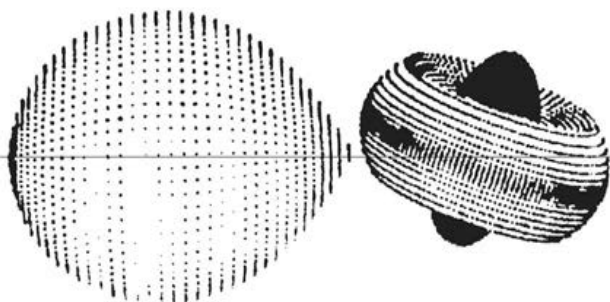


А. М. ЧЕРЕПАЩУК

ТЕСНЫЕ ДВОЙНЫЕ ЗВЕЗДЫ

часть
I



А. М. ЧЕРЕПАЩУК

ТЕСНЫЕ ДВОЙНЫЕ ЗВЕЗДЫ

часть

I



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2013

УДК 524.4
ББК 22.65
Ч 46



*Издание осуществлено при поддержке
Российского фонда фундаментальных
исследований по проекту 12-02-07104,
не подлежит продаже*

Черепашук А. М. **Тесные двойные звезды.** В 2 ч. **Часть I.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 560 с. — ISBN 978-5-9221-1416-5.

Благодаря успехам рентгеновской астрономии проблема тесных двойных звезд стала одной из центральных в астрофизике. В монографии изложены современные методы и результаты исследований тесных двойных звезд и сведения об их фундаментальных характеристиках — массах, радиусах и температурах. Это делает тесные двойные звезды мощным инструментом для исследования физики и эволюции звезд, а также для открытия и изучения принципиально новых объектов Вселенной — нейтронных звезд и черных дыр.

Монография может быть полезна студентам и аспирантам, профессорам и преподавателям университетов, а также научным работникам, интересующимся проблемами физики звезд и релятивистской астрофизики.

ISBN 978-5-9221-1416-5 (Ч. I)
ISBN 978-5-9221-1522-3

© ФИЗМАТЛИТ, 2013
© А. М. Черепашук, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Введение	8
Глава I. Простые модели	13
1. Спектральные наблюдения ТДС	13
2. Анализ кривых лучевых скоростей ТДС.	16
3. Анализ кривых блеска	36
4. Прямой метод интерпретации кривой блеска затменной системы двух сферических звезд на круговой орбите	44
5. Учет влияния третьего света в системе	55
6. Метод Рессела	57
7. Эллиптические орбиты	60
8. Вращение линии апсид	68
9. Определение концентрации вещества в теле звезды по наблюдаемому вращению линии апсид в двойной системе	72
10. Влияние третьего тела на моменты минимумов затменной системы	80
11. О возможных механизмах изменения эксцентриситета орбиты в тесных двойных системах	86
12. Возможные причины изменения орбитальных периодов тесных двойных систем	88
13. Эффекты эллипсоидальности и отражения	96
14. О ректификации кривых блеска затменных систем	108
Глава II. Параметрические модели в обратных задачах астрофизики	111
1. Введение	111
2. Статистическая постановка конечно-параметрической обратной задачи	112
3. Проверка статистических гипотез	113
4. Построение доверительных областей	114
5. Случай линейных параметров: выбор статистики $\Delta(\tilde{u}, \bar{\theta})$	116
6. Случай нелинейных параметров; «точные» доверительные области	121
7. Случай нелинейных параметров; асимптотические доверительные области	124
8. Астрофизические приложения и практические рекомендации.	127
9. Оценка ошибок параметров; случай классической ТДС	131
10. Численный эксперимент по оценке надежности методов дифференциальных поправок, Монте-Карло и метода доверительных областей	144
а) Метод дифференциальных поправок	146
б) Метод Монте-Карло	147
10.1. Метод доверительных областей	148
а) Статистика χ^2_P	148
б) Статистика χ^2_M	149
в) Статистика Фишера $F_{M,N-M}$	150

11. Анализ результатов численного моделирования	151
12. Интерпретация наблюдаемой кривой блеска классической затменной системы YZ Cas	155
13. Поиск коэффициентов потемнения к краю компонент затменной системы YZ Cas	159
14. Аналитическое соотношение между интервалами ошибок, полученными с использованием статистик, распределенных по законам χ^2_M , χ^2_P , и методом дифференциальных поправок	164
15. Новый метод оценки ошибок параметров	170
16. Уровень значимости, соответствующий статистике приведенного хи-квадрат.	180
17. Обсуждение результатов	181
а) Метод дифференциальных поправок	181
б) Метод Монте-Карло	182
в) Метод, основанный на использовании статистики χ^2_P	182
г) Метод, основанный на использовании статистики χ^2_M	183
д) Метод, основанный на использовании статистики Фишера $F_{M,N-M}$	184
Глава III. Модель Роша	188
1. Безразмерный потенциал	188
2. Синтез оптических кривых блеска рентгеновских двойных систем	197
3. Синтез кривых блеска, профилей линий и кривых лучевых скоростей классических тесных двойных систем.	212
4. Решение модельных задач	226
5. Синтез профилей линий и кривых лучевых скоростей оптических звезд в рентгеновских двойных системах	232
6. Моделирование теоретических профилей спектральных линий оптической звезды в рентгеновской двойной системе	240
Глава IV. Применения модели Роша	251
1. Введение	251
2. Проверка эволюционного статуса звезд в массивных ТДС.	251
3. Проверка эволюционного статуса звезд умеренных масс в ТДС типа Алголя	261
4. Оценка распределения угловой скорости вращения внутри звезды из анализа наблюдаемого поворота линии апсид в тесных двойных системах.	271
5. Определение возрастов звезд-компонент разделенных ТДС	282
6. Абсолютные характеристики разделенной затменной двойной системы WW Aurigae, содержащей Am-звезды	289
7. Анализ кривых блеска контактных затменных двойных систем типа W UMa	297
8. Эволюционный статус контактных затменных двойных систем	301
9. Анализ кривых блеска хромосферно-активной двойной системы SV Cam (типа RSCVn)	313
10. Анализ кривых блеска массивной галактической затменной двойной системы CPD-41°7742 с наблюдаемым эффектом столкновения звездных ветров	315
11. Анализ кривой блеска незатменной массивной ТДС HD 93205 (O3V+O8V) с эллиптической орбитой	319
12. Определение коэффициентов гравитационного потемнения в полуразделенных ТДС	324
13. Возможности анализа распределений яркости для компонент затменных систем по данным высокоточной спутниковой фотометрии	329

14. RY Sct — массивная двойная система на стадии превращения в систему WR+OB	336
15. Исследование затменных кривых блеска катаклизмических двойных систем в рамках модели аккреционного диска с «горячей линией»	342
16. Параметры звезд-доноров в катаклизмических двойных системах	359
17. Параметры рентгеновской новой Мухи 1991 г. (GRS 1124-68), полученные из анализа орбитальной кривой блеска в спокойном состоянии	373
18. Определение параметров рентгеновской двойной системы SS 433, находящейся в сверхкритическом режиме аккреции	378
19. Зависимость формы профиля линии поглощения и кривой лучевых скоростей оптической звезды рентгеновской двойной системы от наклона орбиты и отношения масс компонент	396
а) Тестовый расчет 1. Влияние аппроксимации локального профиля на теоретическую кривую лучевых скоростей	400
б) Тестовый расчет 2. Влияние значения эффективной температуры оптической звезды на теоретическую кривую лучевых скоростей	401
в) Расчет кривых лучевых скоростей без учета влияния аппаратной функции на теоретический профиль линии поглощения	403
г) Расчет кривых лучевых скоростей с учетом влияния аппаратной функции на теоретический профиль линии поглощения	407
д) Обсуждение результатов	410
г) Заключение	412
20. Оценка наклона орбиты и массы черной дыры по кривой лучевых скоростей в рентгеновской двойной системе Cyg X-1	413
а) Наблюдательный материал	413
б) Интерпретация средней кривой лучевых скоростей	415
в) Ограничение на массу черной дыры, следующее из кривой лучевых скоростей	420
г) Оценка массы черной дыры на основе информации о радиусе оптической звезды	421
д) Оценка массы черной дыры на основе информации о светимости оптической звезды	422
е) Обсуждение результатов	423
ж) Оценка наклона орбиты по кривой лучевых скоростей в случае эллиптической орбиты системы	426
з) Заключение	428
21. Массы рентгеновских пульсаров в двойных системах с ОВ-сверхгигантами	429
а) Наблюдательный материал	433
б) Исследование эффекта анизотропии звездного ветра в атмосфере ОВ-звезды	439
в) Интерпретация кривых лучевых скоростей	441
г) Заключение	446
22. Масса релятивистского объекта в маломассивной рентгеновской двойной системе 2S 0921-630	448
а) Наблюдательный материал	449
б) Анализ кривой лучевых скоростей	450
в) Модель 1. Анализ наблюдаемой кривой лучевых скоростей без учета экранирования рентгеновского излучения аккреционным диском	451
г) Модель 2. Анализ наблюдаемой кривой лучевых скоростей с учетом экранирования рентгеновского излучения аккреционным диском	456
д) Модель 3. Анализ наблюдаемой кривой лучевых скоростей в предположении анизотропного рентгеновского излучения аккреционного диска	457
е) Обсуждение результатов	459
ж) Заключение	461

23. Масса компактного объекта в рентгеновской двойной системе 4U 1700-37.	461
Введение	461
а) Наблюдательный материал	462
б) Интерпретация кривых лучевых скоростей	464
в) Определение масс компонент	471
Определение на основе значения ускорения силы тяжести оптической звезды (471). Определение на основе информации о радиусе оптической звезды (471). Определение на основе зависимости «масса–светимость» (472).	
г) Заключение	472
24. Анализ кривой лучевых скоростей оптической звезды в рентгеновской двойной системе HZ Her (Her X-1)	473
а) Наблюдательный материал	474
б) Модель двойной системы и алгоритм вычисления кривой лучевых скоростей	475
в) Анализ наблюдаемой кривой лучевых скоростей	477
г) Результаты, полученные с экспрессным алгоритмом	479
д) Результаты, полученные с точным алгоритмом	481
е) Интегральный профиль линии H_{γ} и кривая лучевых скоростей с учетом не-ЛТР-эффектов	483
ж) Обсуждение результатов	484
25. Масса черной дыры в рентгеновской двойной системе M 33 X-7 и эволюционный статус систем M 33 X-7 и IC 10 X-1, расположенных в галактиках Местной группы.	485
а) Наблюдательные данные	486
б) Анализ наблюдаемой кривой лучевых скоростей	487
в) Эволюционные сценарии для рентгеновских двойных систем M 33 X-7 и IC 10 X-1	493
г) Заключение	500
Заключение к части I	502
Список литературы	503

Предисловие

Проблема тесных двойных звездных систем очень многогранна. Различные аспекты этой проблемы были отражены в ряде специальных монографий. Из последних монографий на эту тему можно отметить работы Шора и др. (Shor et al., 1994), Каллрахта и Милоне (Kallrath and Milone, 1999), Уорнера (Warner, 1995), Боярчука и др. (Boyarchuk et al., 2002), Игглтона (Eggleton, 2008), Милоне и др. (Milone, et al., 2008), Конти и др. (Conti et al., 2008), Колпи и др. (Colpi et al., 2009), Хильдича (Hilditch, 2001).

В то же время, к настоящему времени назрела необходимость написания монографии, которая охватывала бы, по возможности, большинство аспектов проблемы тесных двойных систем (ТДС). Примером такой монографии является замечательная книга Копала (Kopal, 1959). К настоящему времени наука о ТДС сильно продвинулась вперед, поэтому автор задался целью написать монографию, по структуре подобную книге Копала, но в которой были бы отражены современные и наиболее актуальные достижения в области исследования ТДС разных типов. При этом в нашей монографии, как и в книге Копала, мы постарались отразить не только результаты исследований ТДС, но и методы этих исследований, которые в настоящее время сильно прогрессируют, благодаря возможности использования мощных компьютерных средств.

В нашей книге мы стремились показать, как всеволновой характер современной астрономии в сочетании с возможностью использования современных методов математического моделирования ТДС позволяет получать научные результаты первостепенного значения, важные как для астрофизики, так и для фундаментальной физики.

Книга разделена на две части. Здесь мы предлагаем читателю первую часть книги, посвященную методам и результатам исследований тесных двойных систем, содержащих звезды с тонкими атмосферами.

Во второй части книги изложены методы и результаты исследований тесных двойных систем, содержащих звезды с протяженными атмосферами, а также описаны эволюционные аспекты тесных двойных систем и результаты статистических исследований.

Нумерация формул, таблиц и рисунков в обеих частях книги сквозная.

Книга может быть полезной студентам и аспирантам, а также профессорам, преподавателям университетов и научным работникам, интересующимся исследованиями в области астрономии и астрофизики.

Введение

В Галактике насчитывается около ста миллиардов звезд. Свыше половины из них — двойные и кратные. Двойные звезды представляют собой естественные лаборатории, в которых происходят движения и взаимодействия компонент. Изучая эти движения и взаимодействия, можно определять важнейшие характеристики звезд, и, прежде всего их массы и радиусы. Кроме того, поскольку приливное взаимодействие компонент ограничивает эволюционные изменения радиусов звезд, эволюция звезд в двойных системах может резко отличаться от эволюции одиночных звезд. Все это делает проблему исследования двойных звезд особенно актуальной.

Двойной системой (или, как говорят, физической двойной) называется гравитационно-связанная система из двух звезд, обращающихся вокруг общего центра масс под действием взаимного притяжения. Мы не будем рассматривать так называемые оптические двойные звезды, взаимная близость которых на небе вызвана случайной проекцией двух физических звезд, удаленных от наблюдателя на разные расстояния. Доля кратных (тройных, четверных и т.п.) систем из общего числа двойных и кратных звезд составляет не менее 10% (Бэттен, 1976, Токовинин, 1997, 2004). Мы будем рассматривать в основном двойные звезды.

По способам обнаружения, двойные звезды подразделяются на три класса.

1. Визуально-двойные звезды, у которых компоненты видны отдельно. Это позволяет непосредственно измерять перемещения звезд на картинной плоскости, вызванные их орбитальным движением (характерные периоды — от года до сотен тысяч лет). Используя закон тяготения Ньютона и вытекающие из него законы Кеплера, в случае визуально-двойной системы можно определять массы звезд (см., например, Дейч, 1962, Кутто, 1981).

2. Спектрально-двойные звезды, у которых двойственность выявляется по периодическим доплеровским смещениям линий в спектре (см., например, Бэттен, 1976).

3. Затменные двойные звезды (Копал, 1959, Мартынов, 1981), у которых наблюдаются периодические уменьшения блеска, вызванные взаимными затмениями компонент (в случаях, когда угол между плоскостью орбиты и лучом зрения наблюдателя близок к нулю).

К затменным двойным тесно примыкает класс систем, у которых главной причиной орбитальной переменности блеска являются эффекты взаимной близости компонент — эффект эллипсоидальности, «отражения», а также эффекты, связанные с поглощением света звезд околозвездными газовыми структурами.

Отнесение двойной звезды к тому или иному типу часто зависит от способа наблюдения. Например, применение современных методов повышения углового разрешения (спекл-интерферометрия на крупных телескопах, наземные и космические интерферометры) позволяет исследовать некоторые спектрально-двойные звезды как визуально-двойные. Кроме того, все затменные двойные системы, очевидно, являются также и спектрально-двойными, но не наоборот.

Важно подчеркнуть, что в составе двойных звезд встречаются любые комбинации компонент: имеются пары, состоящие из двух звезд главной последовательности; звезда главной последовательности часто соседствует с субгигантом, гигантом или сверхгигантом; встречаются системы, состоящие из двух гигантов, двух белых карликов, двух нейтронных звезд; нормальная оптическая звезда иногда соседствует

с резко пекулярным объектом — звездой Вольфа–Райе, белым карликом, нейтронной звездой, черной дырой. Это делает аппарат теории двойных звезд мощным инструментом для изучения физики и эволюции звезд, в том числе, исследования релятивистских объектов.

В подавляющем большинстве случаев звезды — компоненты спектрально-двойной и затменно-двойной системы раздельно не видны. Наблюдения таких систем регистрируют лишь их суммарный блеск и спектр. В этом случае, по орбитальной переменности лучевых скоростей и по изменениям блеска системы (затмениям) удастся определить массы и радиусы звезд в абсолютных единицах. Важно то, что эти характеристики звезд определяются независимо от расстояния до исследуемой двойной системы: система может находиться даже в другой галактике. Более того, в последнее время ТДС все чаще используются как «стандартные свечи» для независимого определения расстояний до звездных скоплений и галактик. Поэтому двойные звезды играют важную роль в развитии астрофизики.

Мы будем изучать тесные двойные звездные системы (ТДС). Величины радиусов звезд в таких системах сравнимы с размерами больших полуосей звездных орбит, а орбитальные периоды сравнительно короткие — не превышают нескольких лет. Поэтому ТДС сравнительно легко изучать. В начале 70-х годов двадцатого века появилось строгое эволюционное определение понятия «тесная двойная система» (Расдуньски, 1973). По современным представлениям, двойная система называется тесной, если на некотором этапе эволюции в системе происходит обмен масс — перетекание вещества от одной компоненты на другую (см., например, Масевич и Тутуков, 1988).

Радиус звезды в процессе ее эволюции и выгорания водорода в ядре в среднем возрастает (если не происходит перемешивания вещества в ее недрах, вызванного, например, быстрым осевым вращением звезды и связанной с этим вращением меридиональной циркуляцией вещества — см. ниже). Для звезд с массами более $0,7 M_{\odot}$ время ядерной эволюции короче возраста Вселенной $\sim 1,4 \cdot 10^{10}$ лет. Радиус одиночной звезды в процессе ее эволюционного расширения ничем не ограничен. В то же время, радиус звезды в двойной системе ограничен размерами так называемой внутренней критической полости Роша, которая во вращающейся системе отсчета определяет область, где притяжение звезды преобладает. Поэтому эволюция звезды в двойной системе может резко отличаться от эволюции одиночной звезды. В тесной двойной системе эволюционное увеличение радиуса более массивной звезды (которая эволюционирует быстрее своего менее массивного спутника) приводит к заполнению ею своей внутренней критической полости Роша (далее — просто полости Роша) и перетеканию вещества на соседний спутник. Перетекание вещества на первичном этапе обмена масс носит самоподдерживающийся характер, поскольку расстояние между компонентами системы при перетекании вещества от более массивной к менее массивной звезде убывает. Кроме того, звезда, теряющая массу, не находится в тепловом равновесии. В случае достаточно продвинутой стадии горения водорода в центре (содержание водорода $X_H \leq 0,2$) ее равновесный радиус возрастает, когда она теряет массу. Все это стимулирует процесс обмена масс и приводит к тому, что более массивная звезда в тесной двойной системе может потерять свыше 50% своей массы за относительно короткое время, по порядку величины равное времени тепловой релаксации звезды, которое почти на три порядка короче времени ядерной эволюции звезды. Для массивных ТДС время первичного обмена масс составляет всего $\sim 10^4$ лет.

В силу столь быстрого и эффективного обмена масс, наблюдать массивную ТДС непосредственно в процессе обмена масс чрезвычайно маловероятно. Поэтому в подавляющем большинстве случаев в ТДС наблюдаются лишь конечные продукты

первичного обмена масс: субгиганты, звезды Вольфа–Райе, белые карлики, нейтронные звезды, черные дыры. Число же известных ТДС, в которых непосредственно наблюдается первичный обмен масс, очень мало — порядка десятка при полном числе известных ТДС $\sim 10^4$.

Современные представления об эволюции ТДС с обменом масс позволяют объяснить так называемый парадокс алголей. Одна из самых ярких и хорошо изученных затменных двойных систем — Алголь (β Per) оказалась пекулярной системой. Здесь более проэволюционировавшая звезда-субгигант имеет меньшую массу, чем ее спутник — звезда главной последовательности. Оказалось, что практически все системы типа Алголя обладают такой же странной, на первый взгляд, особенностью: менее массивные звезды в данном случае оказываются значительно более продвинутыми в эволюционном отношении, чем их более массивные спутники. Скорость ядерной эволюции звезды примерно пропорциональна квадрату ее массы. Поэтому возникает вопрос (и он составляет суть парадокса алголей): как в системах типа Алголя менее массивная звезда смогла обогнать в своем эволюционном развитии более массивного спутника? Ведь возраст обеих звезд пары, очевидно, должен быть одинаковым. В модели с обменом масс парадокс алголей легко объясняется. Полагают, что наблюдаемая ныне менее массивная звезда-субгигант ранее была более массивной звездой системы. Она эволюционировала быстрее своей соседки, расширилась, первой заполнила свою полость Роша и потеряла в процессе обмена масс значительную часть своей массы, превратившись в конце концов в менее массивную звезду-субгигант в двойной системе. Такое объяснение парадокса алголей было дано на качественном уровне Кроуфордом в 1955 г. (Crawford, 1955). Эволюционные расчеты, выполненные в 1960–70 гг. (Morton, 1960, Paczynski, 1966, Снежко, 1967, Kippenhahn and Weigert, 1967), дали строгое количественное объяснение парадоксу алголей. С этих пор теория эволюции ТДС с обменом масс стала интенсивно развиваться (см., например, монографии: Масевич и Тутуков, 1988, Shore, Livio and van den Heuvel, 1994, и приведенные там ссылки).

Развитие теории эволюции ТДС совпало с созданием теории аккреции вещества на релятивистские объекты (нейтронные звезды и черные дыры) в ТДС (Novikov and Zeldovich, 1966, Шакура, 1972, Shakura and Sunyaev, 1973, Pringle and Rees, 1972, Novikov and Thorne, 1973) и с запуском первого американского специализированного рентгеновского спутника UHURU (руководитель программы — R. Giacconi, удостоенный в 2002 г. Нобелевской премии). С борта спутника UHURU было открыто около сотни рентгеновских двойных систем, состоящих из нормальной оптической звезды — донора вещества и аккрецирующего релятивистского объекта. Были открыты рентгеновские пульсары — аккрецирующие, сильно намагниченные нейтронные звезды в затменных рентгеновских двойных системах (Her X-1, Cen X-3, Vela X-1 и др.), а также первые кандидаты в черные дыры (например, в рентгеновской двойной системе Cyg X-1). Оптические отождествления рентгеновских двойных систем и исследования их оптических проявлений позволили развить надежные методы определения масс релятивистских объектов. Дальнейшие запуски специализированных рентгеновских спутников, таких как «Einstein», ROSAT, GINGA, ASKA, «Мир–Квант», «Гранат», CHANDRA, XMM, INTEGRAL и др., привели к открытию свыше тысячи рентгеновских двойных систем и измерению масс свыше двух десятков черных дыр в двойных системах (см., например, обзоры: Charles, 2001, Черепашук, 2003, и ссылки в них). По движению газа и звезд в ядрах галактик измерены массы многих сотен сверхмассивных черных дыр ($m = 10^6\text{--}10^{10} M_\odot$). Измерены также массы нескольких десятков нейтронных звезд — рентгеновских пульсаров и радиопулсаров в двойных системах. В итоге родилась новая область астрофизики — демография черных дыр, изучающая статистические характеристики черных дыр

и осуществляющая сравнение характеристик черных дыр с параметрами звезд и галактик. В центре нашей Галактики открыта черная дыра массой $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$, вокруг которой по эллиптической орбите с периодом 15,2 года обращается нормальная оптическая звезда. Недавно с помощью радиоинтерферометрических наблюдений со сверхдлинной базой (VLBI-интерферометрии) на коротких волнах ($\sim 1,3$ мм) удалось показать, что радиус компактного сверхмассивного тела в центре нашей Галактики массой $\sim 4 \cdot 10^6 M_{\odot}$ практически совпадает с его гравитационным радиусом (Doeleman et al., 2008). На повестке дня стоит задача исследования структуры, движения (и переменности) неоднородностей плазмы вблизи горизонта событий этого объекта на длине волны $\sim 0,3 \div 0,5$ мм (Doeleman et al., 2008), что позволит оценить метрику пространства-времени вблизи горизонта событий. Такая быстрая (характерное время ~ 1 часа) квазипериодическая переменность интенсивности рентгеновского излучения недавно была обнаружена у ядра активной галактики REJ 1034+396 (Gierlinski et al., 2008). Отсюда следует, что радиус соответствующего компактного сверхмассивного объекта не превышает трех гравитационных радиусов. Недавно были открыты квазипериодические осцилляции радиоизлучения с периодами 16,8, 22,2, 34,1 и 56,4 мин от окрестностей черной дыры в центре нашей Галактики (Miyoshi et al., 2009). Таким образом, открыт новый класс визуально-двойных систем, содержащих в качестве компонент сверхмассивную черную дыру и нормальную звезду массой около $10 M_{\odot}$.

В последние годы достигнут существенный прогресс в понимании физики и эволюции ТДС с маломассивными спутниками. В случае, если масса спутника менее $0,7 M_{\odot}$, время его ядерной эволюции больше возраста Вселенной. Поэтому заполнение полости Роша спутником с последующим обменом масс происходит не в результате его эволюционного расширения, а в связи с уменьшением расстояния между компонентами системы, вызванным потерей энергии и углового момента системой под влиянием излучения потока гравитационных волн и истечения из спутника намагниченного звездного ветра.

Все ТДС, в которых завершился первичный обмен масс, принято называть ТДС на поздних стадиях эволюции, (или просто — поздними ТДС — см. Каталог: Cherepashchuk et al., 1996). Принципиальное значение поздних ТДС для науки состоит как в возможности открытия и исследования объектов принципиально новой природы (например, черных дыр), так и в перспективе изучения эволюции звезд с переменной массой, что позволяет осуществлять строгий контроль наших представлений о внутреннем строении и эволюции звезд.

Но не только поздние ТДС привлекают в настоящее время пристальное внимание исследователей. Изучение классических ТДС, содержащих непроэволюционировавшие звезды главной последовательности, дает неоценимую информацию о фундаментальных параметрах звезд, их возрасте и даже об их внутренней структуре и вращении. Следует подчеркнуть, что недавнее открытие осцилляций нейтрино в лабораторных экспериментах позволило достичь строгого количественного согласия между наблюдаемым и теоретическим потоками нейтрино разных энергий от Солнца. Это вселяет в нас уверенность в том, что мы правильно понимаем природу источников термоядерной энергии Солнца и его внутреннее строение.

Следует отметить большую перспективность для исследования переменных звезд запусков космических оптических телескопов (проекты COROT и «Kepler»), предназначенных для поиска затмений звезд окружающими их планетами. В этих проектах предполагается получить сверхвысокоточные фотометрические наблюдения (с точностью до 10^{-5} звездной величины) сотен тысяч звезд, при этом попутно будут получены очень точные кривые блеска множества переменных звезд разных типов, включая затменные переменные звезды. Это должно сильно стимулировать развитие науки о тесных двойных и затменных двойных звездах. Запуск проекта

COROT (Франция, Европейское Космическое Агентство) осуществлен в декабре 2006 г. Запуск проекта «Kepler» (США, NASA) осуществлен в 2009 г.

Очень большие перспективы в исследовании тесных двойных звезд открываются в связи с предстоящим запуском космической астрометрической обсерватории «Gaia» (Европейское Космическое Агентство), с помощью которой будут получены параллаксы сотен миллионов звезд Галактики с точностью вплоть до 10 микросекунд дуги. Это позволит дать надежные определения расстояний для большинства тесных двойных систем, что значительно улучшит надежность определения фундаментальных характеристик звезд из интерпретации их кривых блеска и кривых лучевых скоростей.

Важная роль ТДС выясняется в последнее время в связи с поисками потоков гравитационных волн (Abbott et al., 2009): слияние нейтронных звезд и черных дыр в ТДС рассматривается как главный источник гравитационно-волновых всплесков, которые, как можно надеяться, могут быть зарегистрированы гравитационно-волновыми антеннами нового поколения (LIGO, VIRGO, LISA и др.). В последнее время выявляется важная роль массивных короткопериодических ТДС в формировании предельно быстро вращающихся, керровских черных дыр и связанных с ними пока загадочных космических гамма-всплесков, когда за время в несколько секунд в гамма-диапазоне выделяется гигантская энергия $\sim 10^{51} - 10^{53}$ эрг.

Таким образом, исследования ТДС — это передний фронт современной астрофизики. В нашей книге мы рассказываем об увлекательных и чрезвычайно перспективных исследованиях тесных двойных систем. Книга написана на основе курса лекций «Тесные двойные звезды», читаемого автором на протяжении более четверти века на физическом факультете Московского Государственного университета имени М. В. Ломоносова. Автор в данной книге старался уделять внимание не только физическим результатам, полученным в области исследования ТДС разных типов, но и современным методам их исследования.

Из монографий по ТДС, предшествующих нашей книге, следует отметить фундаментальные труды Копала (Kopal, 1959, 1978), Мартынова (1981), коллективную монографию под редакцией Цесевича (1971), Пулковский курс астрофизики и звездной астрономии под редакцией Михайлова (1962), книгу Шульберта (1971), монографию Бэттена (1976), книгу Каллраха и Милоне (Kallrath and Milone, 1999), коллективную монографию под редакцией Милоне (Milone, 1993), а также ряд специальных монографий по различным типам тесных двойных систем: Warner (1995), Shore et al. (1994), Boyarchuk et al. (2002), Eggleton (2006), Milone et al. (2008), Conti et al. (2008), Colpi et al. (2009), Hilditch (2001).

Глава I

ПРОСТЫЕ МОДЕЛИ

1. Спектральные наблюдения ТДС

Изучение спектров ТДС в разных фазах орбитального периода позволяет по доплеровским смещениям линий построить кривую лучевых скоростей звезды пары — зависимость от времени проекции вектора полной скорости звезды на луч зрения. В настоящее время в качестве приемников излучения при спектральных наблюдениях используются ПЗС-матрицы с квантовой эффективностью до 80–90% и большим диапазоном линейности. Точность регистрации спектров с помощью ПЗС-матриц при прочих равных условиях на порядок выше, чем при использовании фотоэмульсий. Ввиду сравнительно малых ожидаемых смещений линий в спектрах ТДС, спектральное разрешение спектрографа при изучении лучевых скоростей должно быть весьма высоким: $R = \lambda/\Delta\lambda = 10^5\text{--}10^6$, где λ — центральная длина волны линии, $\Delta\lambda$ — элемент спектрального разрешения. Обычно для исследования лучевых скоростей ТДС используются спектрографы с дифракционной решеткой, работающие по схеме Эшелле. Кривая лучевых скоростей вначале строится в шкале длин волн путем кросс-корреляционного анализа спектра исследуемой ТДС и спектра сравнения. Затем смещения линий, определенные в шкале длин волн, переводятся в шкалу скоростей с помощью формулы для эффекта Доплера:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}, \quad (1)$$

где $\Delta\lambda$ — смещение линии, λ — центральная длина волны линии, v_r — лучевая скорость звезды — компоненты ТДС, $c = 299792458 \pm 1,2\text{ м/с}$ — скорость света в вакууме. В подавляющем большинстве случаев (кроме двойных радиопульсаров и уникального объекта SS 433) достаточно использование формулы (1), описывающей классический (нерелятивистский) эффект Доплера, поскольку лучевые скорости v_r обычно не превышают 1000 км/с.

Точность определения лучевых скоростей ТДС по оптическим спектрам составляет в среднем $\sim 1\text{ км/с}$. В последние годы, в связи с успехами в поисках планет вокруг звезд, техника измерения лучевых скоростей звезд сильно продвинулась вперед, и точность измерения лучевых скоростей в отдельных случаях составляет порядка нескольких метров в секунду. Это достигается благодаря впечатливанию спектра сравнения непосредственно в спектр исследуемой звезды, что исключает различные виды систематических ошибок при кросс-корреляционном анализе. Точность измерения лучевых скоростей радиопульсаров в двойных системах достигает $\sim 1\text{ см/с}$, что позволило открыть у некоторых пульсаров планеты с массой порядка массы Земли. Такая высокая точность измерения лучевых скоростей достигается благодаря чрезвычайно высокой стабильности периода прихода радиоимпульсов от одиночного пульсара — быстро вращающейся, сильно намагниченной нейтронной звезды.

Существуют принципиальные пределы точности измерения лучевых скоростей звезд, обусловленные разного рода нестабильностями их атмосфер. Например, для звезд поздних спектральных классов предел точности измерения лучевых скоростей определяется конвективными движениями в их атмосферах, амплитуда скоростей которых достигает 0,3–1 км/с. Поскольку количество конвективных ячеек на диске звезды составляет несколько миллионов (по аналогии с солнечной грануляцией),

возмущения лучевой скорости звезды, вызванные конвективными движениями, усредняются, однако при этом получить точность определения лучевой скорости звезды лучше нескольких метров в секунду представляется проблематичным. Исследования показали, что амплитуда скоростей конвективных движений максимальна у молодых звезд с быстрым вращением. Поскольку скорость вращения звезд убывает с их возрастом, можно полагать, что для молодых звезд с возрастом $\sim 10^8$ лет предельная точность определения лучевых скоростей Δv_r составляет ~ 15 м/с, а для старых звезд, с возрастом в миллиарды лет, величина $\Delta v_r \cong 1$ м/с. В тесных двойных системах с короткими орбитальными периодами скорость вращения может быть большой даже для старых звезд и в данном случае предел точности определения лучевых скоростей не может быть лучше 10 м/с.

У звезд ранних спектральных классов, особенно у сверхгигантов, обнаружены многочисленные виды неустойчивости их атмосфер (Де Ягер, 1984): макротурбулентные движения со скоростями в десятки км/с, полуправильные изменения лучевых скоростей с амплитудой до 10 км/с и с характерными временами в десятки и сотни дней, в основе которых, по-видимому, лежат нерадиальные пульсации или движения больших областей звездных атмосфер. Эти изменения лучевых скоростей, обусловленные физикой атмосфер звезд, могут существенно понижать результирующую точность определения кривых лучевых скоростей звезд. В случае ТДС с сильно эксцентричными орбитами в атмосферах звезд переменными приливными силами могут возбуждаться различные волновые движения (типа гравитационных волн на поверхности) амплитудой в десятки км/с (van Kerkwijk et al., 1995). Это тоже ограничивает точность определения кривых лучевых скоростей.

Кроме того, наличие звездного ветра, особенно сильного у звезд-сверхгигантов ранних спектральных классов, а также нестационарные процессы в ветре приводят к переменной профилей линий в спектрах звезд, что затрудняет точное определение лучевой скорости. Следует отметить также эффект «бальмеровского прогресса» в спектрах горячих звезд: ядра водородных линий поглощения серии Бальмера показывают систематический отрицательный сдвиг относительно лабораторных длин волн линий, по модулю максимальный для линии H_α и прогрессивно уменьшающийся с увеличением номера серии (Hutchings, 1980, Crampton et al., 1985). Это вызвано тем, что ядро линии H_α формируется в самых верхних слоях атмосферы звезды, где уже начинается радиальное истечение вещества в виде ветра (характерные скорости $\sim 10\text{--}20$ км/с), а линии более высоких номеров серии формируются в более низких слоях звездной атмосферы, где скорости радиального истечения меньше. Этот эффект должен учитываться, когда кривая лучевых скоростей строится по нескольким линиям поглощения бальмеровской серии. Подобная зависимость сдвига линии от потенциала возбуждения линии наблюдается и для других химических элементов. В тесной двойной системе, когда горячая массивная звезда близка к заполнению своей полости Роша и при наличии эффекта прогрева ее поверхности излучением спутника (эффекта «отражения»), от звезды наблюдается несимметричный звездный ветер. Селективное поглощение света звезды в этом несимметричном ветре, а также в газовых потоках в двойной системе может приводить к значительному искажению орбитальной кривой лучевых скоростей и появлению, например, ложного эксцентриситета орбиты. Искажения орбитальной кривой лучевых скоростей наблюдаются также при затмении вращающейся звезды спутником в ТДС (Rossiter, 1924).

Наконец, следует упомянуть также и об ошибках в определении кривых лучевых скоростей, связанных с блендированием линий различных компонент в спектрах ТДС (особенно сильным, когда компоненты ТДС имеют близкие спектральные классы), а также с трудностями измерения кривой лучевых скоростей более слабой компоненты ТДС. В случае, если светимости компонент ТДС различаются более, чем

на порядок величины, измерить кривую лучевых скоростей более слабой компоненты практически не представляется возможным. В этом случае в распоряжении наблюдателя имеется кривая лучевых скоростей лишь одной, более яркой компоненты системы. Подробнее о специфических проблемах, связанных с измерением спектров ТДС и построением кривых лучевых скоростей звезд в ТДС можно прочесть в книге Бэттена (1976).

В последние годы развиты методы разделения спектров компонент ТДС, использующие информацию об орбитальной переменности суммарного спектра системы (Hadrava, 2004).

Измеренные значения лучевых скоростей звезд — компонент ТДС должны быть исправлены за различные типы движения земного наблюдателя: орбитальное движение Земли вокруг Солнца, осевое вращение Земли, движение Земли относительно центра масс системы Земля–Луна и т.п. Особенно аккуратно процедура приведения наблюдаемых лучевых скоростей к барицентру Солнечной системы должна быть выполнена в случае наблюдения изменений лучевых скоростей звезд, вызванных присутствием планет, а также при построении кривых лучевых скоростей радиопульсаров в двойных системах, содержащих в качестве спутников массивные В-звезды, белые карлики, нейтронные звезды и планеты (см., например, обзор: Lorimer, 2005).

В большинстве случаев, когда точность определения лучевых скоростей ТДС не экстремально высока, можно ограничиться приведением измеренных лучевых скоростей ТДС к центру Солнца. Чтобы определить лучевую скорость V_r относительно центра Солнца надо учесть по крайней мере два движения, в которых принимает участие земной наблюдатель (см., например, Куликовский, 1985):

1) орбитальное движение Земли вокруг Солнца. Соответствующая лучевая скорость равна

$$V_a = V_{\oplus} \cos \beta [\sin(\odot - \lambda) - e \sin(\Pi - \lambda)], \quad (2)$$

где $V_{\oplus} = 29,79$ км/с — средняя орбитальная скорость Земли, λ , β — эклиптические координаты исследуемой звезды (ТДС), $\odot$ и Π — долготы Солнца и перигея, $e = 0,0167$ — эксцентриситет земной орбиты;

2) вращение Земли вокруг своей оси (суточное движение). Соответствующая лучевая скорость задается выражением

$$V_b = -0,47 \sin t \cos \delta \cos \varphi \text{ (км/с)}, \quad (2')$$

где φ — широта места наблюдения, δ — склонение звезды (ТДС), t — часовой угол (поправка положительна при восточном часовом угле t). Внося поправки V_a и V_b в наблюдаемую лучевую скорость звезды в ТДС, находят лучевую скорость V_r , приведенную к центру Солнца. Иногда оказывается необходимой третья поправка — за движение наблюдателя вокруг барицентра системы Земля–Луна с периодом около месяца (она находится в пределах ± 14 м/с). Кроме того, Солнце также движется вокруг барицентра Солнечной системы со скоростью ~ 13 м/с. В эту величину 12,5 м/с вносят гравитационные возмущения от Юпитера. При очень высоких точностях определения лучевых скоростей требуется также учет орбитального движения Солнца и приведение наблюдаемых лучевых скоростей ТДС к барицентру Солнечной системы.

В работе Дорошенко и Копейкина (1990) развит алгоритм высокоточного фазового анализа наблюдений одиночных радиопульсаров. Разработанный метод обработки моментов прихода импульсов от одиночных пульсаров обеспечивает временную точность порядка 10 нс (соответствующая ошибка в измеряемом расстоянии ~ 3 м). Алгоритм основан на использовании релятивистской теории астрономических систем координат. Эта теория включает в себя построение барицентрической, геоцентрической

и топоцентрической систем координат. В работе выполнен анализ процедуры регистрации моментов прихода импульсов, а также релятивистских шкал времени, используемых при обработке наблюдений пульсаров: международного атомного времени, земного и барицентрического времени. Здесь приведена формула, описывающая связь пульсарного времени с барицентрическим. Эта формула включает учет поправки Ремера, параллакса пульсара и его собственного движения, учет запаздывания радиосигнала в межзвездной и межпланетной средах, а также учет релятивистского эффекта Шапиро. Исследована также зависимость наблюдаемой частоты вращения пульсара и ее производных по времени от трансверсальной и радиальной составляющих барицентрической скорости пульсара, радиального ускорения и его производной.

Подробнее о методах наблюдений радиопулсаров в двойных системах и их высокоточной редукции можно прочесть в трудах недавней международной конференции (Bailes, Nice and Thorsett, 2002), а также в обзоре (Lorimer, 2005). См. также классические работы: Манчестер и Тейлор (1980), Blanford and Teukolsky (1976), Damour and Deruelle (1985).

2. Анализ кривых лучевых скоростей ТДС

Рассмотрим параметры, определяющие орбиту звезды в двойной системе (их называют элементами орбиты). Начнем со случая визуально двойной системы, поскольку некоторые спектрально двойные системы при использовании методов повышения углового разрешения могут рассматриваться как визуально двойные. Как известно, в случае двух точечных гравитирующих масс, притягивающихся по закону Ньютона, абсолютные орбиты компонент представляют собой замкнутые финитные кривые — подобные друг другу эллипсы, фокусы которых совпадают с центром масс двойной системы. Всего насчитывается семь элементов абсолютной орбиты звезды в визуально двойной системе. Первые четыре элемента принято называть динамическими. Это наблюдаемый орбитальный период P , связанный с истинным периодом P_0 соотношением

$$P_0 = \frac{P}{1 + \gamma/c}, \quad (3)$$

где γ — лучевая скорость центра масс системы (эта связь обусловлена конечностью величины скорости света и эффектом Доплера); T — момент прохождения звезды через периастр, e — эксцентриситет орбиты, a — большая полуось орбиты звезды. Остальные три элемента орбиты характеризуют ее ориентацию в пространстве относительно наблюдателя. Это наклонение i плоскости орбиты к картинной плоскости (для визуально двойных систем величина i меняется от 0 до $\pm 90^\circ$) и позиционный угол ζ линии пересечения плоскости орбиты и картинной плоскости, которая называется линией узлов (точки пересечения истинной орбиты звезды с картинной плоскостью называются узлами орбиты, причем в восходящем узле звезда удаляется от наблюдателя, а в нисходящем — приближается к нему). Позиционный угол ζ линии узлов считается от 0° до 180° против движения часовой стрелки, если смотреть изнутри небесной сферы, причем отсчет идет от плоскости небесного меридиана. Следует подчеркнуть, что наклонение орбиты звезды в визуально двойной системе определяется неоднозначно, с точностью до знака $\pm$, поскольку из одних позиционных наблюдений нельзя различить, какая часть орбиты звезды расположена впереди картинной плоскости, а какая — позади. Знание лучевой скорости движения звезды по орбите позволяет определить знак наклонения орбиты i . Ориентировка истинной орбиты эллипса в плоскости орбиты системы характеризуется долготой периастра ω — углом между линией узлов и большой осью эллипса орбиты. Долгота

периастра ω отсчитывается в направлении движения звезды от узла до периастра орбиты в пределах от 0° до 360° .

В случае спектрально двойной системы элементы орбиты следующие (предполагается, что абсолютная орбита каждой звезды-точки представляет собой кеплеровский эллипс с фокусом в центре масс системы): наблюдаемый орбитальный период P , связанный с истинным периодом P_0 формулой (3), момент прохождения звездой через периастр ее орбиты T , эксцентриситет орбиты e , долгота периастра орбиты первой, более яркой звезды ω_1 (долгота периастра орбиты второй звезды $\omega_2 = \omega_1 + 180^\circ$), a — большая полуось орбиты. В модели двух точечных звезд на кеплеровских орбитах величины a и i отдельно из кривой лучевых скоростей не определяются, а находится лишь произведение $a \sin i$. Это связано с тем, что две орбиты с разными наклонениями i и с разными большими полуосями a могут иметь одинаковые проекции этих полуосей на луч зрения. Из кривой лучевых скоростей спектрально двойной системы нельзя определить позиционный угол линии узлов орбиты ζ (этот угол может быть определен с привлечением данных поляризационных наблюдений).

Таким образом, в модели двух точечных масс на кеплеровских орбитах искомыми элементами спектроскопической орбиты системы являются величины P, T, e, ω и $a \sin i$. Если наблюдается кривая лучевых скоростей одной (более яркой) компоненты системы, то из ее анализа можно найти пять элементов: $P, T, e, \omega_1, a_1 \sin i$. Если наблюдаются спектры обеих компонент и построены соответствующие кривые лучевых скоростей, то можно найти элементы орбит обеих компонент: $P, T, e, \omega_1, \omega_2 = \omega_1 + 180^\circ, a_1 \sin i, a_2 \sin i$. В этом случае можно определить также величину $a \sin i = (a_1 + a_2) \sin i$, где a — большая полуось относительной орбиты. Забегая вперед, отметим, что поскольку величины больших полуосей орбит вычисляются (с точностью до множителя $\sin i$) в абсолютных единицах, использование третьего закона Кеплера позволяет найти массы звезд в абсолютных единицах (с точностью до множителя $\sin^3 i$) или (в случае, если наблюдается спектр только одной компоненты), так называемую функцию масс. Если система является затменной двойной, из анализа кривой блеска можно определить наклонение орбиты i и найти массы звезд в абсолютных единицах.

Следует отметить важный случай, когда визуально двойную систему можно изучать как спектрально двойную (при достаточно большом наклонении орбиты i и коротком орбитальном периоде). Позиционные наблюдения орбиты такой системы позволяют найти большую полуось орбиты в секундах дуги a'' , наклонение орбиты i (с точностью до знака) и другие элементы визуальной орбиты. Спектральные же наблюдения такой визуально двойной системы дают величину $a \sin i$ в километрах и позволяют определить знак параметра i . Сопоставляя те и другие данные, можно найти величину a в километрах и a в секундах дуги. Отсюда можно найти тригонометрический параллакс системы π'' (в секундах дуги).

$$\pi'' = \frac{a''}{a_{\text{а.е.}}}, \quad (4)$$

где $a_{\text{а.е.}}$ — большая полуось орбиты в астрономических единицах. Далее, можно определить расстояние до системы в парсеках

$$r_{\text{пс}} = \frac{1}{\pi''}. \quad (5)$$

Таким методом удалось независимо определить расстояние до центра нашей Галактики $d = (8.4 \pm 0.4)$ кпк (Ghez et al., 2008, Gillessen et al., 2008) путем измерения лучевых скоростей звезды S2, вращающейся вокруг центральной сверхмассивной черной дыры массой $4 \cdot 10^6 M_\odot$ с периодом 15,2 г. и эксцентриситетом орбиты $e = 0,87$.

В заключение отметим, что все рассуждения проводились нами в предположении, что звезды — материальные точки, а их орбиты в двойной системе — кеплеровские, т. е. замкнутые подобные эллипсы, фокусы которых совпадают с центром масс системы. Если орбиты звезд не кеплеровские (например, в случае двойных радиопульсаров, где часто требуется учет релятивистских эффектов в движении пульсара) или сами звезды неточечные и приливо деформированы, из анализа кривой лучевых скоростей можно независимо найти наклонение орбиты i (см. ниже). В таких случаях, элементами спектральной орбиты системы можно считать следующие параметры: $P, T, e, \omega_1, \omega_2 = \omega_1 + 180^\circ, a_1, a_2, i$.

Рассмотрим модель ТДС как системы из двух точечных масс, двигающихся по кеплеровским орбитам — замкнутым и подобным эллипсам. Совместим картинную плоскость с центром масс системы. Обратимся к рис. 1, где изображена орбита одной

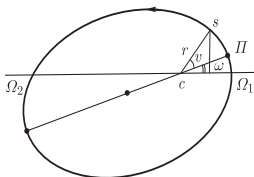


Рис. 1. Орбита одной из компонент спектральной двойной системы

из компонент системы. Здесь Ω_1 — восходящий узел орбиты (звезда при орбитальном движении удаляется от наблюдателя), Ω_2 — нисходящий узел, ω — долгота периастра — угол между направлениями из центра масс системы на восходящий узел и на периастр орбиты (отсчитывается от восходящего узла в направлении орбитального движения звезды). Пусть s — звезда на орбите, r — ее радиус-вектор, v — истинная аномалия радиуса-вектора звезды (отсчитывается от периастра в направлении орбитального движения звезды). Величины r и v — полярные координаты звезды в плоскости орбиты. Лучевая

скорость звезды — это проекция вектора ее полной скорости на луч зрения, которая складывается из двух составляющих: скорости движения звезды по орбите и скорости центра масс системы (которую с хорошим приближением можно считать постоянной). Рассмотрим движение звезды относительно центра масс системы. Чтобы определить соответствующую лучевую скорость звезды, мы вначале спроецируем ее радиус-вектор r на луч зрения, а затем продифференцируем эту проекцию по времени. Обозначим проекцию радиуса-вектора r на луч зрения через z . Из рассмотрения рис. 1 видно, что

$$z = r \sin(v + \omega) \sin i. \quad (6)$$

Здесь, чтобы получить z , мы сначала проецируем радиус-вектор r в плоскости орбиты на направление, перпендикулярное к линии узлов, т. е. умножаем r на $\sin(v + \omega)$, а затем полученный отрезок проецируем на луч зрения, то есть умножаем его на $\sin i$.

В формуле (6) величины r и v зависят от времени t , а параметры ω и i от времени не зависят (в модели двух точечных звезд на кеплеровских орбитах). Лучевая скорость звезды относительно центра масс системы c есть производная dz/dt , а полная лучевая скорость равна $V_r = dz/dt + \gamma$, где γ — лучевая скорость центра масс системы (называемая γ -скоростью). Естественно предположить, что центр масс системы c движется в пространстве равномерно и прямолинейно. Выведем формулу, связывающую между собой наблюдаемую лучевую скорость V_r и элементы орбиты. Найдем производную

$$\frac{dz}{dt} = \sin i \sin(v + \omega) \frac{dr}{dt} + r \sin i \cos(v + \omega) \frac{dv}{dt}. \quad (6')$$

Производные dr/dt и dv/dt могут быть исключены с использованием уравнения орбиты-эллипса звезды и уравнения, выражающего второй закон Кеплера:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}, \quad (7)$$

$$r^2 \frac{dv}{dt} = \frac{2\pi ab}{P} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{P}. \quad (7')$$

Обозначим

$$\frac{2\pi}{P} = \mu. \quad (8)$$

Тогда уравнение (7') перепишется в виде

$$r^2 \frac{dv}{dt} = \mu a^2 \sqrt{1 - e^2}. \quad (9)$$

Продифференцируем уравнение (7) по времени:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{a(1 - e^2)e}{(1 + e \cos v)^2} \sin v \frac{dv}{dt}. \quad (10)$$

Производная dv/dt содержится в уравнении (9), нужно только исключить из него величину радиуса-вектора r с помощью уравнения (7), которое мы возведем в квадрат:

$$r^2 = \frac{a^2(1 - e^2)^2}{(1 + e \cos v)^2}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (9), находим:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\mu a^2 \sqrt{1 - e^2} (1 + e \cos v)^2}{a^2 (1 - e^2)^2} = \frac{\mu (1 + e \cos v)^2}{(1 - e^2)^{3/2}}. \quad (12)$$

Подстановка (12) в (10) дает производную от радиуса-вектора r по времени:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{a(1 - e^2)e \sin v \mu (1 + e \cos v)^2}{(1 + e \cos v)^2 (1 - e^2)^{3/2}} = \frac{\mu a e \sin v}{(1 - e^2)^{1/2}}. \quad (13)$$

Подставляя в уравнение (6') выражения для dr/dt и dv/dt и используя (7), имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= \sin i \sin(v + \omega) \frac{\mu a e \sin v}{\sqrt{1 - e^2}} + \frac{a(1 - e^2)}{(1 + e \cos v)} \sin i \cos(v + \omega) \frac{\mu (1 + e \cos v)^2}{(1 - e^2)^{3/2}} = \\ &= \frac{\mu a \sin i}{\sqrt{1 - e^2}} [\sin(v + \omega) e \sin v + \cos(v + \omega) (1 + e \cos v)] = \\ &= K [\cos(v + \omega) + e [\sin(v + \omega) \sin v + \cos(v + \omega) \cos v]] = \\ &= K [e \cos \omega + \cos(v + \omega)], \quad (14) \end{aligned}$$

где мы положили

$$K = \frac{\mu a \sin i}{\sqrt{1 - e^2}}. \quad (15)$$

Здесь мы учли, что выражение в квадратных скобках, перед которым стоит эксцентриситет e , представляет собой косинус разности углов: $\cos[(v + \omega) - v] = \cos \omega$.

Окончательно, лучевая скорость звезды

$$V_r = \gamma + K [e \cos \omega + \cos(v + \omega)]. \quad (16)$$

Таким образом, основное уравнение для интерпретации наблюдаемой кривой лучевых скоростей $V_r(t)$ в рамках модели двух точечных масс на кеплеровских орбитах записывается в виде:

$$V_r(t) = \gamma + K\{e \cos \omega + \cos[v(t) + \omega]\}. \quad (17)$$

Простота этого уравнения лишь кажущаяся. Истинная аномалия $v(t)$ зависит от времени сложным образом через уравнения эллиптического движения, связывающие между собой среднюю, эксцентрическую и истинную аномалии.

Средняя аномалия M линейно зависит от времени:

$$M = \frac{2\pi}{P}(t - T), \quad (18)$$

где T — момент прохождения звезды через периастр орбиты. Эксцентрическая аномалия E вычисляется по формуле:

$$E - e \sin E = M. \quad (19)$$

Для истинной аномалии v имеем

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} E. \quad (20)$$

Решая уравнения (17)–(20), например, методом наименьших квадратов, можно найти элементы спектроскопической орбиты e , ω , T , и в том числе, γ -скорость.

Исследуем свойства основного уравнения (17). Прежде всего, выясним, в каких точках на орбите лучевая скорость звезды достигает своего экстремума — максимума или минимума (как обычно, считаем, что лучевая скорость положительна, когда звезда удаляется от наблюдателя). Зависящий от времени член $\cos[v(t) + \omega]$ в уравнении (17) меняется от $+1$ до -1 , этим двум значениям будут соответствовать экстремумы лучевой скорости. Обозначим через A величину $\left| \max \frac{dz}{dt} \right|$ и через B — величину $\left| \min \frac{dz}{dt} \right|$. Тогда

$$A = \left| \max \frac{dz}{dt} \right| = K(1 + e \cos \omega), \quad (21)$$

$$B = \left| \min \frac{dz}{dt} \right| = K(1 - e \cos \omega). \quad (22)$$

Уравнения (21) и (22) соответствуют случаям, когда $\cos(v + \omega) = +1$ и $\cos(v + \omega) = -1$ или, что то же самое, когда суммарный угол $v + \omega = 0$ или 180° , что соответствует восходящему и нисходящему узлу (см. рис. 1). Таким образом, хотя полная пространственная скорость звезды достигает своих экстремумов в периастре и апоастре орбиты, лучевая скорость звезды достигает своего максимума и минимума в узлах орбиты. Эта замечательная особенность кривой лучевых скоростей ТДС позволяет легко сопоставлять каждой точке на кривой лучевых скоростей положение звезды на орбите, исходя из того, что в максимуме кривой лучевых скоростей звезда находится в восходящем узле, т.е. она пересекает картинную плоскость и удаляется от наблюдателя, а в минимуме кривой лучевых скоростей звезда находится в нисходящем узле — пересекает картинную плоскость, приближаясь к наблюдателю. Основываясь на этих принципах и используя второй закон Кеплера, легко осуществлять качественное построение кривой лучевых скоростей для любой ориентации орбиты ТДС относительно наблюдателя. Прежде всего, если орбита круговая ($e = 0$), то, следуя уравнению (17) и принимая во внимание, что при $e = 0$ истинная аномалия $v(t)$ совпадает со средней аномалией $M(t)$, кривая

лучевых скоростей — косинусоида, и в этом случае параметры ω и T не определены. Рассмотрим случай эллиптической орбиты ($e \neq 0$) и построим качественную кривую лучевых скоростей для различных ориентаций орбиты относительно наблюдателя, т. е. разных значений долготы периастра ω (рис. 2).

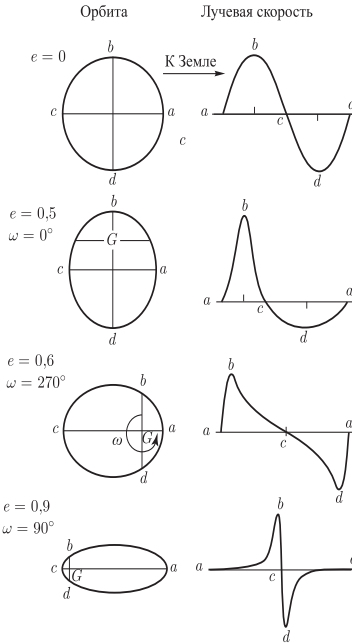


Рис. 2. Кривые лучевых скоростей при различных значениях элементов спектроскопической орбиты тесной двойной системы

Пусть $\omega = 0^\circ$, т. е. периастр совпадает с восходящим узлом (орбита расположена «боком» по отношению к наблюдателю). Предположим, для простоты, что γ -скорость равна нулю. Нанесем на зависимость $V_r(t)$ точку, соответствующую максимуму лучевой скорости. Этой точке соответствует положение звезды в восходящем узле, т. е. в периастре орбиты. Поскольку, согласно второму закону Кеплера, в периастре пространственная скорость звезды максимальна, лучевая скорость при орбитальном движении звезды будет быстро спадать от максимума и затем, по мере приближения к апоастр (т. е. нисходящему узлу) замедлять скорость своего уменьшения. В окрестности минимума лучевая скорость будет медленно меняться. Результирующая кривая лучевых скоростей будет качественно подобна циклоиде (см. рис. 2). Если рассмотреть другую ориентацию орбиты, например, взять $\omega = 270^\circ$ (орбита

«смотрит» своим периастром на наблюдателя), то легко видеть, что в этом случае кривая лучевых скоростей будет иметь пилообразный характер (предлагаем читателю самому осуществить построение соответствующей кривой лучевых скоростей). Из этих построений следует, что форма кривой лучевых скоростей ТДС сильно меняется с изменением параметров спектроскопической орбиты, что обеспечивает надежность результатов решения обратной задачи — нахождения элементов спектроскопической орбиты по кривой лучевых скоростей, описываемой уравнениями (17)–(20).

С использованием уравнений (21) и (22) можно накладывать ограничения на спектроскопические элементы ТДС по характерным точкам кривой лучевых скоростей. Такой быстрый способ оценки элементов орбиты позволяет получать начальное приближение для искомых элементов, которое можно использовать при окончательном поиске элементов методом наименьших квадратов. Складывая уравнения (21) и (22), получаем

$$K = \frac{\mu a \sin i}{\sqrt{1-e^2}} = \frac{A+B}{2}. \quad (23)$$

Вчитая уравнение (22) из (21), имеем:

$$K e \cos \omega = \frac{A-B}{2}. \quad (24)$$

Отсюда находим, с использованием (23):

$$e \cos \omega = \frac{A-B}{A+B}. \quad (25)$$

Подставляя (23), (24) в основное уравнение (17), имеем:

$$V_r(t) = \gamma + \frac{A-B}{2} + \frac{A+B}{2} \cos[v(t) + \omega]. \quad (26)$$

Величины A и B при известной γ -скорости непосредственно определяются по кривой лучевых скоростей — они являются экстремальными значениями лучевой скорости звезды относительно центра масс двойной системы. Поэтому величину $K = (A+B)/2$ называют полуамплитудой кривой лучевых скоростей. Таким образом, простое использование характерных точек кривой лучевых скоростей (точек ее максимума и минимума) позволяет наложить ограничения на значения элементов спектроскопической орбиты ТДС (см. формулы (15), (23), (25)). Для однозначного нахождения элементов необходимо, помимо использования экстремальных значений лучевых скоростей ТДС, использовать также информацию о форме кривой лучевых скоростей. Существует, по крайней мере, десяток методов определения элементов спектроскопических орбит (см., например, Lehmann-Files, 1894, Russell, 1914, Irwin, 1952, Крат, 1962). Все они имеют лишь исторический интерес, в связи с возможностями использования современных компьютеров и применения мощных методов решения обратных параметрических задач. Мы опишем широко употребляемый метод Лемана–Филеса (1894) для оценки предварительных значений элементов спектроскопических орбит ТДС, которые могут в дальнейшем уточняться с использованием всей мощи современных вычислительных средств.

Рассмотрим кривую лучевых скоростей ТДС (рис. 3). Предположим, что γ -скорость (лучевая скорость центра масс системы) нам известна. Пусть максимум лучевой скорости достигается в точке a , а минимум — в точке b . Тогда величина $A = \left| \max \frac{dz}{dt} \right|$ равна длине отрезка a_1a , а величина $B = \left| \min \frac{dz}{dt} \right|$ — длине отрезка b_1b . Как видно из рис. 3, при известной γ -скорости из графика кривой лучевых скоростей находятся величины A и B и, следовательно, полуамплитуда кривой

лучевых скоростей $K = (A + B)/2$. Очевидно, из графика кривой лучевых скоростей также находится орбитальный период P .

Разместим орбиту звезды ТДС между двумя плоскостями, параллельными картинной плоскости (которая проходит через центр масс системы) и касательными к орбите.

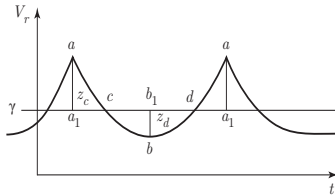


Рис. 3. Кривая лучевых скоростей одной из компонент спектрально-двойной системы

На рис. 4 показана орбита звезды в ТДС и три прямые: прямая 2 — линия узлов, проходит через центр масс системы C , прямая 1 — линия пересечения плоскости орбиты системы с «задней» плоскостью, касательной к орбите, прямая 3 — линия пересечения орбиты с «передней» плоскостью, касательной к орбите (касательной плоскостью). Все три прямые 1, 2, 3, очевидно, лежат в плоскости орбиты. Поскольку мы рассматриваем движение звезды по абсолютной орбите относительно центра масс

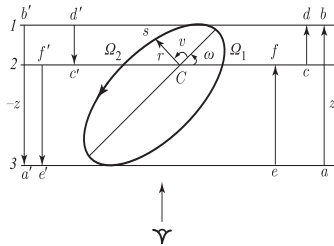


Рис. 4. Орбита одной из компонент спектрально-двойной системы, заключенная между двумя касательными плоскостями

системы, орбита звезды — замкнутая траектория — эллипс (с точки зрения земного наблюдателя траектория движения звезды незамкнута ввиду поступательного движения центра масс системы в пространстве, которое характеризуется γ -скоростью). В силу замкнутости орбиты звезды относительно центра масс системы, путь z , пройденный звездой вдоль луча зрения от «задней» до «передней» касательной плоскости, равен пути, пройденному ею от «задней» до «передней» плоскости. Но путь z вдоль луча зрения — это интеграл по времени от лучевой скорости:

$$z = \int_{t_0}^t \frac{dz}{dt} dt = \int_{t_0}^t dz = z_t - z_{t_0}. \quad (27)$$

На кривой лучевых скоростей путь вдоль луча зрения, пройденный звездой — это площадь, ограниченная соответствующей кривой лучевых скоростей. При этом путь, пройденный от «передней» к «задней» касательной плоскости — положительный (так как соответствует удалению от наблюдателя), а обратный путь — отрицательный. Отсюда следует, что положительная площадь, ограниченная кривой лучевых скоростей и прямой, соответствующей γ -скорости, должна равняться (по модулю) соответствующей отрицательной площади (относительно прямой, соответствующей γ -скорости). Таким образом, мы получаем метод определения величины γ -скорости: необходимо на графике кривой лучевых скоростей провести прямую, параллельную оси времени так, чтобы соответствующие положительная и отрицательная площади были равны. Эти рассуждения наглядно иллюстрируются рис. 4, где показаны пути вдоль луча зрения, пройденные звездой на орбите в случае, когда луч зрения лежит в плоскости орбиты (наклонение орбиты $i = 90^\circ$, очевидно, что все выводы о замкнутости орбиты и равенстве положительных и отрицательных путей вдоль луча зрения справедливы для любых i). Из рис. 4, видно, что пути ab и $a'b'$ равны между собой, в силу замкнутости орбиты звезды. Математически условие замкнутости орбиты звезды в ТДС можно сформулировать так:

$$\int_t^{t+p} \frac{dz}{dt} dt = z_{t+p} - z_t = 0, \quad (28)$$

т. е. сумма площадей, взятых с соответствующим знаком и ограниченных кривой лучевых скоростей и прямой, соответствующей γ -скорости в интервале времени, равном орбитальному периоду, равна нулю. Следовательно, отрицательная площадь по модулю равна положительной. Эти рассуждения можно продолжить дальше.

В силу замкнутости орбиты, путь вдоль луча зрения, пройденный звездой от картинной плоскости до «задней» касательной плоскости, равен пути, пройденному в противоположном направлении (см. рис. 4, где $cd = c'd'$). То же самое можно сказать и про путь вдоль луча зрения, пройденный от «передней» касательной плоскости к картинной плоскости и обратно (рис. 4, здесь $ef = e'f'$). Таким образом, на кривой лучевых скоростей площади фигур aa_1c и cb_1b равны друг другу по модулю, также равны друг другу по модулю и площади фигур b_1bd и daa_1 . Эти замечательные свойства кривой лучевых скоростей позволяют проверять модель ТДС, уточнять значения γ -скорости и величин A и B (в рамках других моделей, например, модели пульсирующей звезды, кривая лучевых скоростей не обладает такими свойствами). Указанное свойство попарного равенства смежных площадей для кривой лучевых скоростей ТДС может быть выведено аналитически.

Мы знаем, что dz/dt достигает экстремальных значений A и B в узлах орбиты, когда $v + \omega = 0^\circ$ и $v + \omega = 180^\circ$. Поскольку при этих значениях $v + \omega \sin(v + \omega) = 0$, то, как следует из (6), $z_a = z_b = 0$. Но тогда

$$\begin{aligned} \int_{t_{a_1}}^{t_c} \frac{dz}{dt} dt &= z_c - z_a = z_c, & \int_{t_{b_1}}^{t_d} \frac{dz}{dt} dt &= z_d - z_b = z_d, \\ \int_{t_c}^{t_{b_1}} \frac{dz}{dt} dt &= z_b - z_c = -z_c, & \int_{t_d}^{t_{a_1}} \frac{dz}{dt} dt &= z_a - z_d = -z_d. \end{aligned} \quad (29)$$

Как видно из рис. 3, интегралы (29) описывают площади фигур a_1ac , cb_1b , b_1bd , daa_1 и, как следует из (29), эти площади попарно равны между собой по модулю.

Формула (25) дает нам величину $e \cos \omega = \frac{A-B}{A+B}$. Чтобы определить e и ω раздельно, мы должны иметь еще одну связь между ними, вытекающую из кривой лучевых скоростей. Выразим величину $e \sin \omega$ через параметры, характеризующие форму и амплитуду кривой лучевых скоростей. Как мы убедились выше, из кривой лучевых скоростей можно непосредственно определить величины γ , A , B , z_c и z_d . Как видно из рис. 3, в точках c и d лучевая скорость системы равна γ -скорости, т.е. $dz/dt = 0$. Следовательно, в этих точках $e \cos \omega = -\cos(v + \omega)$ — см. формулу (14). Тогда из (25) следует, что в точках c и d

$$\cos(v + \omega) = -\frac{A-B}{A+B}. \quad (30)$$

Таким образом, в точках c и d имеем:

$$\cos(v_c + \omega) = \cos(v_d + \omega). \quad (31)$$

Рассмотрим решения этого тригонометрического уравнения:

1) $v_c + \omega = v_d + \omega$.

Это решение нефизично, поскольку, очевидно, что $v_c \neq v_d$. Поэтому это решение должно быть отброшено.

2) $v_c + \omega = 360^\circ - v_d - \omega$ (поскольку, как известно, $\cos \alpha = \cos(360^\circ - \alpha)$).

Это решение мы принимаем. Поскольку $\sin \alpha = -\sin(360^\circ - \alpha)$, можно записать, что

$$\sin(v_c + \omega) = -\sin(v_d + \omega). \quad (32)$$

Таким образом, $\sin(v_c + \omega) = -\sin(v_d + \omega)$.

Поскольку в точке c

$$\cos(v_c + \omega) = -\frac{A-B}{A+B}, \quad \text{то} \quad \sin(v_c + \omega) = \sqrt{1 - \cos^2(v_c + \omega)} = \frac{2\sqrt{AB}}{A+B},$$

тогда

$$\sin(v_d + \omega) = -\frac{2\sqrt{AB}}{A+B}. \quad (33)$$

Выражения для площадей z_c и z_d запишем в виде (см. (6))

$$z_c = r_c \sin(v_c + \omega) \sin i,$$

$$z_d = -r_d \sin(v_c + \omega) \sin i.$$

Поделим z_c на z_d и используем уравнение эллипса (7):

$$-\frac{z_c}{z_d} = \frac{1 + e \cos v_d}{1 + e \cos v_c}.$$

Чтобы выделить искомым член $e \sin \omega$, член $\cos v$ заменим на $\cos[(v + \omega) - \omega]$ и раскроем косинусы разностей углов:

$$\begin{aligned} \frac{1 + e \cos[(v_d + \omega) - \omega]}{1 + e \cos[(v_c + \omega) - \omega]} &= \frac{1 + e \cos(v_d + \omega) \cos \omega + e \sin(v_d + \omega) \sin \omega}{1 + e \cos(v_c + \omega) \cos \omega + e \sin(v_c + \omega) \sin \omega} = \\ &= \frac{1 - \cos^2(v_c + \omega) - e \sin(v_c + \omega) \sin \omega}{1 - \cos^2(v_c + \omega) + e \sin(v_c + \omega) \sin \omega}, \end{aligned}$$

где мы учли, что $e \cos \omega = -\cos(v + \omega)$, $\cos^2(v_d + \omega) = \cos^2(v_c + \omega)$, $\sin(v_d + \omega) = -\sin(v_c + \omega)$.

Таким образом, находим отношение площадей

$$-\frac{z_c}{z_d} = \frac{\sin(v_c + \omega)[\sin(v_c + \omega) - e \sin \omega]}{\sin(v_c + \omega)[\sin(v_c + \omega) + e \sin \omega]} = \frac{\sin(v_c + \omega) - e \sin \omega}{\sin(v_c + \omega) + e \sin \omega}.$$

Решая это уравнение относительно $e \sin \omega$, получаем

$$e \sin \omega = \frac{z_d + z_c}{z_d - z_c} \sin(v_c + \omega),$$

подставляя сюда (32) и (33), получаем окончательную формулу для нахождения $e \sin \omega$:

$$e \sin \omega = \frac{2\sqrt{AB}}{A+B} \frac{z_d + z_c}{z_d - z_c}. \quad (34)$$

Совместное решение уравнений (25) и (34) дает значения e и ω .

Сделаем два замечания. 1) Величина $e \cos \omega = \frac{A-B}{A+B}$ определяется амплитудой кривой лучевых скоростей, в то время как величина $e \sin \omega = \frac{2\sqrt{AB}}{A+B} \frac{z_d + z_c}{z_d - z_c}$ определяется как амплитудой, так и формой кривой лучевых скоростей, которая характеризуется площадями z_d и z_c . 2) В выражении для $e \sin \omega$ в знаменателе стоит разность $z_d - z_c$. Эта разность никогда не обращается в нуль, поскольку площади z_d и z_c должны браться с соответствующими знаками (в нашем случае z_d отрицательна, а z_c — положительна).

Зная e и K , мы можем определить $a \sin i$ из выражения

$$K = \frac{\mu a \sin i}{\sqrt{1 - e^2}}, \quad \mu = \frac{2\pi}{P}.$$

Отсюда получаем

$$a \sin i = \frac{KP}{2\pi} \sqrt{1 - e^2}. \quad (35)$$

Обычно орбитальный период спектрально-двойных звезд выражается в сутках, а лучевая скорость V_r — в км/с. Если выразить P в секундах, а V_r в км/с, то получаем $a \sin i$ в километрах:

$$a \sin i = 8,64 \cdot 10^4 \frac{KP}{2\pi} \sqrt{1 - e^2} \text{ км}. \quad (36)$$

Зная e и ω , можно найти момент T прохождения звезды через периастр орбиты. В периастре истинная аномалия звезды равна нулю: $v = 0$. Тогда из уравнения (14) имеем:

$$\left(\frac{dz}{dt}\right)_{\text{пер}} = K(1 + e) \cos \omega. \quad (37)$$

Поскольку K , e и ω известны, правая часть уравнения (37) нам известна. Вычислив ее, находим $(dz/dt)_{\text{пер}}$ — ординату кривой лучевых скоростей, соответствующую моменту T прохождения звездой через периастр орбиты. Найденной ординате соответствуют две точки на кривой лучевых скоростей и, соответственно, два момента T . Поскольку ω известно, эта неоднозначность легко устраняется. Как мы выяснили ранее, в точках a и b кривой лучевых скоростей (экстремумах) угол $v + \omega$ равен 0 и 180° соответственно. Следовательно, между точками a и b угол $v + \omega$ меняется от 0 до 180°, а между точками b и a — от 180 до 360°. Найденные нами две точки на кривой лучевых скоростей (соответствующие найденной ординате $(dz/dt)_{\text{пер}}$) соответствуют случаю $v = 0$, т.е. в этих точках $v + \omega = \omega$. Поскольку ω нам известно, выбираем ту точку на кривой лучевых скоростей, которая соответствует

найденному значению ω . Абсцисса этой точки есть искомый момент T прохождения звездой через периастр орбиты.

Таким образом, мы полностью решили задачу и нашли искомые элементы спектроскопической орбиты: $P, e, \omega, T, a \sin i$, а также величину γ -скорости. Для проверки правильности найденных элементов необходимо построить соответствующую теоретическую кривую лучевых скоростей и сравнить ее с наблюдаемой кривой. Для этого запишем уравнение Кеплера:

$$M = \frac{2\pi}{P}(t - T) = E - e \sin E. \quad (38)$$

Задаваясь рядом значений моментов времени $t_1, t_2, \dots, t_n$ и решая уравнение Кеплера (38), находим соответствующие значения эксцентрисической аномалии $E_1, E_2, \dots, E_n$. Подставив найденные значения E_i в формулу

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} v_i = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} E_i, \quad (39)$$

получим соответствующие величины истинной аномалии звезды на орбите v_i . Подставив эти значения v_i в основное уравнение (17):

$$V_r(t_i) = \gamma + K\{e \cos \omega + \cos[v_i(t_i) + \omega]\}, \quad (40)$$

находим величины $V_r(t_i)$ и строим соответствующую теоретическую кривую лучевых скоростей. Если теоретическая кривая лучевых скоростей удовлетворительно описывает наблюдения, можно считать, что мы нашли вполне надежные элементы. Эти элементы могут использоваться как начальное приближение для поиска окончательных значений элементов и их ошибок, например, методом наименьших квадратов. Плохое соответствие между теоретической и наблюдаемой кривыми лучевых скоростей говорит о том, что процедура предварительного определения элементов спектроскопической орбиты выполнена не вполне аккуратно, и ее следует повторить, обратив особое внимание на точное определение площадей z_c, z_d и величины γ -скорости. Поскольку здесь мы описали простой метод Лемана–Филеса для предварительной оценки элементов, мы пока не касаемся проблемы количественной оценки соответствия теоретической и наблюдаемой кривых лучевых скоростей и определения ошибок элементов. Это мы сделаем ниже при описании современных методов решения обратных параметрических задач.

Мы описали метод Лемана–Филеса определения элементов спектроскопической орбиты, который основан на измерении характерных площадей, ограничиваемых кривой лучевых скоростей. Процедура измерения площади — весьма деликатная операция, которая требует, чтобы кривая лучевых скоростей была хорошо измерена во всех фазах орбитального периода. Однако на практике это не всегда удается сделать, например, из-за влияния взаимного блендирования линий в спектре системы. Часто лучевые скорости компонент удается надежно измерить лишь в квадратурах, когда линии, принадлежащие разным компонентам системы, максимально раздвинуты. Вблизи соединений компонент лучевые скорости каждой из них часто измеряются со значительными ошибками ввиду влияния эффектов блендирования. Так что во многих случаях наблюдатель сталкивается с ситуацией, когда элементы спектроскопической орбиты должны быть определены не по всей кривой лучевых скоростей, а только по ее части. Более того, в реальной ситуации даже при надежном измерении кривой лучевых скоростей во всех фазах орбитального периода, не вся кривая лучевых скоростей может быть использована для определения элементов спектроскопической орбиты в рамках модели двух точечных масс на кеплеровских орбитах. Если наклонение орбиты не сильно отличается от 90° , вблизи моментов соединения компонент

могут сказываться два эффекта: эффект быстрого вращения звезды и эффект асимметричного звездного ветра от приливо деформированной звезды в двойной системе. Эффект быстрого вращения звезды в затменных двойных системах (Росситер, 1924) приводит к тому, что вблизи момента соединения компонент кривая лучевых скоростей испытывает резкий подъем и спад, вызванный затмением быстро вращающейся звезды. При затмении быстро вращающейся звезды наблюдатель видит линию в ее спектре, формирующуюся в основном сначала на удаляющемся крае диска звезды, а затем — на приближающемся, что приводит к характерному «зигзагу» в изменении лучевой скорости звезды в момент соединения (затмения) — см. рис. 5. Если скорость вращения затмеваемой звезды велика, амплитуда такого «зигзага», который не имеет отношения к орбитальной скорости звезды, может превосходить амплитуду самой орбитальной кривой лучевых скоростей (рис. 5). Ясно, что наличие такого эффекта не позволяет использовать всю кривую лучевых скоростей для определения элементов спектроскопической орбиты в рамках модели двух точечных масс. Следует отметить, что применение современных методов синтеза профилей линий и кривых лучевых скоростей для реальных ТДС позволяет корректно описывать эффекты вращения компонент (см. ниже).

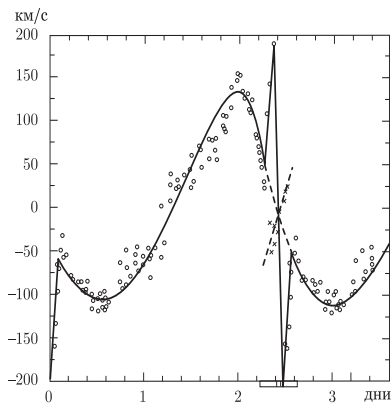


Рис. 5. Кривая лучевых скоростей главной компоненты системы U Сер. Область затмения отмечена горизонтальной чертой на оси абсцисс. Крестиками обозначена часть кривой лучевых скоростей слабого спутника-субигганта

Эффект асимметричного звездного ветра от приливо-деформированной звезды (звезда интенсивнее истекает со стороны, обращенной к спутнику) приводит к тому, что вблизи моментов соединений компонент наблюдаются отклонения лучевых скоростей от регулярной кривой лучевых скоростей, обусловленных орбитальным движением компонент. Это также не позволяет использовать всю кривую лучевых скоростей ТДС для определения элементов спектроскопической орбиты. В этой связи следует подчеркнуть, что эффекты асимметрии звездного ветра и эффекты селективного поглощения света звезды в частотах линий газовыми потоками могут приводить к появлению ложных эксцентриситетов орбиты и к значительным ошибкам

в определении других элементов орбиты. Поскольку коэффициент поглощения в частотах линий на много порядков выше, чем в континууме, влияние газовых потоков в ТДС на кривую лучевых скоростей значительно сильнее, чем на кривую блеска при затмении.

Учитывая описанные трудности, полезно рассмотреть метод анализа кривой лучевых скоростей, не требующий измерения площадей. Один из таких методов был предложен Макаренко (1962). Он также может быть использован для нахождения элементов орбиты по неполной кривой лучевых скоростей. Этот метод может рассматриваться как независимый метод оценки предварительных элементов орбиты ТДС в случае не очень больших значений эксцентриситетов орбит ($e < 0,50$), что как раз наблюдается в большинстве затменных двойных систем.

Пусть орбитальный период P системы известен. В уравнении (17) выделим член $V_m = \gamma + K e \cos \omega$, тогда уравнение (17) перепишется в виде

$$V_r(t) = V_m + K \cos[v(t) + \omega]. \quad (41)$$

Поскольку $\cos[v(t) + \omega]$ меняется от $+1$ до -1 , максимальное значение лучевой скорости $V_r^{\max} = V_m + K$, минимальное $V_r^{\min} = V_m - K$.

Отсюда имеем:

$$V_m = \frac{V_r^{\max} + V_r^{\min}}{2}, \quad K = \frac{V_r^{\max} - V_r^{\min}}{2}. \quad (42)$$

Рассмотрим кривую лучевых скоростей (рис. 6) в переменных V_r , φ , где $\varphi = (t - t_0)/P$ — фаза орбитального периода (t_0 — произвольно выбранный начальный

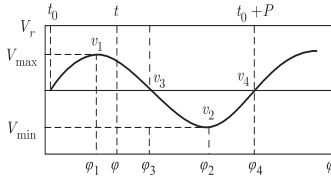


Рис. 6. Кривая лучевых скоростей с характерными точками

момент). Пусть экстремумы лучевой скорости достигаются в фазах φ_1 (соответствующая лучевая скорость $V_r^{\max}$) и φ_2 (лучевая скорость $V_r^{\min}$). Экстремумы лучевой скорости соответствуют нахождению звезды в узлах орбиты, следовательно, в фазах φ_1 и φ_2

$$v_1 = -\omega, \quad v_2 = \pi - \omega. \quad (43)$$

Пусть фазы φ_3 и φ_4 соответствуют случаю, когда $V_r = V_m$. Тогда, как следует из уравнения (41),

$$v_3 = \frac{\pi}{2} - \omega, \quad v_4 = \frac{3\pi}{2} - \omega. \quad (44)$$

Фазы φ_1 , φ_2 , φ_3 , и φ_4 находятся из графика кривой лучевых скоростей. Эти фазы и могут быть использованы для нахождения элементов спектроскопической орбиты, поскольку соответствующие значения истинной аномалии v для них известны.

Запишем известное разложение средней аномалии M по истинной (см., например, Субботин, 1937):

$$M = v + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \beta \left(1 + n\sqrt{1-e^2} \right) \sin nv, \quad (45)$$

где $\beta = \frac{e}{1 + \sqrt{1-e^2}}$.

Ряд (45) равномерно сходится при $e < 0,66274 \dots$. Перепишем ряд (45) в виде

$$M = v - 2e \sin v + \frac{3}{4} e^2 \sin 2v - \frac{1}{2} e^3 \sin 3v + \dots \quad (46)$$

Обозначим через ψ фазу в момент T прохождения звезды через периастр. Тогда

$$M = 2\pi(\varphi - \psi). \quad (47)$$

Подставим в разложение (46) значения v для выделенных нами фаз $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ ($v_1 = -\omega, v_2 = \pi - \omega, v_3 = \frac{\pi}{2} - \omega, v_4 = \frac{3\pi}{2} - \omega$) и ограничимся членами, содержащими e в степени не более второй. Мы получим четыре значения средней аномалии M , которые она имеет в фазах $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$:

$$\begin{aligned} M_1 &= -\omega + 2e \sin \omega - \frac{3}{4} e^2 \sin 2\omega, \\ M_2 &= \pi - \omega - 2e \sin \omega - \frac{3}{4} e^2 \sin 2\omega, \\ M_3 &= \frac{\pi}{2} - \omega - 2e \cos \omega + \frac{3}{4} e^2 \sin 2\omega, \\ M_4 &= \frac{3}{2} \pi - \omega + 2e \cos \omega + \frac{3}{4} e^2 \sin 2\omega. \end{aligned} \quad (48)$$

Найдем разности (чтобы не было зависимости от начальной фазы):

$$M_2 - M_1 = \pi - 4e \sin \omega, \quad (49)$$

$$M_4 - M_3 = \pi + 4e \cos \omega, \quad (50)$$

$$M_4 - M_2 = \frac{\pi}{2} + 2e \sin \omega + 2e \cos \omega + \frac{3}{2} e^2 \sin 2\omega. \quad (51)$$

Эти разности, совместно с равенством (47), определяют элементы e и ω . В зависимости от того, какие части кривой лучевых скоростей надежно определены, можно использовать разные выражения из (49)–(51).

1. Пусть вся кривая лучевых скоростей надежно определена и имеются уверенные определения всех выделенных нами четырех фаз $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$. В этом случае, используя уравнения (49) и (50), находим:

$$e \sin \omega = \frac{\pi}{2} [0,5 - (\varphi_2 - \varphi_1)], \quad (52)$$

$$e \cos \omega = \frac{\pi}{2} [(\varphi_4 - \varphi_3) - 0,5]. \quad (53)$$

2. Надежно измерена лишь восходящая ветвь кривой лучевых скоростей, т. е. уверенно определены три фазы: φ_1, φ_2 и φ_4 . В этом случае $e \sin \omega$ находится из уравнения (49): $e \sin \omega = (\pi/2) [0,5 - (\varphi_2 - \varphi_1)]$, а $e \cos \omega$ определяется из уравнения (51):

$$e \cos \omega = \frac{2\varphi_4 - \varphi_2 - \varphi_1 - 1}{3/4 + 2\pi - (3/2)(\varphi_2 - \varphi_1)}. \quad (54)$$

3. Надежно измерена лишь нисходящая ветвь кривой лучевых скоростей (уверенно определены фазы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$). В этом случае, как и ранее, $e \sin \omega$ определяется из уравнения (49): $e \sin \omega = (\pi/2) [0,5 - (\varphi_2 - \varphi_1)]$, а $e \cos \omega$ находится из разности $M_3 - M_1$, куда следует подставить значение $e \sin \omega = (\pi/2) [0,5 - (\varphi_2 - \varphi_1)]$:

$$e \cos \omega = \frac{\varphi_1 + \varphi_2 - 2\varphi_3}{2/\pi + 3/4 + (3/2)(\varphi_2 - \varphi_1)}. \quad (55)$$

4. Одна из фаз, соответствующих экстремуму кривой лучевых скоростей (φ_1 или φ_2) определяется неуверенно. В этом случае, применяя описанную методику, получаем, что $e \sin \omega$ определяется по одной из двух формул:

$$e \sin \omega = \frac{\varphi_4 + \varphi_3 - 2\varphi_2}{2/\pi - 3/4 + (3/2)(\varphi_4 - \varphi_3)}, \quad (56)$$

$$e \sin \omega = \frac{1 + 2\varphi_1 - \varphi_3 - \varphi_4}{2/\pi + 3/4 - (3/2)(\varphi_4 - \varphi_3)}. \quad (56')$$

Величина $e \cos \omega$ в этом случае находится по формуле (53). Формулы (42) и (52)–(56) позволяют определить величины V_m, K, e, ω . Используя их, находим величину γ -скорости:

$$\gamma = V_m - K e \cos \omega,$$

и величину $a \sin i$:

$$a \sin i = \frac{K P}{2\pi} \sqrt{1 - e^2}.$$

Фаза ψ , соответствующая моменту T прохождения звезды через периастр орбиты, находится из разложения (46) средней аномалии M по истинной v . Подставив вместо M в формулу (46) ее выражение через ψ (см. (47)), получим:

$$\psi = \varphi - \frac{v}{2\pi} + \frac{e \sin v}{\pi} - \frac{3e^2 \sin 2v}{8\pi} + \frac{e^3 \sin 3v}{4\pi} - \dots \quad (57)$$

Подставляя сюда какое-либо значение φ с известным значением v (например φ_1 и v_1) находим искомое значение ψ .

Таким образом, мы нашли все элементы спектроскопической орбиты, используя четыре характерные точки на кривой лучевых скоростей, соответствующие фазам $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$. Следует помнить, что этот метод использует разложение средней аномалии по истинной (46), которое сходится лишь для не очень больших значений эксцентриситета орбиты ($e < 0,66274 \dots$). Это ограничивает область применимости метода, хотя следует заметить, что подавляющее большинство ТДС имеют эксцентриситеты орбит $e < 0,5$, и для них описанный метод нахождения элементов вполне применим. Тем более, что найденные элементы можно считать лишь начальными приближениями, которые должны быть положены в основу окончательного поиска элементов методом наименьших квадратов.

Был предложен ряд методов уточнения предварительных элементов спектроскопических орбит, основанных на использовании метода дифференциальных поправок (см. соответствующий обзор в книге Шульберга (1971)). В настоящее время эти методы имеют лишь исторический интерес. Современные компьютеры и математические методы решения обратных параметрических задач позволяют осуществлять эффективный поиск параметров и их ошибок как для линейных, так и нелинейных задач (см. ниже).

С найденными элементами спектроскопической орбиты можно определить абсолютные размеры ТДС и массы компонент. В модели двух точечных масс на кеплеровских орбитах из кривой лучевых скоростей наклонение орбиты i не определяется, поэтому большие полуоси абсолютных орбит звезд-компонент ТДС определяются

с точностью до $\sin i$, а массы компонент находятся с точностью до $\sin^3 i$. Если система является не только спектрально двойной, но и затменной, то из анализа кривой блеска (см. ниже) находится наклонение орбиты i и радиусы компонент в долях большой полуоси относительной орбиты $a = a_1 + a_2$: r_1/a и r_2/a . Зная i , можно найти большие полуоси абсолютных орбит компонент и, соответственно, большую полуось относительной орбиты a и далее, найти радиусы звезд r_1 и r_2 в абсолютных единицах.

Как уже отмечалось, наблюдать спектры обеих компонент в суммарном спектре системы и измерять лучевые скорости каждой из компонент удастся не всегда: для этого необходимо, чтобы светимости звезд различались не более, чем на 1–2 звездных величин (в случае использования современных ПЗС-приемников).

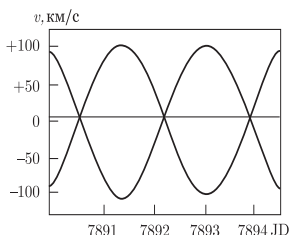


Рис. 7. Кривые лучевых скоростей обеих компонент спектрально-двойной системы BV241

Пусть мы имеем систему, в спектре которой линии каждой из компонент хорошо видны, и измерены кривые лучевых скоростей обеих компонент (см. рис. 7). Кривые лучевых скоростей должны находиться в противофазе друг к другу и пересекаться в точках, соответствующих γ -скорости. Можно определить элементы спектроскопической орбиты отдельно по каждой кривой лучевых скоростей. При этом величины P , γ , e , T , найденные по разным кривым лучевых скоростей, должны совпадать, а значения $a_1 \sin i$, $a_2 \sin i$, ω_1 и $\omega_2 = \omega_1 + 180^\circ$ являются специфичными для каждой из компонент. Возможность

определения масс компонент связана с тем, что из кривых лучевых скоростей определяются (с точностью до множителя $\sin i$) большие полуоси абсолютных орбит, а период двойной системы хорошо известен. Тогда, используя третий закон Кеплера, можно найти массы звезд-компонент ТДС (с точностью до множителя $\sin^3 i$).

Рассмотрим вначале определение больших полуосей абсолютных орбит ТДС:

$$a_1 \sin i = \frac{K_1 P}{2\pi} \sqrt{1 - e^2}, \quad (58)$$

$$a_2 \sin i = \frac{K_2 P}{2\pi} \sqrt{1 - e^2}. \quad (59)$$

Большая полуось относительной орбиты системы выражается так:

$$(a_1 + a_2) \sin i = (K_1 + K_2) \frac{P}{2\pi} \sqrt{1 - e^2}. \quad (60)$$

Запишем третий закон Кеплера в виде

$$m_1 + m_2 = \frac{(a_1 + a_2)^3}{P^2}, \quad (61)$$

где a_1 и a_2 выражены в астрономических единицах, P — в годах, m_1 и m_2 в массах Солнца ($M_\odot$). Большие полуоси абсолютных орбит компонент связаны с массами компонент соотношением, определяющим положение центра масс двойной системы:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (62)$$

Совместное решение уравнений (61) и (62) дает:

$$m_1 = a_2 \left(\frac{a_1 + a_2}{P} \right)^2, \quad (63)$$

$$m_2 = a_1 \left(\frac{a_1 + a_2}{P} \right)^2. \quad (64)$$

Подставляя сюда $(a_1 + a_2)$ из выражения (60) и a_1, a_2 из выражений (58), (59), находим:

$$m_1 \sin^3 i = \frac{P}{8\pi^3} (1 - e^2)^{3/2} K_2 (K_1 + K_2)^2, \quad (65)$$

$$m_2 \sin^3 i = \frac{P}{8\pi^3} (1 - e^2)^{3/2} K_1 (K_1 + K_2)^2. \quad (66)$$

Напомним, что в этих формулах предполагается, что расстояния выражены в астрономических единицах, время — в годах, массы — в $M_\odot$. Обычно полуамплитуда кривой лучевых скоростей K выражается в км/с, а период P — в сутках. Чтобы, используя эти единицы, получить массы m_1, m_2 в солнечных массах, нужно P выразить в годах, а K — в астрономических единицах в год. Тогда получаем рабочие формулы для определения масс компонент:

$$m_1 \sin^3 i = 1,038 \cdot 10^{-7} P (1 - e^2)^{3/2} K_2 (K_1 + K_2)^2, \quad (67)$$

$$m_2 \sin^3 i = 1,038 \cdot 10^{-7} P (1 - e^2)^{3/2} K_1 (K_1 + K_2)^2, \quad (68)$$

где K выражено в км/с, P — в сутках, а массы — в $M_\odot$. В этих же единицах формулы (58)–(60) могут быть переписаны в следующем виде:

$$a_1 \sin i = 1,375 \cdot 10^4 K_1 P (1 - e^2)^{1/2}, \quad (69)$$

$$a_2 \sin i = 1,375 \cdot 10^4 K_2 P (1 - e^2)^{1/2}, \quad (70)$$

$$(a_1 + a_2) \sin i = 1,375 \cdot 10^4 P (1 - e^2)^{1/2} (K_1 + K_2). \quad (71)$$

Здесь, как и в формулах (67), (68) K — в км/с, P — в сутках, а величины a_1, a_2 выражены в километрах.

Если в суммарном спектре двойной системы наблюдаются линии только одной, более яркой компоненты, то можно построить только одну кривую лучевых скоростей. В этом случае из ее анализа находим лишь

$$a_1 \sin i = \frac{K_1 P}{2\pi} (1 - e^2)^{1/2}.$$

Если мы подставим величину $a_1 = \frac{K_1 P}{2\pi \sin i} (1 - e^2)^{1/2}$ в уравнения (63) и (64), которые выведены на основе использования третьего закона Кеплера, то получим два уравнения, содержащие один неизвестный параметр a_2 . Далее, мы можем исключить параметр a_2 , решая совместно эти два уравнения. Тогда мы получим одно уравнение, не содержащее параметры a_1, a_2 , в котором некоторая комбинация из масс m_1 и m_2 выражается через элементы спектроскопической орбиты. Эта комбинация называется функцией масс более яркой звезды $f_1(m)$:

$$f_1(m) = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{K_1^3 P}{8\pi^3} (1 - e^2)^{3/2}. \quad (72)$$

Поскольку при выводе этой формулы использовался третий закон Кеплера в виде (61), здесь P выражается в годах, а K_1 — в астрономических единицах в год. Перевод в стандартную систему единиц приводит к следующей формуле:

$$f_1(m) = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = 1,038 \cdot 10^{-7} K_1^3 P (1 - e^2)^{3/2}, \quad (73)$$

где P — в сутках, K_1 — в км/с, $f_1(m)$ — в $M_\odot$.

Если в спектре системы наблюдаются линии и второй, более слабой компоненты, можно найти функцию масс этой компоненты $f_2(m)$:

$$f_2(m) = \frac{m_1^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = 1,038 \cdot 10^{-7} K_2^3 P (1 - e^2)^{3/2}. \quad (74)$$

Здесь также P — в сутках, K_2 — в км/с, $f_2(m)$ — в $M_\odot$.

Зная функции масс каждой из компонент, можно с точностью до множителя $\sin^3 i$ найти массы обеих компонент. Решая совместно уравнения (73), (74), получим выражения (67), (68).

В книге Шульберга (1971) приведен простой и изящный вывод формулы для функции масс. Запишем очевидные соотношения:

$$a_1 \sin i = \frac{K_1 P}{2\pi} (1 - e^2)^{1/2}, \quad (75)$$

$$m_1 + m_2 = \frac{(a_1 + a_2)^3}{P^2}, \quad (76)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}, \quad (77)$$

$$\frac{m_1 + m_2}{m_2} = \frac{a_1 + a_2}{a_1}. \quad (78)$$

Умножим обе части (76) на $\sin^3 i$ и заменим $a_1 + a_2$ его выражением из (78), получим:

$$(m_1 + m_2) \sin^3 i = \frac{1}{P^2} \left(\frac{m_1 + m_2}{m_2} \right)^3 a_1^3 \sin^3 i.$$

Подставим вместо $a_1^3 \sin^3 i$ его выражение (75) и сократим обе части равенства на $m_1 + m_2$, тогда получим:

$$\sin^3 i = \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_2^3} \frac{K_1^3 P}{8\pi^3} (1 - e^2)^{3/2}.$$

Отсюда находим функцию масс $f_1(m)$:

$$f_1(m) = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{K_1^3 P}{8\pi^3} (1 - e^2)^{3/2}. \quad (79)$$

Переведа выражение (79) в стандартную систему единиц, получим формулу (73). Совершенно аналогично выводится и выражение для функции масс второй звезды $f_2(m)$.

Функция масс обладает очень важными свойствами, о которых нужно сказать особо. Прежде всего, формула для функции масс более яркой звезды $f_1(m)$ содержит массу более слабой, невидимой звезды в третьей степени, а массу видимой звезды — лишь во второй:

$$f_1(m) = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2}. \quad (80)$$

Это отражает тот факт, что движение видимой звезды несет информацию в основном о массе невидимой компоненты. Это свойство функции масс очень важно при исследовании рентгеновских источников в двойных системах. Более того, легко показать, что функция масс видимой звезды, которая имеет размерность массы, является абсолютным нижним пределом для массы невидимой компоненты. Действительно, разделим правую часть (80) на m_2^2 :

$$f_1(m) = \frac{m_2 \sin^3 i}{(1 + 1/q)^2}, \quad (81)$$

где $q = m_2/m_1$.

Разрешим это уравнение относительно массы невидимой компоненты m_2 :

$$m_2 = f_1(m) \cdot \left(1 + \frac{1}{q}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^3 i}. \quad (82)$$

Поскольку $q > 0$, а $|\sin i| \leq 1$, множитель из двух членов перед $f_1(m)$ больше единицы. Следовательно, если мы уберем этот множитель, то равенство (82) превращается в неравенство:

$$m_2 > f_1(m). \quad (83)$$

Это очень важное свойство функции масс помогает оценивать массы невидимых компонент в ТДС по измеренной функции масс видимой звезды. Например, измеренная функция масс оптической звезды в рентгеновской двойной системе Cyg X-1 составляет $\sim 0,2 M_\odot$. Отсюда сразу можно заключить, что масса черной дыры в этой системе

$$m_2 > 0,2 M_\odot.$$

Разумеется, это слабая оценка, и для точного определения m_2 в данном случае требуется знание отношения масс q и наклона орбиты i (см. формулу (82)). Учет конкретных значений этих параметров для системы Cyg X-1 приводит к массе черной дыры $\sim 10 M_\odot$. Еще более яркий пример эффективного использования функции масс для оценки массы невидимой компоненты предоставляют нам транзитные рентгеновские двойные системы — рентгеновские новые в спокойном состоянии. Например, в рентгеновской новой V404 Cyg измеренная функция масс составляет $\sim 6 M_\odot$. Это означает, что масса невидимой в оптическом диапазоне компоненты

$$m_2 > 6 M_\odot,$$

что вдвое превышает абсолютный верхний предел для массы нейтронной звезды, предсказываемый общей теорией относительности (ОТО) Эйнштейна. Таким образом, в данном случае только знание одной функции масс оптической звезды позволяет заключить о наличии в системе V404 Cyg черной дыры.

Подчеркнем, что мы рассмотрели простую модель ТДС — модель двух точечных масс на кеплеровских орбитах. Поскольку в реальных ТДС компоненты неточечные, кривые лучевых скоростей могут быть искажены эффектами взаимной близости компонент — эффектом эллипсоидальности звезд и эффектом взаимного прогрева (эффектом «отражения»). Учет этих эффектов очень важен в случае рентгеновских двойных систем. Соответственно, функция масс оптической звезды, ввиду неточечности последней, должна быть скорректирована за эффекты взаимной близости компонент. Используя метод синтеза профилей линий и кривых лучевых скоростей (см. ниже), можно выполнить такую коррекцию и, более того, использовать эффекты взаимной близости компонент для получения дополнительных ограничений на элементы спектроскопической орбиты.

3. Анализ кривых блеска

Если наклонение орбиты системы не сильно отличается от 90° , в системе могут происходить взаимные затмения компонент. По форме соответствующей кривой блеска классические затменные двойные системы подразделяются на три типа: системы типа Алголя (β Персея), типа β Лиры и системы типа W Большой Медведицы (рис. 8). В системах типа Алголя наблюдаются главный и вторичный минимумы, обусловленные затмениями, и почти постоянные участки внезатменного блеска (рис. 8). Называется этот тип затменных систем по имени звезды β Per (Алголь),

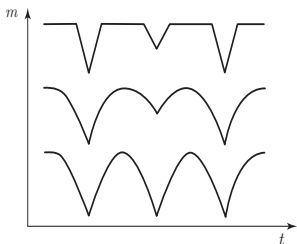


Рис. 8. Кривые блеска затменно-двойных систем типа Алголя, β Лyr и WUMa

которая была первой открытой затменной двойной системой. Переменность блеска этой звезды была подмечена арабами еще в IX–X веках. Предполагается, что именно арабы дали этой звезде (звездная величина в максимуме которой $2,2^m$) имя Al-Chul (Алголь), что по-арабски означает «изменяющийся дух». Окончательно переменность блеска Алголя (β Персея) была установлена в 1669 г. итальянским астрономом Монтанари. Эта переменность была подтверждена четверть века спустя другим итальянцем — Маральди, проживающим в Париже. Однако ни Монтанари, ни Маральди не заметили, что блеск Алголя меняется периодически. Периодичность в изменениях блеска Алголя была открыта

в ноябре 1782–мае 1783 г. двумя выдающимися английскими исследователями (кстати, любителями астрономии) Эдвардом Пиготтом (1750–1807) и Джоном Гудрайком (1764–1786). Гудрайк же высказал смелую гипотезу о том, что периодические уменьшения блеска Алголя вызваны наличием спутника у звезды и затмениями. Эта блестящая идея Гудрайка опережала время на целое столетие! Окончательно двойственность Алголя была доказана в 1889 г., когда Фогель обнаружил доплеровские смещения линий в спектре этой звезды, обусловленные орбитальным движением компонент.

В затменных переменных типа β Лиры блеск меняется не только во время затмений компонент, но и в промежутках вне затмений, что обусловлено тем, что звезды-компоненты систем этого типа сильно приливо деформированы и их фигуры значительно отличаются от сфер. Кстати, переменность блеска системы β Лиры была открыта также Гудрайком в сентябре 1784 г. Кроме того, Гудрайк открыл периодическую переменность δ Цефея, которая, как известно, является типичным представителем большого и очень важного класса физических переменных звезд — цефеид. Нельзя не отметить, что Джон Гудрайк за эти работы в начале 1786 г. (когда ему был 21 год) был избран членом английского Королевского общества (аналога Российской Академии наук), а две недели спустя он умер...

В системах типа W Большой Медведицы, как и в системах типа β Лиры, блеск плавно меняется со временем как во время затмений, так и вне затмений, причем глубины главного и вторичного минимумов почти одинаковые, что говорит о том, что компоненты системы имеют почти одинаковую поверхностную яркость.

Описанная классификация затменных переменных звезд по форме кривых блеска носит чисто феноменологический характер и не затрагивает эволюционных особенностей двойных систем. Копал (1959) впервые выделил характерные типы тесных

двойных систем, основываясь на их эволюционных особенностях. По классификации Копала тесные двойные системы (в том числе и затменные) делятся на три класса: разделенные системы, у которых радиусы компонент значительно меньше радиусов соответствующих критических полостей Роша (далее — просто полостей Роша), полуразделенные системы, в которых одна компонента заполняет свою полость Роша, а вторая — нет, и контактные системы, у которых обе компоненты заполняют свои полости Роша. Поскольку радиус звезды в процессе ее ядерной эволюции в среднем растет, классификация Копала в основных чертах отражает эволюционную историю тесных двойных систем. Классификация Копала также хорошо увязывается с описанной выше классификацией затменных двойных звезд по кривым блеска. В настоящее время классификация тесных двойных систем, основанная на их эволюционных характеристиках, детально разработана, и существуют каталоги ТДС на разных стадиях эволюции (см., например, Свечников, 1969; Cherepashchuk et al., 1996).

Здесь мы будем изучать звезды с тонкими атмосферами, толщина которых много меньше радиуса звезды. Например, у Солнца геометрическая толщина атмосферы ~ 300 км. Рассмотрим простейшую модель затменной двойной системы, когда две сферические звезды с тонкими атмосферами вращаются вокруг общего центра масс по круговым орбитам. Эффекты взаимной близости компонент (эффект эллипсоидальности и эффект «отражения») предполагаем пренебрежимо малыми. Поскольку изменения блеска связаны с затмениями компонент, необходимо рассмотреть функцию распределения яркости по диску звезды. Нормированная на яркость в центре диска звезды функция распределения яркости называется функцией потемнения к краю. Запишем уравнение переноса излучения в непрерывном спектре в тонкой плоскопараллельной атмосфере звезды (Соболев, 1967):

$$\cos \theta \frac{dI_\nu(\theta, \tau_\nu)}{d\tau_\nu} = I_\nu(\theta, \tau_\nu) - S_\nu(\tau_\nu), \quad (84)$$

где θ — угол между нормалью к поверхности звезды и лучом зрения, $I_\nu(\theta, \tau_\nu)$ — интенсивность излучения, зависящая от частоты ν ,

$$\tau_\nu = \int_h^\infty \alpha_\nu dh \quad (85)$$

— оптическая глубина в атмосфере (α_ν — объемный коэффициент поглощения, h — геометрическая глубина точки в атмосфере),

$$S_\nu = \frac{\varepsilon_\nu}{\alpha_\nu} \quad (86)$$

— функция источников (ε_ν — объемный коэффициент излучения). Для простоты мы в уравнении переноса (84) пренебрегли членом, ответственным за рассеяние излучения.

Интегрируя дифференциальное уравнение (84), можно найти интенсивность излучения в атмосфере как функцию θ и τ_ν . Для нас наибольший интерес представляет интенсивность излучения $I_\nu(\theta, 0)$, выходящего из звезды:

$$I_\nu(\theta, 0) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu \sec \theta} \sec \theta d\tau_\nu. \quad (87)$$

Физический смысл этого решения прозрачен: излучение от каждой точки в атмосфере, характеризуемое функцией источников $S_\nu(\tau_\nu)$, ослабляется за счет поглощения в вышележащих слоях, вклад от всех слоев атмосферы суммируется, что и дает интенсивность выходящего излучения. При заданной $S_\nu(\tau_\nu)$ формула (87) определяет

угловую зависимость интенсивности выходящего излучения, т. е. распределение яркости по диску звезды, поскольку в случае сферической звезды угол θ связан с полярным расстоянием ξ точки на диске следующим очевидным соотношением:

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \frac{\xi^2}{r^2}}, \quad (88)$$

где r — радиус звезды.

Вычисление функции источника $S(\tau)$ — отдельная проблема, которая решается путем совместного рассмотрения уравнения переноса и условия лучистого равновесия в атмосфере звезды. Используя уравнение переноса, проинтегрированное по всем частотам, условие лучистого равновесия и предположение о независимости коэффициента поглощения от частоты (серая модель атмосферы), можно получить явные выражения для $S(\tau)$ в приближении Шварцшильда–Шустера, Чандрасекара и т. п. (Подробнее, см. Соболев (1967)). В тонких звездных атмосферах часто с хорошим приближением может применяться предположение о локальном термодинамическом равновесии, когда характеристики газа и поля излучения в данной точке атмосферы определяются локальной температурой, которая меняется от точки к точке. Мы рассмотрим этот практически важный случай. Предположим, что в тонкой атмосфере выполняется условие локального термодинамического равновесия (ЛТР), т. е. параметры атмосферы слабо меняются на длине свободного пробега фотона. В этом случае функция источников равна функции Планка с локальной температурой T :

$$S_\nu(\tau_\nu) = B_\nu[T(\tau_\nu)].$$

Функция Планка — это интенсивность излучения абсолютно черного тела:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (89)$$

где h — постоянная Планка (не путать с глубиной h в атмосфере), k — постоянная Больцмана, c — скорость света в вакууме. Поэтому в ЛТР-приближении интенсивность излучения, выходящего из атмосферы звезды, равна

$$I_\nu(\theta) = \int_0^\infty B_\nu[T(\tau_\nu)] e^{-\tau_\nu \sec \theta} \sec \theta d\tau_\nu. \quad (90)$$

Для того, чтобы вычислить интеграл (90), необходимо знать распределение температуры в атмосфере звезды $T(\tau_\nu)$.

Для нахождения температурного распределения необходимо, наряду с уравнением переноса, использовать условие лучистого равновесия в атмосфере звезды:

$$\int_{4\pi} \int_0^\infty \varepsilon_\nu d\nu d\omega = \int_{4\pi} \int_0^\infty \alpha_\nu I_\nu d\nu d\omega, \quad (91)$$

где $d\omega$ — элемент телесного угла. Условие лучистого равновесия можно также записать в виде

$$\int_{4\pi} \int_0^\infty (\alpha_\nu I_\nu - \varepsilon_\nu) d\nu d\omega = 0. \quad (92)$$

Условие (91) выражает факт стационарности звездной атмосферы, когда полное количество лучистой энергии, поглощенной элементом объема, в точности равно полному количеству энергии, излученной этим объемом. Это и определяет температуру

в данной точке атмосферы. Конвективный перенос энергии и перенос энергии посредством теплопроводности в уравнении (91) не рассматриваются. В большинстве случаев роль этих механизмов переноса энергии в атмосферах обычных, невырожденных звезд, мала. Конвективный перенос энергии существен лишь в нижних слоях фотосфер звезд поздних спектральных классов. Перенос энергии теплопроводностью важен в атмосферах белых карликов.

Проинтегрировав уравнение переноса (84) по всем телесным углам и частотам и используя соотношение (91), получаем хорошо известный результат для тонких звездных атмосфер:

$$\int_{4\pi} \int_0^{\infty} I_{\nu}(\theta) \cos \theta d\nu d\omega = \text{const} = \pi H. \quad (92')$$

То есть интегральный поток излучения в тонкой звездной атмосфере сохраняется постоянным при прохождении через атмосферу.

В случае серой модели атмосферы (коэффициент поглощения α_{ν} не зависит от частоты) совместное решение уравнения переноса, проинтегрированного по всем частотам, и уравнения лучистого равновесия (см., например, Соболев, 1967) дает следующую связь между локальной температурой и оптической глубиной в атмосфере звезды:

$$T^4 = T_e^4 \frac{3}{4} [\tau + q(\tau)], \quad (93)$$

где T_e — эффективная температура звезды, определяемая соотношением

$$\pi H = \sigma T_e^4, \quad (94)$$

$q(\tau)$ — функция Хопфа, которая хорошо известна и затабулирована (Михалас, 1980). Она монотонно меняется от $q(0) = 0,58$ до $q(\infty) = 0,71$.

Приближенное выражение для температурного распределения в серой модели атмосферы может быть записано в виде (Соболев, 1967)

$$T^4 = T_e^4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right). \quad (95)$$

Знание температурного распределения (см. формулы 93, 95) позволяет с использованием (90) вычислить интенсивность выходящего излучения в рамках серой модели атмосферы для любых направлений и частот:

$$I_{\nu}(\theta) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\tau \sec \theta} \sec \theta d\tau}{\exp \frac{h\nu}{kT_e[1/2 + (3/4)\tau]^{1/4}} - 1}. \quad (96)$$

Выражение (96) для интенсивности излучения, выходящего из тонкой, серой атмосферы, в ЛТР-приближении дает нам искомую приближенную функцию распределения яркости по диску звезды и соответствующий закон потемнения к краю для любой частоты ν . В общем виде точный закон потемнения к краю выводится на основе детальной несерой модели атмосферы методом последовательных приближений, с использованием «серого» решения как начального приближения (см., например, Михалас, 1980, Сахибуллин, 1997).

Принято аппроксимировать функцию распределения яркости по диску звезды (см., например, (96)) законом, линейным по $\cos \theta$:

$$I(\theta) = I(0)(1 - x + x \cos \theta), \quad (97)$$

где $I(0)$ — яркость в центре диска.