его сходимость к точному. В книге Гончарского и др. (1985) описаны алгоритмы и приведены программы для компьютера на языке ФОРТРАН-1V, реализующие решение некорректной задачи на компактных множествах функций специальной структуры: монотонных неотрицательных функций, выпуклых и вогнутых неотрицательных функций. Эти алгоритмы с успехом могут применяться для решения обратной задачи интерпретации кривых блеска полуклассических затменных систем.

Сформулируем последовательность операций, которые надо выполнять при интерпретации кривой блеска полуклассической затменной системы нашим методом.

1. Необходимо доказать, что в исследуемой затменной системе выполняется условие $\cos i < r_\rho$. Согласно достаточному критерию (Черепащук, 1973а), для системы должно выполняться соотношение

$$1 - l_{\min}^{(2)} \geqslant \frac{1}{2}\, L_\xi,$$

где $1 - l_{\min}^{(2)}$ — максимальная потеря блеска при затмении пекулярной звезды нормальной компонентой, L_ξ — относительная светимость пекулярной компоненты, которую можно оценить современными спектрофотометрическими методами.

2. Задачу решаем перебором по двум параметрам: r_ρ, i. Фиксируем значения параметров r_ρ, i и решаем интегральное уравнение (558). Определяем функцию $I_c(\xi)$ и соответствующее ей значение функционала невязки $\eta_2[I_c(\xi), r_2, i]$.

3. Из условия нормировки (559) находим значение параметра I_0 и подставляем его в уравнение (557).

4. Используя условие (560), при тех же значениях параметров r_ρ, i решаем интегральное уравнение (557). Определяем функцию $I_a(\xi)$ и соответствующее ей значение функционала невязки $\eta_1[I_a(\xi), r_\rho, i]$.

5. Повторяя изложенную процедуру для сетки параметров r_ρ, i, строим поверхность функционала суммарной невязки

$$\Phi[I_a(\xi), I_c(\xi), r_\rho, i] = \eta_1 + \eta_2. \tag{563}$$

6. Анализ поверхности функционала суммарной невязки (563) позволяет судить о единственности решения. Если решение единственно, по минимуму функционала (563) находим полное решение задачи: функции $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$ и параметры r_ρ, i.

Полученные таким образом функции $I_a(\xi)$, $I_c(\xi)$ могут служить для оценки радиуса и температуры «ядра» пекулярной звезды, для определения структуры и физических характеристик ее протяженной атмосферы: распределения объемного коэффициента поглощения, поля скоростей в ней и т. п. (см.Черепащук, 1975, Гончарский и др., 1978, 1985).

5. Интерпретация кривой блеска затменной системы V 444 Cyg на множестве выпукло-вогнутых функций

Затменная двойная система V 444 Cyg (WN5+O6, $P \simeq 4{,}2^{\mathrm{d}}$) предоставляет уникальную возможность изучения структуры протяженной атмосферы у основания звездного ветра звезды WR. Система состоит из звезды Вольфа–Райе азотной последовательности спектрального подкласса WN5 и нормальной звезды с тонкой атмосферой спектрального класса O6. Кривая блеска системы имеет алголеподобный вид с незначительными внезатменными изменениями блеска, обусловленными эффектами эллипсоидальности и отражения и сравнительно глубокими затмениями. Эта система детально изучалась разными авторами, начиная с работы Крона и Гордон (Kron and Gordon, 1950), которые определили параметры системы из высокоточной широкополосной кривой блеска, используя чисто параметрическую модель. В этой модели распределение яркости по диску звезды WR грубо моделировалось набором постоянных значений (радиус «ядра» и его средняя яркость, радиус оболочки и ее средняя яркость и т. п.). Кроме того, авторами использовалась спектрофотометрическая оценка отношения светимостей компонент, полученная Билсом (1944). Обзор работ по решению кривых блеска системы V 444 Cyg приведен в книге Гончарского и др. (1978).

По современным представлениям, звезды WR первого типа населения Галактики (т. е. концентрирующиеся к галактической плоскости) представляют собой гелиевые остатки массивных проэволюционировавших звезд с начальной массой в несколько десятков масс Солнца. Стадия WR представляет лишь незначительный отрезок в жизни массивной звезды. Тем не менее, эти объекты играют ключевую роль в понимании эволюции и внутреннего строения массивных звезд из-за сочетания уникальных физических характеристик, делающих звезды WR ценными объектами для сравнения предсказаний теории и наблюдений. Одной из важнейших характеристик звезд WR является наличие мощного звездного ветра (темп потери массы может достигать 10^{-5}–$10^{-4} M_{\odot}$/год при скоростях радиального истечения вещества $\sim 10^3$ км/с). Природа столь интенсивного ветра до конца не ясна. Есть серьезные основания полагать, что одна из основных причин ускорения вещества в ветре — это давление излучения горячего «ядра» звезды WR, однако одной этой причины недостаточно, поэтому ученые вынуждены привлекать дополнительные механизмы, облегчающие истечение: вращение «ядер» звезд WR, их пульсации и т. п.

Наличие плотного ветра создает значительные трудности при определении физических параметров «ядер» звезд WR (см., например, Рублев, 1974). Одним из возможных путей преодоления этой трудности является построение адекватной самосогласованной модели ветра звезды WR, что позволило бы использовать ее как «передаточную функцию» между центральным горячим «ядром» и наблюдаемыми внешними проявлениями (например, спектром). В последнее время в этом направлении были достигнуты успехи (см., например, Hamman et al., 1999, Hillier and Miller, 1999 и приведенные в этих работах ссылки). Так называемая стандартная не-ЛТР-модель ветра звезд WR способна объяснить все наиболее существенные спектральные характеристики этих звезд, правда это удается успешно осуществить лишь при дополнительном учете клочковатости ветра WR. В то же время, ряд вопросов до сих пор остается нерешенным. Отчасти это связано с тем, что полностью самосогласованная модель, включающая газодинамические расчеты и решение уравнения переноса, отсутствует. В стандартной модели решаются только уравнения переноса, в то время как кинематическая модель ветра задается «руками» простым аналитическим выражением (законом Ламерса для распределения скорости в ветре).

Важнейшими параметрами центральных «ядер» звезд WR являются радиус и эффективная температура. Радиус непрозрачного «ядра» можно определить как радиус, на котором радиальная Росселандова оптическая толща равна 2/3 (Hamman and Grafener, 2004). Если болометрическая светимость известна, эффективная температура «ядра» звезды WR может быть получена из закона Стефана–Больцмана.

Сравнение теоретических и наблюдательных спектров одиночных звезд WR с использованием современной продвинутой стандартной не-ЛТР-модели в принципе позволяет определять их основные характеристики, такие как температура, радиус и темп потери массы $\dot{M}$. Однако выяснилось, что для плотных ветров, наблюдаемых у звезд WN ранних подклассов, между параметрами модели атмосферы существует корреляция (Hamman and Grafener, 2004), позволяющая определить лишь комбинацию параметров $L/\dot{M}^{4/3}$, где $L = 4\pi R_*^2 \sigma T_{\rm ef}^4$ — болометрическая светимость звезды WR, R_* — радиус «ядра» звезды, $T_{\rm ef}$ — эффективная температура, σ — постоянная Стефана–Больцмана.

Затменные двойные системы, содержащие компоненту WR, предоставляют возможность непосредственного и независимого определения радиуса непрозрачного «ядра» и его яркостной температуры с помощью анализа кривых блеска. «Нормальная» компонента в данном случае выступает в роли пробного тела. Наличие плотного полупрозрачного ветра WR, как уже отмечалось, делает использование параметрических моделей двойной системы (типа Рессела–Меррила, Вильсона–Девиннея) проблематичным. Мы применяем для интерпретаций кривых блеска затменных систем типа WR+O метод, описанный выше, в котором из кривой блеска определяются два параметра (радиус спутника — «пробного тела» и наклонение орбиты) и две функции, определяющие структуру диска звезды WR. Здесь мы изложим результаты работы (Антохин и Черепащук, 2001a).

Для интерпретации использовалась узкополосная ($\Delta\lambda_{\rm ef} \simeq 75$ Å) кривая блеска системы V 444 Cyg на длине волны непрерывного спектра 4244 Å, практически свободная от влияния эмиссионных линий (Черепащук, 1975). Кривая блеска включает ~ 900 индивидуальных узкополосных фотоэлектрических наблюдений системы V 444 Cyg, выполненных в 1967–71 гг. (114 наблюдательных ночей). Описание процедуры построения средней кривой блеска (среднеквадратичная погрешность нормальной точки 0,003–0,004^m), ее ректификации и результаты интерпретации ректифицированной кривой блеска системы V 444 Cyg даны в работе (Черепащук, 1975). В этой работе решение обратной задачи было осуществлено на множестве монотонных невозрастающих неотрицательных функций (см. также работу Cherepashchuk et al., 1984, посвященную анализу многоцветных кривых блеска V 444 Cyg). В работе (Antokhin et al., 1997), узкополосная кривая блеска системы V 444 Cyg в континууме 4244 Å интерпретировалась на множестве вогнутых невозрастающих неотрицательных функций.

В работе Антохина и Черепащука (2001a) узкополосная кривая блеска V 444 Cyg анализировалась в предположении о том, что искомые функции $I_a(\xi)$ и $I_c(\xi)$ принадлежат компактному множеству выпукло-вогнутых функций. Выпуклая часть функции $I_a(\xi)$ или $I_c(\xi)$ соответствует «ядру» звезды WR, а вогнутая часть — протяженной атмосфере. Положение точки сшивки (точка перегиба) — свободный параметр задачи, который ищется совместно со всеми остальными параметрами модели. Такая априорная информация практически не затрагивает деталей физической модели протяженной атмосферы, в то же время, она позволяет наиболее полно учесть специфику модели звезды WR и ее протяженной атмосферы. Использование такой априорной информации позволяет восстановить из анализа затменной кривой блеска структуру внутренних частей звездного ветра звезды WR, в частности, поле скоростей радиального истечения вещества. Отметим, что эффективное использование такой детальной априорной информации в нашей задаче стало возможным лишь в последнее время в связи с использованием современных мощных компьютеров с частотой процессора порядка 1 ГГц.

а) Постановка задачи. Кривая блеска затменной системы, содержащая компоненту с протяженной сферической атмосферой, описывается системой интегральных и алгебраических уравнений (557)–(561). Перепишем эту систему в соответствии с нашей конкретной задачей интерпретации кривой блеска WN5+O6 двойной системы V 444 Cyg:

$$1 - l_1(\theta) = \int_0^{R_a} K_1(\xi, \Delta, r_{O6})\, I_0\, I_a(\xi)\, d\xi, \tag{564}$$

$$1 - l_2(\theta) = \int_0^{R_c} K_2(\xi, \Delta, r_{O6})\, I_c(\xi)\, d\xi, \tag{565}$$

$$I_0 \pi r_{O6}^2 \left(1 - \frac{x}{3}\right) + 2\pi \int_0^{R_c} I_c(\xi)\, \xi d\xi = 1, \tag{566}$$

$$I_a(0 \leqslant \xi \leqslant r_0) \equiv 1, \tag{567}$$

$$\Delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \theta. \tag{568}$$

Здесь $1 - l_{1,2}(\theta)$ — наблюдаемая потеря блеска в главном (атмосферное затмение) и вторичном минимумах кривой блеска, $r_{O6} = r_\rho$ — радиус спутника O6 — «нормальной» звезды, коэффициент потемнения к краю для спутника O6 на длине волны 4244 Å можно принять равным $x = 0{,}3$, параметры $R_a = R_{\xi a}$ и $R_c = R_{\xi c}$ мажорируют полные радиусы дисков поглощения и излучения звезды WN5 соответственно. При интерпретации кривой блеска V 444 Cyg мы вначале, когда проводился перебор по искомым параметрам r_{O6}, i, вместо тождества (567) использовали равенство $I_a(\xi = 0)$=1, поскольку интересно было проверить чувствительность задачи к параметрам r_{O6}, i в случае, когда радиус «ядра» r_0 ничем не ограничивается. На втором этапе, после построения поверхности функционала невязки, мы ввели ограничение на радиус «ядра» $r_0 = 2R_\odot$, используя результаты эволюционных расчетов для гелиевых звезд массой $\sim 10 M_\odot$ (масса звезды WN5 в системе V 444 Cyg).

Используя полученную в результате решения задачи (564)–(568) функцию $I_c(\xi)$, можно, по ее полуширине, оценить радиус «ядра» звезды WR. Кроме того, задавая эффективную температуру звезды O6 $T = 40\,000$ K в соответствии с ее спектральным классом, можно определить яркостную температуру центральных частей диска звезды WN5, которая характеризует температуру ее «ядра» (собственно звезды WN5). Подчеркнем, что полученное таким образом значение температуры «ядра» не зависит от межзвездного поглощения, поскольку звезда O6 используется в данном случае как звезда сравнения, и метод определения температуры «ядра» является дифференциальным (подробнее об этом см. в работах: Черепащук, 1975, Cherepashchuk et al., 1984, Гончарский и др., 1978, 1985). С другой стороны, функция $I_a(\xi)$, полученная в результате решения задачи (564)–(568), может быть использована для восстановления информации о распределении объемного коэффициента поглощения и закона изменения скорости в протяженной фотосфере звезды WN5. Действительно:

$$I_a(\xi) = 1 - e^{-\tau(\xi)},$$

где $\tau(\xi)$ — оптическая толща вдоль луча зрения в протяженной атмосфере на прицельном расстоянии ξ:

$$\tau\,(\xi) = 2\int\limits_{\xi}^{R_a} \frac{\alpha\,(r)\;r\,dr}{\sqrt{r^2-\xi^2}}. \tag{569}$$

Здесь $\alpha(r)$ — объемный коэффициент поглощения в протяженной атмосфере как функция расстояния r от центра звезды WR в пространственной модели. Уравнение (569) представляет собой интегральное уравнение Абеля с неизвестной функцией $\alpha(r)$. Поскольку в оптическом континууме основной агент поглощения — рассеяние на свободных электронах, из функции $\alpha(r)$ можно получить распределение электронной плотности

$$n_e\,(r) = \frac{\alpha\,(r)}{\sigma_T},$$

где $\sigma_T = 7\cdot 10^{-25}$ см$^{-2}$ — сечение томпсоновского рассеяния. Так как можно считать, что во внутренних частях ветра звезды WN5 гелий полностью ионизован (см., например, Hamman et al., 1999, Hillier and Miller, 1999), мы можем определить распределение полной плотности вещества $\rho(r)$ в ветре звезды WN5:

$$\rho(r) = 2m_{\mathrm{p}}n_e(r), \tag{570}$$

где $m_p = 1{,}7\cdot 10^{-24}$ г — масса протона (мы считаем вещество ветра состоящим только из гелия). Далее, из уравнения неразрывности радиального истечения вещества в ветре звезды WN5 находим искомое распределение скорости в ветре:

$$v\,(r) = \frac{\dot{M}_{\mathrm{WR}}}{4\pi r^2\rho\,(r)}, \tag{571}$$

где $\dot{M}_{\mathrm{WR}}$ — темп потери массы звездой WN5. Величина $\dot{M}_{\mathrm{WN5}} \simeq 7\cdot 10^{-6}M_{\odot}$/год для системы V 444 Cyg определена весьма надежно по наблюдаемому увеличению ее орбитального периода (Халиуллин, 1974, Cherepashchuk, 1995a) и по орбитальной переменности линейной поляризации оптического излучения (St-Louis et al., 1993). Вместе с тем, необходимо отметить, что величина $\dot{M}$, получаемая по наблюдениям теплового радиоконтинуума системы V 444 Cyg, примерно в 3 раза больше. Наиболее правдоподобное объяснение этого различия — клочковатая структура ветра звезды WR (Черепащук, 1990). Численные величины $\alpha(r)$ и $v(r)$ зависят от принятых абсолютных значений размеров орбиты ($a \simeq 38R_{\odot}$) и темпа потери массы $\dot{M}_{\mathrm{WR}}$. Для того, чтобы избежать этой зависимости, мы при решении задач (564)–(568), (569) будем все расстояния выражать в долях радиуса относительной орбиты системы ($38R_{\odot}$). Соответственно, положим мажорирующие радиусы R_a и R_c равными 1. Кроме того, перепишем формулу (571) в безразмерном виде:

$$\frac{v\,(r)}{v_0} = \frac{r_0^2\alpha_0}{r^2\alpha\,(r)}, \tag{572}$$

где r_0 — радиус непрозрачного ядра в оптическом континууме при рассматривании диска звезды WN5 «на просвет», определяемый условием

$$\tau(\xi = r_0) = 1, \quad \alpha_0 \equiv \alpha(r_0), \quad v_0 \equiv v(r_0).$$