ВУЗ

студентам учреждений высшего образования

Н.И. Горбач

Теоретическая механика

Динамика

Н.И. Горбач

Теоретическая механика

Динамика

Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений
по техническим специальностям

2-е издание, исправленное

Минск
«Вышэйшая школа»
2012

УДК 531.3(075.8)
ББК 22.213я73
Г67

Рецензенты: кафедра теоретической механики Белорусского государственного технологического университета (заведующий кафедрой доктор физико-математических наук, профессор *В.С. Вихренко*); доктор технических наук, профессор *В.М. Сурин*

Горбач, Н. И.

Г67 Теоретическая механика. Динамика : учеб. пособие / Н. И. Горбач. – 2-е изд., испр. – Минск : Выш. шк., 2012. – 320 с. : ил.

ISBN 978-985-06-2197-9.

Рассматриваются вопросы, касающиеся динамики материальной точки, геометрии масс, общих теорем динамики, динамики твердого тела, аналитической механики, теории колебаний материальной точки и механической системы и теории удара. Четкость формулировок законов, теорем и принципов механики и их доказательств, тщательно подобранные примеры и рисунки позволяют глубже уяснить сущность теоретических положений и формул.

Первое издание вышло в 2010 г.

Для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям. Будет полезно учащимся учреждений среднего специального образования.

УДК 531.3(075.8)
ББК 22.213я73

ISBN 978-985-06-2197-9

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов, изучающих теоретическую механику по полной программе обучения в учреждениях высшего образования по техническим специальностям.

От существующих учебников и учебных пособий по теоретической механике данное издание отличается более рациональным с методической точки зрения расположением материала, простотой и доступностью его изложения. Большое внимание уделено четкости формулировок основных понятий, теорем и принципов механики и их доказательству. Тщательно подобранные простые примеры позволяют глубже уяснить сущность теоретических положений и методику решения задач. В учебном пособии приведено более 180 рисунков, что позволяет наглядно проиллюстрировать теоретический материал и решение задач.

Выражаю глубокую благодарность рецензентам: заведующему кафедрой теоретической механики Белорусского государственного технического университета доктору физико-математических наук, профессору В.С. Вихренко, доктору технических наук, профессору Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники В.М. Сурину и доценту кафедры теоретической механики Белорусского национального технического университета Г.И. Беляевой за ценные замечания, которые позволили в значительной степени улучшить содержание книги, а также сотруднице кафедры теоретической механики Белорусского национального технического университета А.Р. Трухильо-Липской за большую и добросовестную работу по подготовке к изданию данного пособия.

Первое издание вышло в УП «Издательство “Вышэйшая школа”» в 2010 г.

Автор

ВВЕДЕНИЕ В ДИНАМИКУ

Динамика – раздел теоретической механики, в котором изучается движение материальных тел и точек под действием приложенных сил.

Материальное тело – тело, имеющее массу.

Материальная точка – материальное тело, различие в движении точек которого является несущественным. Это может быть как тело, размерами которого при его движении можно пренебречь, так и тело конечных размеров, если оно движется поступательно. Материальными точками называют также и бесконечно малые частицы, на которые мысленно разбивается твердое тело при определении отдельных его динамических характеристик. Примеры материальных точек (рис. 1): *а* – Земля при движении вокруг Солнца; *б* – твердое тело при поступательном движении, так как $\bar{V}_B = \bar{V}_A$; $\bar{a}_B = \bar{a}_A$; *в* – частица тела при вращении его вокруг оси.

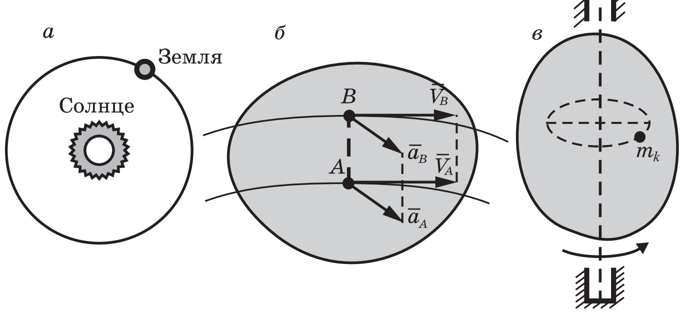

Рис. 1

Масса тела – это скалярная положительная величина, зависящая от количества вещества, содержащегося в данном теле.

В классической механике масса тела является постоянной величиной, не зависящей от скорости его движения. Однако есть тела, масса которых при движении может изменяться вследствие присоединения или отбрасывания материальных частиц, так называемые тела переменной массы.

Сила – количественная мера механического взаимодействия между телами или между телом (точкой) и полем (электрическим, магнитным и т.д.). Сила – векторная величина, характеризующаяся модулем, точкой приложения и направлением (линией действия) (рис. 2: A – точка приложения, AB – линия действия силы).

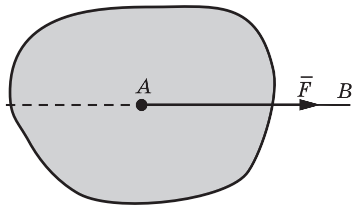

Рис. 2

В динамике наряду с постоянными силами рассматриваются и переменные, которые могут зависеть от времени t, скорости $\overline{V}$, положения в пространстве, определяемого радиус-вектором $\overline{r}$, или от совокупности этих величин, т.е.

$$\left\| \begin{array}{l} \overline{F} = \overline{\text{const}}; \\ \overline{F} = \overline{F}(t); \\ \overline{F} = \overline{F}(\overline{V}); \\ \overline{F} = \overline{F}(\overline{r}); \\ \overline{F} = \overline{F}(t, \overline{r}, \overline{V}). \end{array} \right.$$

Примеры таких сил приведены на рис. 3: *а* – $\overline{G} = \overline{\text{const}}$ – вес тела; $\overline{R} = \overline{R}(\overline{V})$ – сила сопротивления воздуха; *б* – $\overline{F}_{\text{т}} = \overline{F}(t)$ – сила тяги электровоза; *в* – $\overline{F} = \overline{F}(\overline{r})$ – сила отталкивания от центра O или притяжения к нему.

Движение в механике – это изменение положения тела в пространстве и во времени.

Пространство в классической механике трехмерное, в котором справедлива евклидова геометрия.

Время – скалярная величина, одинаково изменяющаяся в любых системах отсчета (системах координат).

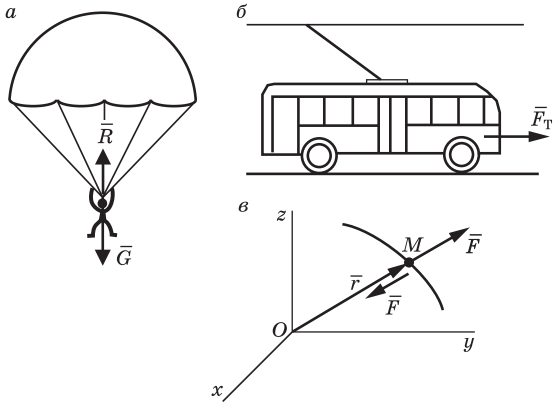

Рис. 3

Система единиц – это совокупность единиц измерения физических величин. Для измерения всех механических величин достаточно трех основных единиц: единиц длины, времени, массы или силы. Все остальные единицы измерения механических величин – производные от основных. Основным типом систем единиц является СИ – международная система единиц или более мелкая – СГС. Иногда встречается применение МкГС – технической системы единиц (табл. 1). В СИ за единицу силы принимается сила в 1 Н, в системе МкГС – 1кГ.

Таблица 1

Система единиц	СИ		СГС		МкГС	
Механическая величина	Размерность	Обозначение	Размерность	Обозначение	Размерность	Обозначение
Длина	метр	м	сантиметр	см	метр	м
Время	секунда	с	секунда	с	секунда	с
Масса	килограмм-масса	кг	грамм-масса	г	техническая единица массы	т. е. м.
Сила	ньютон	Н	дина	дин	килограмм-сила	кГ

Сила в 1 Н – это сила, сообщающая массе в 1 кг ускорение 1 м/с^2, т.е. 1 Н = 1 кг м/с^2 – производная единица; сила в 1 кГ ≈ 9,8 Н.

ГЛАВА 1. **ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ**

1.1. Законы динамики материальной точки (законы Галилея – Ньютона)

1.1.1. Первый закон – закон инерции

> Изолированная от внешних воздействий или находящаяся под действием уравновешенной системы сил материальная точка сохраняет состояние покоя или движется равномерно и прямолинейно.

Движение, совершаемое точкой при отсутствии сил или под действием уравновешенной системы сил, называется **движением по инерции.**

Например: движение тела по гладкой (сила трения равна нулю) горизонтальной поверхности (рис. 4: $\bar{G}$ – вес тела; $\bar{N}$ – нормальная реакция плоскости).

Так как $\sum F_{kx} = 0$, то при начальной скорости $V_0 \neq 0$ тело будет двигаться с той же скоростью; т.е. $V = V_0$; при V_0 = 0 тело будет покоиться.

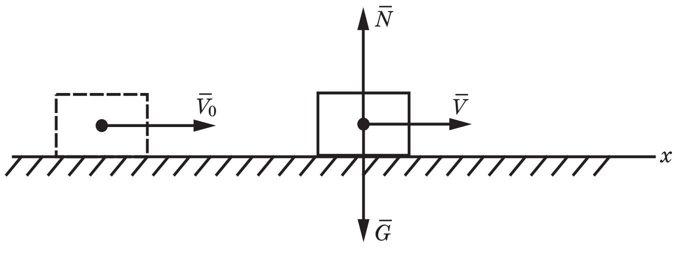

Рис. 4

1.1.2. Второй закон – основной закон динамики

> Произведение массы точки на ускорение, которое она получает под действием данной силы, равно по модулю этой силе, а направление вектора силы совпадает с направлением вектора ускорения.

Математически этот закон выражается векторным уравнением

$$m\bar{a} = \bar{F}. \qquad (1.1)$$

При $\bar{F} = \overline{\text{const}}$ $\bar{a} = \overline{\text{const}}$ и, следовательно, движение точки равнопеременное (рис. 5: *а* – движение замедленное, $\alpha > \frac{\pi}{2}$; *б* – движение ускоренное, $\alpha < \frac{\pi}{2}$).

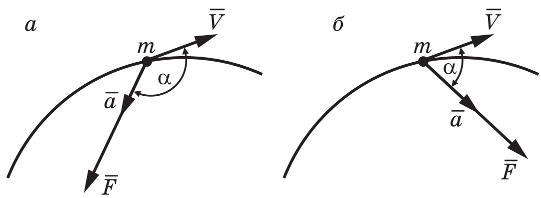

Рис. 5

При $\bar{F} = 0$ $\bar{a} = 0 \Rightarrow \bar{V} = \overline{\text{const}}$ – точка движется равномерно и прямолинейно или при $\bar{V}_0 = 0$ – покоится (закон инерции). Второй закон позволяет установить связь между гравитационной массой *m* тела, находящегося вблизи земной поверхности, и его весом *G*, а именно, $G = mg$, где *g* – ускорение свободного падения.

Масса тела (точки), определенная из уравнения (1.1) при известных действующей силе $\bar{F}$ и полученном под действием этой силы ускорении $\bar{a}$, называется инертной массой и является мерой инертности.

Инертность – свойство материальных тел быстрее или медленнее изменять скорость своего движения под действием приложенных сил.

Первый и второй законы динамики справедливы в инерциальных системах отсчета, о которых подробно будет сказано ниже.

1.1.3. Третий закон – закон равенства действия и противодействия

Две материальные точки действуют друг на друга с силами, равными по величине и направленными вдоль прямой, соединяющей эти точки, в противоположные стороны.

Так как силы $\bar{F}_1 = -\bar{F}_2$ приложены к разным точкам, то система сил $\left(\bar{F}_1, \bar{F}_2\right)$ не является уравновешенной (рис. 6).

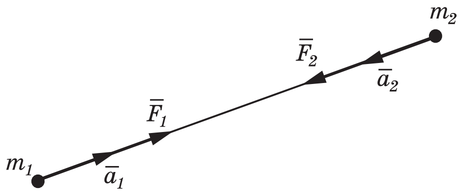

Рис. 6

В свою очередь $|\bar{F}_1| = |\bar{F}_2| \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{a_2}{a_1}$ – отношение масс взаимодействующих точек обратно пропорционально их ускорениям.

1.1.4. Четвертый закон – закон независимости действия сил

Ускорение, получаемое точкой при действии на нее одновременно нескольких сил, равно геометрической сумме тех ускорений, которые получила бы точка при действии на нее каждой силы в отдельности.

Пояснение (рис. 7). Равнодействующая $\bar{R}$ системы сил $(\bar{F}_1, ..., \bar{F}_k, ..., \bar{F}_n)$:

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + ... + \bar{F}_k + ... + \bar{F}_n = \sum_{k=1}^{n} \bar{F}_k .$$

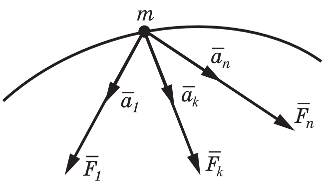

Рис. 7

Так как

$$m\bar{a} = \bar{R};\ m\bar{a}_1 = \bar{F}_1, ...;\ m\bar{a}_k = \bar{F}_k, ...;\ m\bar{a}_n = \bar{F}_n,$$

то

$$m\left(\bar{a}_1 + \bar{a}_2 + ... + \bar{a}_n\right) = m\bar{a} = \bar{R}$$

или

$$\bar{a} = \bar{a}_1 + ... + \bar{a}_k + ... + \bar{a}_n = \sum_{k=1}^{n} \bar{a}_k\ .$$

В разных учебниках и учебных пособиях по теоретической механике и физике законы динамики формулируются по-разному, но смысл их остается одним и тем же. Общим в формулировке первого закона является констатация того, что если силы, приложенные к материальной точке либо к телу, которое можно принять за материальную точку, взаимно уравновешиваются, то она (или оно) в инерциальной системе отсчета движется равномерно и прямолинейно либо покоится. Это свойство материальных тел, известное как принцип инерции, было установлено Галилеем в 1638 г. на основании многочисленных опытов и наблюдений над движением тел. До Галилея считалось, что если на тело не действуют силы или действует уравновешенная система сил, то тело (или материальная точка) будет покоиться.

Некоторые авторы при формулировке первого закона динамики на первое место ставят утверждение о том, что существует такая система отсчета, по отношению к которой изолированная от внешних воздействий материальная точка либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно. Такая система отсчета называется **инерциальной**. Поэтому суть первого закона сводится к констатации существования инерциальной системы отсчета. В качестве такой системы с большой степенью точности можно принять систему координат с началом в центре Солнца и осями, направленными на три «неподвижные» звезды (так называемая гелиоцентрическая система).

Если необходимо учитывать суточное вращение Земли, то за инерциальную систему отсчета принимают геоцентрическую систему осей координат с началом в центре Земли и осями, направленными к трем выбранным «неподвижным» звездам.

Для большинства технических задач в качестве инерциальной системы отсчета можно принять систему осей, связанных с Землей, считая ее в данном случае неподвижной.

Так как в окружающем нас мире все движется, то покой является относительным, условным понятием и инерциальная система – это условно неподвижная система.

Теперь представим, что в инерциальной системе отсчета тело покоится, а относительно этой системы движется равномерно и прямолинейно поступательно другая система координат со скоростью $\bar{V}$. Поэтому в этой движущейся системе координат данное тело будет двигаться равномерно и прямолинейно со скоростью $-\bar{V}$, т.е. в этой системе координат будет справедлив принцип инерции.

Таким образом, системы координат, движущиеся относительно инерциальной системы координат (системы отсчета) поступательно, равномерно и прямолинейно, также являются инерциальными системами отсчета.

Общим в формулировке второго закона является утверждение о том, что сила, действующая на материальную точку, ее масса и ускорение, которое она получает под действием этой силы, взаимосвязаны, но эти связи разные авторы формулируют по-разному. Одни на первое место ставят силу, другие – ускорение, например, *вектор силы, действующий на материальную точку, равен произведению массы точки на вектор ее ускорения*, или *ускорение точки, получаемое под действием приложенной силы, прямо пропорционально силе и обратно пропорционально массе точки*.

Из истории динамики. Как известно, основы динамики были заложены и развиты итальянским ученым ***Галилео Галилеем*** (1564–1642) и английским ученым ***Исааком Ньютоном*** (1643–1727).

В 1687 г. Ньютон опубликовал фундаментальное сочинение «Математические начала натуральной философии», в котором обобщил все то, что было сделано в механике до него, а также результаты своих научных исследований и наблюдений. В этой работе были сформулированы основные понятия и законы классической механики, на основе которых дано систематическое изложение динамики и показано ее применение к решению задач, связанных с движением тел, брошенных под углом к горизонту, с движением тел в результате их взаимодействия при ударе, с движением небесных тел, а также с установлением соотношений между силами и скоростями точек их приложения применительно к простейшим машинам-блокам, полипастам, клиновым и винтовым прессам.

Приведем некоторые положения механики в том виде, как это изложено Ньютоном в «Математических началах...», русский перевод которых выполнен академиком А.Н. Крыловым (1863–1945) в 1915–1916 гг. В дословном переводе с латинского аксиомы или законы движения, как их называл Ньютон, сформулированы следующим образом.

ЗАКОН I

Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменять это состояние.

ЗАКОН II

Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

ЗАКОН III

Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе взаимодействия двух тел друг на друга между собою равны и направлены в противоположные стороны.

Четвертый закон не был сформулирован Ньютоном как отдельный закон механики, но его суть была изложена в одном из следствий, в котором дано обобщение правила параллелограмма сил. Систему отсчета (систему координат), в которой справедливы установленные им законы и принцип инерции, он не называл инерциальной, как это принято сейчас. Он исходил из представления об абсолютном пространстве, считал, что оно «по самой своей сущности безотносительно к чему бы то ни было внешнему остается всегда одинаковым и неподвижным», и рассматривал движение в этом пространстве.

Для системы отсчета, связанной с этим пространством, он и считал справедливыми первый и второй законы динамики. Последующее развитие представлений о пространстве привело к полному отрицанию понятия абсолютного пространства.

Релятивистская механика (специальная теория относительности), созданная в начале XX в. немецким физиком ***Альбертом Эйнштейном*** (1879–1955) и рядом других ученых, коренным образом изменила представления механики о пространстве, времени и массе. В соответствии с этой механикой при скоростях движения тел, близких к скорости света в пустоте ($3 \cdot 10^5$ км/с), масса тел увеличивается, течение времени замедляется, размеры тел изменяются и геометрия Евклида неприменима.

Вторым допущением, лежащим в основе ньютоновой механики, является утверждение существования абсолютного времени, которое «...само по себе и самой своей сущности, без всякого отношения к чему-либо внешнему протекает равномерно...».

1.2. Дифференциальные уравнения движения материальной точки

Пусть на материальную точку M массой m действуют одновременно несколько сил, среди которых есть как постоянные, так и переменные силы.

Второй закон динамики запишем в виде

$$m\bar{a} = \sum_{k=1}^{n} \bar{F}_k = \bar{R}(t, \bar{r}, \bar{V})\,. \tag{1.2}$$

Так как

$$\bar{a} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2},\ \ \bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt}\,,$$

где $\bar{r}$ – радиус-вектор движущейся точки, то уравнение (1.2) содержит производные от $\bar{r}$ по времени и представляет собой дифференциальное уравнение движения материальной точки в векторной форме, или основное уравнение динамики материальной точки.

Проекции векторного уравнения (1.2):

- на оси декартовых координат (рис. 8, *а*)

$$
\left.
\begin{aligned}
ma_x &= m\ddot{x} = \sum_{k=1}^{n} F_{kx};\\
ma_y &= m\ddot{y} = \sum_{k=1}^{n} F_{ky};\\
ma_z &= m\ddot{z} = \sum_{k=1}^{n} F_{kz};
\end{aligned}
\right\}
\tag{1.3}
$$

- на естественные оси (рис. 8, *б*)

$$
\left.
\begin{aligned}
ma_\tau &= m\frac{dV}{dt} = \sum_{k=1}^{n} F_{k_\tau};\\
ma_n &= m\frac{V^2}{\rho} = \sum_{k=1}^{n} F_{k_n};\\
ma_b &= m\cdot 0 = \sum_{k=1}^{n} F_{k_b}.
\end{aligned}
\right\}
\tag{1.4}
$$

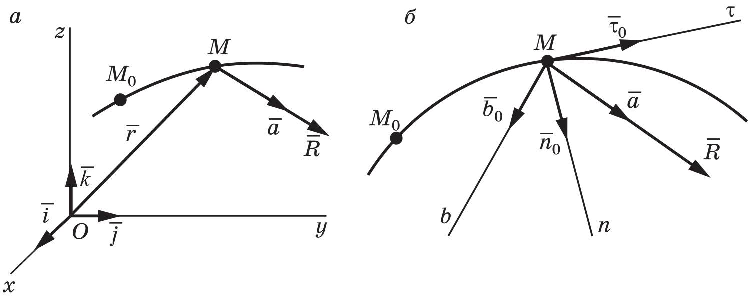

Рис. 8

Уравнения (1.3) и (1.4) являются дифференциальными уравнениями движения материальной точки соответственно в декартовых координатах и естественных осях. Последние называют естественными дифференциальными уравнениями движения, которые обычно применяются при криволинейном движении точки, если траектория точки известна.

Если при криволинейном движении точки в плоскости ее траектория неизвестна, то составляются два уравнения в проекциях на оси декартовых координат x и y, направленных в сторону движения.

При составлении дифференциальных уравнений движения в декартовых осях необходимо придерживаться такой последовательности.

1. Выбрать систему отсчета, поместив начало координат в начальном положении точки или в положении равновесия, если такое имеет место при движении точки. Оси направить в сторону движения.

2. Изобразить движущуюся точку в произвольном положении, но так, чтобы $x > 0$, $V_x > 0$ и т.д.

3. Показать активные силы, действующие на точку, и реакции связи, если точка несвободная.

4. Записать основное уравнение динамики в векторной форме с учетом всех сил, действующих на точку.

5. Спроецировать полученное векторное равенство на оси (или на одну из осей), определив проекции сил на оси координат и подставив сумму проекций сил в правую часть дифференциальных уравнений (или уравнения). При этом необходимо все переменные силы выразить через те величины (t, x, $\dot{x}$ и т.д.), от которых эти силы зависят.

1.3. Две основные задачи динамики для материальной точки и их решение

1.3.1. Первая (прямая) задача

> Зная кинематический закон движения и массу точки, определить силу, действующую на точку.

Для решения этой задачи необходимо знать ускорение точки. В задачах этого типа оно может быть задано непосредственно либо задан кинематический закон движения точки, в соответствии с которым оно может быть определено.

1. Движение точки задано в декартовых координатах $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$ и $z = f_3(t)$. Определяются дифференцированием проекции ускорения на оси координат:

$$\ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2}; \quad \ddot{y} = \frac{d^2 y}{dt^2}; \quad \ddot{z} = \frac{d^2 z}{dt^2},$$

а затем – проекции силы на эти оси:

$$\left.\begin{aligned} F_x &= m\ddot{x}; \\ F_y &= m\ddot{y}; \\ F_z &= m\ddot{z}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.5)$$

Модуль и направление силы определяется по формулам:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2};$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\left(\widehat{\bar{F}, \bar{i}}\right) &= \frac{F_x}{F}; \\ \cos\left(\widehat{\bar{F}, \bar{j}}\right) &= \frac{F_y}{F}; \\ \cos\left(\widehat{\bar{F}, \bar{k}}\right) &= \frac{F_z}{F}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.6)$$

Пример 1. Материальная точка массой m движется в плоскости Oxy согласно уравнениям $x = 2t$ (м); $y = 1 + 2t^2$ (м). Определить силу, действующую на точку.

Решение. Проекции силы на оси координат

$$F_x = m\ddot{x} = 0,$$

так как $\dot{x} = \dfrac{dx}{dt} = 2;\ \ddot{x} = \dfrac{d\dot{x}}{dt} = 0;$

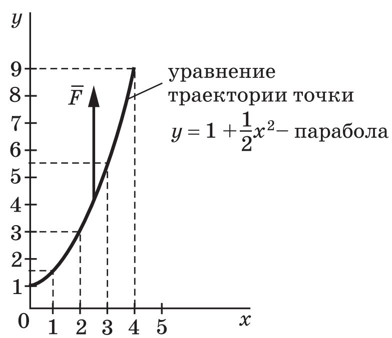

Рис. 9

$$F_y = m\ddot{y} = m\frac{d^2 y}{dt^2} = 4m,$$

так как $\dot{y} = \frac{dy}{dt} = 4t;\ \ddot{y} = 4.$

Сила, действующая на точку, направлена параллельно оси y (рис. 9) и $F = \left|F_y\right| = 4m.$

2. Точка совершает криволинейное движение, известен закон движения $s = f(t)$, траектория точки и ее радиус кривизны ρ. В этом случае удобно воспользоваться естественными осями. Проекции ускорения на эти оси определяются по известным формулам:

- на касательную ось

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$ – касательное ускорение;

- на главную нормаль

$$a_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{\left(\frac{ds}{dt}\right)^2}{\rho}$$ – нормальное ускорение.

Проекция ускорения на бинормаль равна нулю. Тогда проекции силы на естественные оси

$$F_\tau = m\frac{dV}{dt};$$

$$F_n = m\frac{V^2}{\rho};\ F_b = 0. \qquad (1.7)$$

Модуль и направление силы определяются по формулам

$$F = \sqrt{F_\tau^2 + F_n^2};$$

$$\left.\begin{aligned} \cos\left(\bar{F}, \hat{\ } \bar{\tau}_0\right) &= \frac{F_\tau}{F}; \\ \cos\left(\bar{F}, \hat{\ } \bar{n}_0\right) &= \frac{F_n}{F}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.8)$$

Пример 2. Автомобиль массой $m = 1000$ кг движется по выпуклому мосту со скоростью $V = 20$ м/с. Радиус кривизны в середине моста $\rho = 100$ м. Определить силу давления автомобиля на мост в момент, когда он находится на середине моста. Силами сопротивления пренебречь.

Решение. Считая автомобиль материальной точкой, изобразим его в середине моста и покажем силы: вес $m\bar{g}$ и нормальную реакцию $\bar{N}$ (рис. 10).

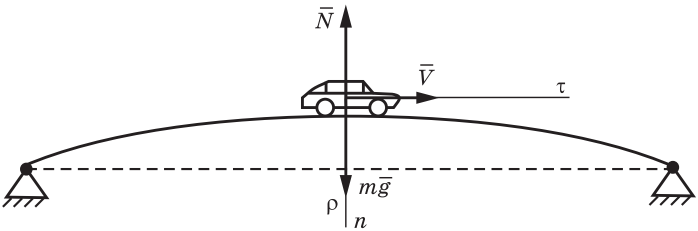

Рис. 10

Второй закон динамики в векторной форме

$$m\bar{a} = m\bar{g} + \bar{N}.$$

Спроецируем это равенство на естественные оси τ и n:

$$ma_\tau = m\frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow V = \text{const};$$

$$ma_n = m\frac{V^2}{\rho} = mg - N \Rightarrow N = mg - m\frac{V^2}{\rho} =$$
$$= m\left(g - \frac{V^2}{\rho}\right) = 1000\left(9{,}8 - \frac{400}{100}\right) = 5{,}8 \text{ кН}.$$

Давление на мост равно по модулю реакции N и направлено вниз.

3. Точка совершает равнопеременное движение. Для определения ускорения используем формулы

$$\left.\begin{aligned} s &= V_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2}; \\ V &= V_0 + a_\tau t, \end{aligned}\right\} \qquad (1.9)$$

где t — время движения точки; s — пройденное за это время расстояние; V_0 и V — начальная и конечная скорости точки; a_τ — касательное ускорение.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Горбач Николай Иванович

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА.
ДИНАМИКА

Учебное пособие

Редактор *Ю.А. Мисюль*
Художественный редактор *Т.В. Шабунько*
Технический редактор *Н.А. Лебедевич*
Корректор *В.И. Аверкина*
Компьютерная верстка *Н.В. Шабуни*

Подписано в печать 26.10.2012. Формат 84×108/32. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Офсетная печать. Усл. печ. л. 16,8. Уч.-изд. л. 15,03. Тираж 1000 экз. Заказ 353.
Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Вышэйшая школа”».
ЛИ № 02330/0494062 от 03.02.2009. Пр. Победителей, 11, 220048, Минск.
E-mail: market@vshph.com. Http://vshph.com.

Открытое акционерное общество «Полиграфкомбинат имени Я. Коласа».
ЛП № 02330/0150496 от 11.03.2009. Ул. Корженевского, 20, 220024, Минск.