

МЕЖДУНАРОДНАЯ
ОЛИМПИАДА «ТУЙМААДА»



А. В. Чудновский, Ю. М. Григорьев,
В. М. Муравьев, В. Ф. Потапов

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Чудновский А. В., Григорьев Ю. М.,
Муравьев В. М., Потапов В. Ф.

Теоретические задачи по физике
Международная олимпиада «Туймаада»
1994-2012

Издание второе — исправленное и дополненное

Под общей редакцией Чудновского А. В.

Допущено УМО по классическому университетскому образованию РФ
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению подготовки 011200 (физика)

Москва
Издательство МЦНМО
2013 год

УДК 53 (023)
ББК 22.3я721+74.262.22
Ч84

Учебное издание

Ч84 Чудновский А. В., Григорьев Ю. М., Муравьев В. М., Потапов В. Ф. Теоретические задачи по физике. Международная олимпиада «Туймаада». 1994-2012: Под ред. Чудновского А. В. — М.: МЦНМО, 2013. — 262 с.: ил.
ISBN 978-5-4439-0316-3

Данная книга является одновременно сборником олимпиадных задач и учебным пособием по решению особо сложных школьных задач по физике. В сборник вошли задачи, предлагавшиеся на теоретических турах старшей и младшей лиг международной олимпиады «Туймаада» по физике за всё время её существования. Для удобства пользования книгой все задачи распределены по разделам физики, а наиболее трудные задачи отмечены звёздочкой. Абсолютно ко всем задачам даются подробные решения, а к некоторым — ещё и критерии, применявшиеся жюри при оценке работ участников. Особое внимание уделяется последовательности рассуждений в ходе решения, обоснованности используемых утверждений, возможности решения различными методами и анализу полученных результатов. В ряде случаев отдельно обсуждаются типичные ошибки и причины их возникновения. Некоторые задачи позволяют соприкоснуться с важными вопросами современной физики.

Первое издание книги вышло в 2007 году под названием «Олимпиадные задачи по физике. Международная олимпиада «Туймаада»» (авторы Григорьев Ю. М., Муравьев В. М., Потапов В. Ф.). Второе издание книги рекомендовано в 2012 году учебно-методическим советом и учёным советом ФГАОУ ВПО «Северо-восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова».

ББК 22.3я721+74.262.22

ISBN 978-5-4439-0316-3

© Московский центр непрерывного
математического образования, 2013

© Чудновский А. В., Григорьев Ю. М.,
Муравьев В. М., Потапов В. Ф., 2013

*Чудновский Александр Витальевич, Григорьев Юрий Михайлович,
Муравьев Вячеслав Михайлович, Потапов Виктор Филиппович*

Теоретические задачи по физике. Международная олимпиада «Туймаада». 1994-2012

Подготовка иллюстраций: Чудновский А. В., Муравьев В. М.

Подписано к печати 11.06.2013. Формат 60 × 90¹/16. Печать офсетная.
Объём 16,4 печатных листов. Тираж 2500 экз.

Издательство Московского центра непрерывного математического образования.

119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11.

Тел. (495)241-05-00, (495)241-12-37. <http://www.mccme.ru>

Отпечатано в ППП «Типография «Наука»».

121099, г. Москва, Шубинский пер., д. 6.

Вступительное слово министра образования Якутии

Дорогие друзья!

Перед вами книга, содержащая задачи международной олимпиады «Туймаада», которую проводят с 1994 года в Республике Саха (Якутия) по физике, математике, информатике и химии.

За эти 20 лет расширилась география участников олимпиады: охотно сражаются в интеллектуальном бою обучающиеся из более 20 субъектов Российской Федерации, из стран ближнего и дальнего зарубежья — Румынии, Казахстана, Китая, Монголии, Франции, Южной Кореи, США, Таиланда, Бельгии, Турции, Германии, Болгарии, Мексики, Азербайджана, Кыргызстана.

Как признаются участники олимпиады, их участие в Туймааде обусловлено трудностью и интересностью представляемых задач, объективностью оценки выполненных заданий. И это не случайно, так как задания составляются и проверяются ведущими специалистами в своих областях, среди которых доктора и кандидаты наук, члены жюри Всероссийской олимпиады школьников, учителя-практики Республики Саха (Якутия) и других регионов Российской Федерации, аспиранты и студенты.

Я надеюсь, что решение задач, представленных в сборнике, поможет юным талантам отточить логику и пространственное мышление, станет составляющей их культуры и залогом ориентации в современном высокотехнологичном мире.

Министр образования
Республики Саха (Якутия)



Владимиров А. С.

Предисловие

Данная книга является одновременно сборником олимпиадных задач и учебным пособием по решению особо сложных школьных задач по физике. В сборник вошли задачи, предлагавшиеся на теоретических турах старшей и младшей лиг международной олимпиады «Туймаада» по физике за всё время её существования. Для удобства пользования книгой все задачи распределены по разделам физики, а наиболее трудные задачи отмечены звёздочкой. Абсолютно ко всем задачам даются подробные решения, а к некоторым — ещё и критерии, применявшиеся жюри при оценке работ участников. Особое внимание уделяется последовательности рассуждений в ходе решения, обоснованности используемых утверждений, возможности решения различными методами и анализу полученных результатов. В ряде случаев отдельно обсуждаются типичные ошибки и причины их возникновения. Некоторые задачи позволяют соприкоснуться с важными вопросами современной физики.

Разбор олимпиадных задач является хорошей методикой глубокого изучения физики и подготовки как к участию в школьных олимпиадах, так и к поступлению и учёбе в вузах с повышенными требованиями к знаниям по физике. Работать с пособием можно как индивидуально, так и в группах под руководством учителя физики. В любом случае сначала следует попытаться решить задачу самостоятельно (пусть даже частично, если задача содержит несколько отдельных заданий), и только после неоднократных попыток найти решение или для проверки полученного ответа следует прочитать решение, приведённое во второй части книги. Для повышения эффективности самостоятельной работы решения задач специально структурированы так, чтобы их можно было использовать как поэтапные подсказки, придерживаясь следующего алгоритма на каждом этапе решения: прочитать указание на применение физического закона, самостоятельно записать соответствующую формулу, сделать вывод, сравнить промежуточный результат.

Поскольку на сегодняшний день основное внимание в большинстве школ уделяется единому государственному экзамену (ЕГЭ), сразу отметим, что данный сборник ни в коей мере не является пособием для подготовки к ЕГЭ, а предназначен для тех, кто уже легко решает ЕГЭ и хочет разобраться в предмете существенно глубже.

Представленные задачи формально не выходят за рамки углублённой школьной программы, однако для их успешного решения помимо фактических знаний требуются также ясное понимание сути анализируемых процессов, физические интуиция и смекалка, упорство и уверенное владение техникой математических преобразований, то есть всё то, что делает задачу олимпиадной и что обязательно присутствует в творческой и научной работе. Именно это родство позволяет считать участие в олимпиадах первым шагом в современную науку. Поиск и отбор талантливой молодёжи, развитие её творческих способностей и влечения к физике неразрывно связаны с подготовкой науч-

ных кадров и являются важной государственной задачей, с успехом решаемой с конца 1960-х годов системой предметных олимпиад, у истоков которой стояли такие известные научные деятели, как Капица П. Л., Кикоин И. К., Колмогоров А. Н., Слободецкий И. Ш.

Якутия одной из первых активно включилась во всесоюзное, а затем во все-российское олимпиадное движение и уже имела значительную интеллектуальную базу, когда в 1994 году по инициативе Министерства образования Республики Саха (Якутии) была организована олимпиада «Туймаада» по физике, математике, информатике и химии. Своим названием олимпиада обязана месту проведения — живописной долине Туймаада. С тех пор олимпиада ежегодно проводится на базе Якутского государственного университета (позже преобразованного в Северо-восточный федеральный университет) им. М. К. Аммосова и физико-математического форума «Ленский край» при финансовой и организационной поддержке руководства республики.

За всё время существования олимпиады «Туймаада» в ней приняли участие более 2000 школьников из России и 15 стран ближнего и дальнего зарубежья, поэтому сейчас уже легко говорить, что эксперимент удался, а тогда всё это было ново и имело элемент риска. Замечательно, что многие организационные достижения и методические находки получили дальнейшее развитие в других регионах России и за рубежом. «Туймаада» была по сути первой летней предметной школой в «лихие девяностые», и её опыт был затем неоднократно востребован при организации аналогичных мероприятий, а в 1999 году вылился в создание физико-математического форума «Ленский край», на базе которого сейчас работает круглогодичная физическая школа. С 2000 года стала проводиться младшая лига олимпиады «Туймаада», которая предвосхитила Международную юниорскую олимпиаду по естественным наукам, впервые состоявшуюся в 2004 году в Индонезии. А в 2005 году в Казахстане на основе якутского опыта была организована Международная Жаутыковская олимпиада по физике и математике, причём первым абсолютным чемпионом в старшей группе стал двукратный дипломант олимпиады «Туймаада» Иванов Виктор Анатольевич из Якутска (ныне выпускник МФТИ).

Международный статус олимпиада «Туймаада» получила благодаря активному интересу к ней со стороны зарубежных школьников: в разные годы на олимпиаде были представлены Румыния, Болгария, Франция, Бельгия, Германия, Турция, Китай, Монголия, Южная Корея, Таиланд, США, Мексика, Казахстан, Азербайджан, Кыргызстан. Команды Румынии в первые годы явно лидировали, но руководители команд не зазнавались и приезжали каждый год, за что оргкомитет им искренне благодарен. С 2004 года в олимпиаде участвует и регулярно занимает призовые места вторая сборная России, формирующаяся из победителей 10–11 классов Всероссийской олимпиады по результатам нескольких сборов. Команда Казахстана стабильно показывает достойные результаты и лидирует по числу одновременно выставленных участников среди зарубежных команд. Результаты олимпиады «Туймаада» официально призна-

ются и учитываются в Румынии и Казахстане при поступлении школьников в вузы, а в Казахстане даже являются основанием для получения государственного гранта на обучение в рамках национального проекта «Интеллектуальная нация 2020». Стоит отметить, что участники из Казахстана стали показывать высокие результаты на многих олимпиадах, например, в 2011 году в Таиланде они даже обошли в неофициальном командном зачёте сборную России на Международной физической олимпиаде. Эти успехи несомненно являются следствием государственной программы поддержки и развития одарённых детей и молодёжи Казахстана.

В конце книги приведены полные списки дипломантов и членов жюри всех прошедших олимпиад, а здесь хотелось бы отдельно упомянуть тех, кто приложил больше всего усилий к тому, чтобы олимпиада «Туймаада» проходила каждый год на всё более высоком уровне. Первым председателем жюри созданной в 1994 году летней школы стал к. х. н. Попов Ким Филиппович, а его дело продолжили в 1995–1996 годах — к. ф.-м. н. Семёнов Семён Семёнович, в 1997–2001 годах — к. ф.-м. н. Сыромятников Валерий Гаврильевич, в 2002–2009 годах — д. ф.-м. н. Григорьев Юрий Михайлович, с 2010 года по настоящее время — к. ф.-м. н. Сивцев Василий Иванович. В 2002 году новый председатель жюри Григорьев Ю. М., который с тех пор и по настоящее время отвечает за подготовку задач, принял важное решение, повысившее статус олимпиады: пригласил для составления комплекта задач независимых специалистов, которыми стали представители Московского физико-технического института (МФТИ). Так олимпиада «Туймаада» унаследовала лучшие достижения Всероссийских олимпиад и получила новый импульс в развитии, а фактическими председателями методической комиссии олимпиады оказались победители Международных физических олимпиад разных лет: в 2002–2003 годах — студенты МФТИ Вавилов Виталий Викторович и Алфёров Роман Фёдорович, которых в шутку называли «наши нобелевские лауреаты», в 2004–2006 годах — студент МФТИ Муравьёв Вячеслав Михайлович, с 2007 года по настоящее время — выпускник МФТИ Чудновский Александр Витальевич. Вместе с внедрением новых идей очень важно сохранение лучших традиций, и эта преемственность, чем-то напоминающая цепную реакцию, обеспечивается победителями и призёрами олимпиады «Туймаада», возвращающимися позже в качестве членов жюри и наставников для нового поколения участников. Так многократные дипломанты 2000–2003 годов и члены сборной России 2003 года Татаринцов Айсен Петрович и Мохначевский Александр Николаевич уже успели подготовить новую смену, и их воспитанники Харбанов Михаил Владимирович, Григорьев Тимур Юрьевич, Иванов Виктор Анатольевич, Попов Айсен Васильевич, Сивцев Пётр Васильевич, Сидоров Степан Сергеевич получили дипломы различных степеней в 2004–2007 годах и стали студентами МФТИ и других московских вузов.

Авторами представленных в книге задач являются: Александров Д. А. (1), Алфёров Р. Ф. (1), Бочкарёв Р. Н. (3), Вавилов В. В. (2), *Варла-*

мов С. Д. (10), Григорьев Ю. М. (1), **Гуденко А. В. (11)**, Данилин В. А. (1), Дзябура Е. С. (1), Егоров М. В. (1), Ефимов В. В. (2), Имамбеков А. О. (1), Иголевич И. А. (1), Карабалин П. И. (1), Козел С. М. (3), Лесничий Я. В. (1), Любшин Д. С. (1), Манаков А. И. (1), Мохначевский А. Н. (1), Муксунов И. Х. (1), **Муравьев В. М. (17)**, Петров З. Е. (1), Попов К. Ф. (1), Потапов В. Ф. (1), Рындин М. Г. (1), Саввинова Н. А. (1), Селюк Б. В. (1), Семёнов С. С. (1), Сивцев В. И. (1), Ситников М. Г. (1), Соловьёв Т. Н. (1), Соловьёва Н. М. (1), Сыромятников В. Г. (3), Тарнопольский Г. М. (1), Татаринов А. П. (1), Трубачёв А. М. (1), Улиу Ф. (2), **Чудновский А. В. (18)**, Шелест В. И. (1), **Фольклор (39)**. В скобках после инициалов каждого автора указано количество его задач, вошедших в книгу. Особо выделены фамилии постоянных авторов, которые регулярно предлагают свои задачи и тем самым обеспечивают преемственность и задают уровень олимпиады. Некоторые задачи являются результатом коллективного труда, поэтому внимательный читатель может заметить, что сумма количеств задач всех авторов больше общего числа представленных в книге задач. К «фольклору» отнесены задачи первых олимпиад, на которых сведения об авторах задач ещё не указывались. Задачи Международной олимпиады «Туймаада» высоко ценятся экспертами, так что их можно найти в таких уважаемых журналах для учащихся, как «Квант», «Потенциал», «Физика в школе». Кроме того, эти задачи используются на подготовительных сборах команды России и в различных олимпиадах МФТИ для школьников.

Пользуясь случаем, авторы данной книги хотели бы выразить благодарность тем, кто активно содействует проведению олимпиады, но чей труд часто остаётся в тени: Гуденко Алексей Викторович, Рындин Максим Геннадьевич, Потапов Виктор Филиппович, Ларионов Александр Валерьевич и Неустроев Ефим Петрович в течение ряда лет готовят оборудование для экспериментальных туров, Павлова Эльвира Николаевна участвовала со стороны министерства образования Якутии в организации полутора десятков олимпиад и обеспечивала домашний уют всем гостям мероприятия, а наша бессменная переводчица Кулагина Алёна Олеговна помогает находить общий язык с участниками из разных стран. При подготовке нынешнего издания Варламов Сергей Дмитриевич и Улиу Флоря дали ряд ценных замечаний и предложений, за что мы им очень признательны.

Авторы пособия проводят индивидуальные и групповые занятия по подготовке старшеклассников ко всероссийским и международным олимпиадам по физике, а также к различным выпускным и вступительным экзаменам. Учащиеся, готовые попробовать свои силы, могут связаться с авторами:

- в Москве — Чудновский Александр Витальевич, репетитор по физике, математике и информатике, 8 (926) 583-51-86, a_v_ch@mail.ru;
- в Якутске — Потапов Виктор Филиппович, учитель физики Республиканского лицея-интерната (ул. Кулаковского, д. 42), vikfil2005@yandex.ru.

Условия задач. Механика

Задача 1. Шарик и стержень (1995 год)

В одной точке на потолке находятся точка подвеса маленького шарика массой m на нити длиной L и шарнирное крепление однородного стержня массой M и длиной L .

1. От висящего в покое стержня шарик отводят в сторону так, что нить остаётся натянутой, а сам шарик поднимается на высоту S_1 относительно нижнего положения, и отпускают без толчка. На какие высоты h_1 и H_1 поднимутся соответственно шарик и конец стержня после удара?

2. От висящего в покое шарика стержень отводят в сторону так, что его конец поднимается на высоту S_2 относительно нижнего положения, и отпускают без толчка. На какие высоты h_2 и H_2 поднимутся соответственно шарик и конец стержня после удара?

Движение системы происходит в одной вертикальной плоскости. Шарик и стержень ударяются абсолютно неупруго, то есть сразу после удара останавливаются друг относительно друга, но не слипаются.

Задача 2. За пределами третьей космической скорости (1995 год)

Стартовавший с Земли небольшой космический корабль сразу после выхода из атмосферы имел скорость v_0 относительно Земли и далее летел с выключенными двигателями. Скорость v_0 превышает третью космическую и направлена в ту же сторону, что и орбитальная скорость Земли относительно Солнца. Какую скорость v относительно Солнца будет иметь корабль на большом расстоянии от Солнечной системы? Известны масса Земли m , масса Солнца M , радиус Земли r , радиус орбиты Земли R , гравитационная постоянная γ .

Примечание. Уточнение «относительно Земли (или Солнца)» в данной задаче означает «в инерциальной системе отсчёта, в которой центр Земли (или Солнца) покоится в рассматриваемый момент времени».

Задача 3. Планета (1996 год)

Определите ускорение свободного падения g на некоторой планете по результатам следующих экспериментов с математическим маятником длиной $L = 3$ м. Если при плоских колебаниях маятника его максимальный угол отклонения от вертикали равен некоторому значению α , то максимальная сила натяжения нити отличается от минимальной в $k = 4$ раза. Если при вращении маятника вокруг вертикальной оси, проходящей через точку подвеса, нить образует с вертикалью такой же угол α , то период вращения $T = 4,0$ с.

Задача 4. Космический корабль (1996 год)

Космический корабль летел издалека с выключенными двигателями по направлению к астероиду, расположенному на большом расстоянии от всех других космических тел. Пролетев вблизи астероида, корабль потерял $k = 40\%$ своей скорости и отклонился от первоначального направления движения на угол $\varphi = 120^\circ$ в инерциальной системе отсчёта, в которой астероид изначально покоился. Найдите отношение массы M астероида к массе m корабля.

Задача 5. Сосуд (1996 год)

На шероховатой поверхности стола покоится пустой сосуд массой M и площадью основания S . В боковой стенке у самого дна сосуда имеется закрытое пробкой небольшое отверстие сечением σ . Когда в сосуд налили воду до уровня H , пробка выскользнула и сосуд пришёл в движение с ускорением a . Оцените коэффициент трения μ между дном сосуда и поверхностью стола. При каких коэффициентах трения μ_0 сосуд остался бы на месте после выскальзывания пробки? Плотность воды ρ известна. Вязкость воды и различие между коэффициентами трения покоя и скольжения не учитывайте.

Задача 6. Эхолот (1997 год)

На корабле, отплывающем от крутого берега, время от времени измеряют глубину моря. На расстоянии $L_1 = 100$ м от берега глубина моря оказалась $h_1 = 150$ м, на удалении $L_2 = 140$ м зафиксирована глубина $h_2 = 200$ м, на расстоянии $L_3 = 210$ м от берега эхолот зарегистрировал два отражённых сигнала. Один из них соответствует глубине $h_3 = 300$ м, а другой $h_4 = 400$ м. Было высказано предположение, что второй сигнал обусловлен изменением знака наклона морского дна. Из этого предположения определите, каков угол подъёма морского дна далее по курсу корабля.

При измерении глубины с корабля посылается направленная акустическая волна вертикально вниз. При взаимодействии со дном волна изотропно отражается во все стороны. На корабле регистрируется отражённый сигнал.

При решении задачи могут понадобиться некоторые свойства эллипса. Напомним их. Сумма расстояний от любой точки эллипса до его фокусов — постоянная величина, равная длине его большей оси. Малая полуось эллипса $b = \sqrt{a^2 - c^2}$, где a — большая полуось, а c — расстояние от фокусов эллипса до его центра. Уравнение эллипса имеет вид

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где начало декартовой системы координат расположено в центре эллипса, ось x направлена вдоль большей оси, а y — вдоль малой. Нормаль к эллипсу в точке является биссектрисой угла между прямыми, соединяющими эту точку с фокусами эллипса.

Задача 7. Два груза (1997 год)

Два одинаковых груза могут скользить вдоль длинного вертикального стержня, укрепленного на полу. Сила трения грузов о стержень F постоянна и много меньше силы тяжести грузов. Верхний груз со скоростью v ударяет нижний груз, который покоился на высоте H от пола. Удары грузов друг о друга и об пол абсолютно упругие. Через какое время t_f движение грузов прекратится?

Задача 8. Кирпичи (1997 год)

Кирпичи кладут друг на друга так, как показано на рис. 1. Каждый более высокий кирпич сдвигают на максимальную величину, не нарушающую равновесия. Какое надо взять число кирпичей и на какие величины сдвинуть их друг относительно друга, чтобы верхний кирпич оказался смещённым по отношению к нижнему на длину кирпича a ?

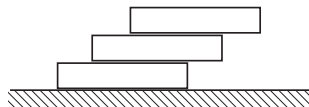


Рис. 1

Задача 9. Два бруска (1998 год)

Два бруска массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г соединены пружиной, сжатой на величину $\Delta L = 2$ см, и связаны нитью (рис. 2). Бруски покоятся на гладкой горизонтальной поверхности, а брусок m_1 касается вертикальной стены. На какую максимальную величину x растянется пружина, если пережечь нить?

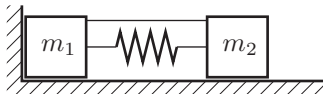


Рис. 2

Задача 10. Пробирка (1998 год)

Цилиндрическая пробирка массой m и поперечным сечением S плавает в жидкости плотностью ρ . Вертикальное положение равновесия пробирки является устойчивым за счёт утяжелённого дна. Пробирку смещают вниз на x_0 от положения равновесия и придают начальную скорость v_0 вниз ($v_0 > 0$). Найдите зависимость вертикальной координаты x от времени t при последующем движении пробирки. Пробирка не касается дна сосуда, не погружается в жидкость целиком и не выпрыгивает из жидкости. Явления вязкого трения и присоединённой массы не учитывайте, то есть считайте, что жидкость невязкая, а значение m дано уже с учётом присоединённой массы жидкости.

Задача 11. Камень (1999 год)

С вертикальной скалы высотой H брошен горизонтально со скоростью v_0 камень массой m . Спустя некоторое время он стал двигаться с постоянной скоростью. Считая, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости ($\vec{F} = -k\vec{v}$), найти:

- 1) расстояние L по горизонтали, на которое камень удалится от скалы в момент падения;
- 2) время τ движения камня.

Задача 12. Катушка (1999 год)

На цилиндрическую катушку радиусом R намотана тонкая нерастяжимая однородная нить линейной плотностью ρ и длиной L . Катушка имеет момент инерции I относительно своей оси симметрии, расположенной горизонтально, и может вращаться вокруг этой оси без трения. В начальный момент катушка покоилась, а длина свисающей части нити была пренебрежимо мала. Найдите зависимость ускорения a и скорости v свисающей части нити от её длины x в процессе дальнейшего движения. Ускорение свободного падения g известно. Считайте, что намотанная часть нити плотно прилегает к катушке в течение всего рассматриваемого движения.

Задача 13. Обруч (2000 год)

На столе вертикально стоит невесомый обруч, в верхней точке которого жёстко закреплён небольшой массивный груз массой m . Радиус обруча R , коэффициент трения о стол равен μ . От очень слабого толчка обруч приходит в движение в своей плоскости. Какую скорость $v_{\max}$ приобретёт центр обруча к тому моменту, как обруч перестанет катиться без проскальзывания?

Задача 14. Маятник Максвелла (2000 год)

Маятник Максвелла представляет собой маховик массой m и радиусом R , жёстко закреплённый посередине лёгкого тонкого стержня радиусом r , подвешенного к горизонтальному потолку на двух одинаковых нерастяжимых нитях, привязанных к стержню по разные стороны от маховика. Вращая маховик вокруг оси симметрии, нить намотали на стержень так, что маятник поднялся на высоту H , сохраняя горизонтальное положение оси. Найдите суммарную силу F натяжения нитей в момент прохождения отпущенным без начальной скорости маятником нижней точки своей траектории. Всю массу маятника считайте сосредоточенной в ободу маховика. Заданные величины удовлетворяют условиям $r \ll R \ll H$.

Задача 15. Бочка (2001 год)

Бочку с песком равномерно катят вдоль горизонтальной прямой, наклонив на угол α к горизонту. Радиус дна бочки равен R . В дне на расстоянии r от его центра имеется отверстие, через которое песок равномерно высыпается. Получите уравнение, описывающее след, оставляемый высыпавшимся песком. Нарисуйте этот след за один оборот. Укажите координаты его характерных точек, в том числе координаты центра масс.

Задача 16. Канал (2001 год)

На гладком горизонтальном столе покоится брусок массой M . В бруске проточен сквозной криволинейный канал. Все изгибы канала плавные, а стенки — гладкие. Маленький шарик массой m влетает с горизонтальной скоростью v_0 в отверстие канала с одной стороны и вылетает с другой. Все удары шарика о стенки канала абсолютно упругие. Векторы скоростей шарика в точках входа и выхода шарика из канала сонаправлены, а сами указанные точки находятся на одинаковой высоте. Во время движения шарика в канале брусок не подпрыгивает, а после вылета шарика из канала брусок не вращается. С какой скоростью u будет двигаться брусок после вылета шарика?

Задача 17. Автомобиль (2001 год)

Пилот гоночного автомобиля, движущегося со скоростью v_0 , увидел впереди длинную стену поперёк дороги. Чтобы избежать столкновения, он может или резко затормозить, или просто свернуть в сторону, или свернуть в сторону, одновременно тормозя задними колёсами. Какой из этих способов эффективнее, то есть позволит избежать столкновения с наиболее близко расположенной преградой? Коэффициент трения колёс о дорогу равен μ .

Задача 18. Упругий жгут (2001 год)

Шарик массой M прикреплен к концу упругого жгута массой m , длина которого в недеформированном состоянии равна L_0 . Жгут с шариком вращается в горизонтальной плоскости вокруг оси, проходящей через другой конец жгута. Шарик скользит по гладкой поверхности, жгут не провисает. Как зависит расстояние от шарика до оси вращения L от угловой скорости ω ? При растяжении жгута изменением его сечения S можно пренебречь. Жгут подчиняется закону Гука при любых деформациях. Модуль Юнга равен E .

Задача 19. Две частицы (2002 год)

Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести $\vec{g}$. Их начальные скорости равны по модулю v_0 и лежат в одной вертикальной плоскости. Угол наклона вектора одной из скоростей к горизонту равен α , а другой 2α . В какой момент времени τ от начала движения скорости частиц окажутся сонаправленными? Сопротивлением движению пренебречь.

Задача 20. Плоское движение (2002 год)

В задаче исследуется плоское движение абсолютно твёрдого тела. Точки A , B , C и D принадлежат этому телу (рис. 3).

1. Задана скорость $\vec{v}$ точки A . Она изображена на рис. 3 в указанном там масштабе. Найдите скорость $\vec{v}_C$ точки C , если скорость точки B направлена вдоль пунктирной прямой, изображённой на рисунке.

2. Скорость точки A такая же, как и в первом пункте. Найдите скорость $\vec{v}_C$, если модуль скорости точки B равен $1,0$ м/с.

3. Скорость точки A такая же, как и в первых пунктах. Найдите скорость $\vec{v}_D$ точки D , если скорости точек B и C одинаковы по модулю.

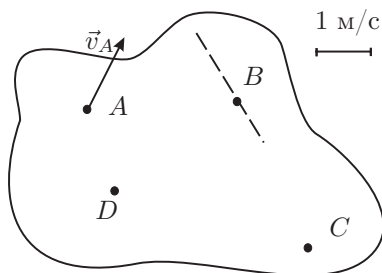


Рис. 3

Задача 21. Камни (2002 год)

Из точки, расположенной на высоте $H = 5$ м над краем обрыва, под углом α к горизонту в сторону обрыва бросили со скоростью $v_0 = 10,0$ м/с камень. С какой минимальной скоростью v и под каким углом β к горизонту следует в тот же момент бросить с поверхности земли камень вдогонку первому из точки, удалённой от края обрыва на расстояние $L = 10$ м, чтобы камни столкнулись? Рассмотреть случаи $\alpha = 0^\circ$ и $\alpha = 60^\circ$.

Задача 22. Пластина (2002 год)

В широкий сосуд с водой опускают вертикально прямоугольную пластину шириной L так, чтобы её конец коснулся поверхности жидкости. Пластина смачивается водой. Угол смачивания равен θ . Коэффициент поверхностного натяжения σ . Плотность воды ρ .

1. Найдите силу взаимодействия пластины с водой.
2. На какую высоту h поднимется жидкость у самой поверхности пластины относительно уровня воды в сосуде?
3. Получите уравнение $y = y(x)$, связывающее высоту y поднятия воды в точке, удалённой от пластины на величину x .

Напомним, что искривлённая поверхность жидкости, подобно упругой оболочке надувного шарика, оказывает в сторону вогнутости давление

$$p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 — наименьший и наибольший радиусы кривизны поверхности. Для сечения поверхности, описываемого уравнением $y = y(x)$ (то есть графика функции $y = y(x)$), радиус кривизны находится по формуле

$$R = \frac{(1 + (y')^2)^{3/2}}{y''}.$$

Задача 23. На планете Туй (2003 год)

На планете Туй растёт дерево Маа, семенами которого питается животное Да. Особенность дерева Маа состоит в том, что при созревании его плоды лопаются и выбрасывают семена по всем направлениям со скоростью v_0 . Животное в процессе эволюции выработало следующий способ добывания пищи: оно сидит на расстоянии L от дерева и, дождавшись, когда плод, находящийся на высоте H , лопнет, в тот же момент выбрасывает со скоростью v язык, который состоит из тонкой лёгкой нити и находящегося на её конце тяжёлого шарика. Из шарика в определённый момент во все стороны выбрасываются липкие щупальца, которые мгновенно ловят все семена, находящиеся от центра шарика на расстоянии, меньшем длины щупальца. Найдите минимальную длину щупалец, достаточную для того, чтобы животное захватывало все семена. Под каким углом к горизонту должно животное выбрасывать язык и какое устанавливать время задержки между выбрасыванием языка и распусканием щупалец, чтобы достаточная длина щупалец была минимальной? Считать, что во время полёта шарика нить на него не действует. Ускорение свободного падения на поверхности планеты Туй равно g . Полёту семян не препятствуют ни сопротивление атмосферы, ни ветви дерева.

Задача 24. Конус (2003 год)

Конус высотой H и радиусом основания R полностью погружён в жидкость плотностью ρ . При этом центр основания конуса находится на глубине L , а его ось составляет с поверхностью жидкости угол α (рис. 4). Давление газа над жидкостью равно P_0 . Ускорение свободного падения g известно. Найдите силу F , действующую со стороны жидкости на боковую поверхность конуса.

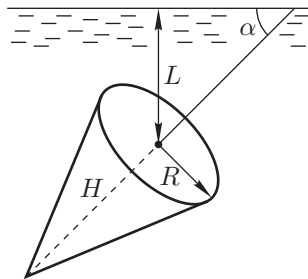


Рис. 4

Задача 25. Проволочная скобка (2003 год)

Лёгкая нерастяжимая нить длиной $2L = 2$ м удерживается за её концы так, что они находятся на одной высоте рядом друг с другом. На нити висит проволочная скобка в виде перевёрнутой буквы U. Масса скобки m равна 1 грамму. Нить выдерживает максимальную растягивающую силу $F = 5$ Н ($F \gg mg$). Концы нити начинают перемещать в противоположных горизонтальных направлениях с одинаковыми скоростями $v = 1$ м/с. В какой-то момент нить не выдерживает и рвётся. На какую максимальную высоту от своего положения в момент разрыва нити взлетит скобка? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 26. Цунами (2003 год)

В данной задаче исследуются некоторые особенности распространения волн в жидкостях.

1. На поверхности океанов иногда наблюдаются гигантские волны — цунами. Найдите скорость таких волн, предполагая, что длина волны много больше глубины океана h . При этом условии в волновое движение вовлекаются все частицы воды, в противном случае только те частицы, которые находятся в поверхностном слое толщиной порядка длины волны.
2. Вблизи прямолинейного участка берега моря на расстоянии L от него произошёл взрыв. Считая, что дно моря слабо отличается от наклонной плоскости, найдите длину участка берега, до которого дойдут волны, порождённые взрывом. Считать, что глубина моря в месте взрыва достаточно мала.

Задача 27. Отскок вращающейся шайбы (2004 год)

По горизонтальной ледяной поверхности со скоростью v_0 скользит без трения маленькая цилиндрическая шайба радиусом R , вращаясь при этом вокруг оси симметрии с угловой скоростью ω_0 , и налетает на вертикальную стенку под углом φ (рис. 5). Коэффициент трения шайбы о стенку равен μ . Потерями энергии, связанными с деформацией шайбы и стенки при ударе, пренебречь. Определите, с какими скоростями v и ω и под каким углом ψ (рис. 5) шайба отскочит от стенки, если $\omega_0 > 4\mu v_0 \cos \varphi / R$. При каких значениях коэффициента трения μ шайба отскочит в обратном направлении, перестанет вращаться?

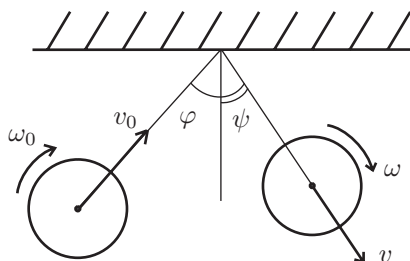


Рис. 5

Содержание

Вступительное слово министра образования Якутии	3
Предисловие	4
Условия задач. Механика	8
Условия задач. Термодинамика	28
Условия задач. Электричество	40
Условия задач. Оптика	57
Решения задач. Механика	62
Решения задач. Термодинамика	141
Решения задач. Электричество	176
Решения задач. Оптика	230
Список членов жюри всех прошедших олимпиад	251
Список дипломантов всех прошедших олимпиад	254