

В. И. Погорелов

Строительная механика тонкостенных конструкций

- Сочетание фундаментальности и практической направленности
- Единая методология решения задач
- Вопросы и упражнения
- Справочный материал по всем разделам книги

R

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ



В. И. Погорелов

Строительная механика тонкостенных конструкций

*Допущено Учебно-методическим объединением вузов
по университетскому политехническому образованию в качестве
учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению подготовки 160800
“Ракетостроение и космонавтика”*

Санкт-Петербург

«БХВ-Петербург»

2007

УДК 539.3/6(075.8)
ББК 32.121я73
П43

Погорелов В. И.

П43 Строительная механика тонкостенных конструкций. — СПб.: БХВ-Петербург, 2007. — 528 с.: ил.

ISBN 5-94157-688-9

Излагается классическая теория тонкостенных элементов конструкций в виде балок, стержней, пластин и оболочек, основанная на гипотезах Эйлера—Бернулли, Кирхгоффа, Лава—Кирхгоффа и уравнениях теории упругости. Вопросы общей теории иллюстрируются на примерах решения типовых расчетных схем, нашедших наибольшее распространение в практике инженерного проектирования. Приводится классификация численных методов, среди которых наибольшее внимание уделяется методу конечных разностей, методам взвешенных невязок и методу конечных элементов.

Приводятся упражнения и вопросы для проверки и закрепления знаний. Даны приложения справочного характера.

*Для студентов, обучающихся по специальностям механического профиля,
и инженеров соответствующих специальностей*

УДК 539.3/6(075.8)
ББК 32.121я73

Группа подготовки издания:

Главный редактор	<i>Екатерина Кондукова</i>
Зам. главного редактора	<i>Людмила Еремеевская</i>
Зав. редакцией	<i>Григорий Добин</i>
Редактор	<i>Нина Седых</i>
Компьютерная верстка	<i>Натали Каравасовой</i>
Корректор	<i>Наталья Першакова</i>
Дизайн серии	<i>Игоря Цырульникова</i>
Оформление обложки	<i>Елены Беляевой</i>
Зав. производством	<i>Николай Тверских</i>

Рецензенты:

Усюкин В. И., д.т.н., профессор МГТУ им. Н. Э. Баумана,

Печников В. П., к.т.н., доцент МГТУ им. Н. Э. Баумана

Лицензия ИД № 02429 от 24.07.00. Подписано в печать 29.09.06.

Формат 70×100^{1/16}. Печать офсетная. Усл. печ. л. 42,57.

Тираж 2000 экз. Заказ №

"БХВ-Петербург", 194354, Санкт-Петербург, ул. Есенина, 5Б.

Санитарно-эпидемиологическое заключение на продукцию
№ 77.99.02.953.Д.006421.11.04 от 11.11.2004 г. выдано Федеральной службой
по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека.

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ГУП "Типография "Наука"
199034, Санкт-Петербург, 9 линия, 12

ISBN 5-94157-688-9

© Погорелов В. И., 2007

© Оформление, издательство "БХВ-Петербург", 2007

Оглавление

Введение.....	1
Кому адресована эта книга	1
В чем особенность книги	1
Что читатель найдет в этой книге	2
Благодарности	5
От издательства.....	5
 Глава 1. Модель конструкции и ее расчетная схема	7
1.1. Место строительной механики среди наук о прочности	7
1.2. Расчетные схемы.....	13
1.2.1. Этапы составления расчетной схемы.....	14
1.2.2. Выбор геометрической формы	14
1.2.3. Моделирование закреплений	18
1.2.4. Модели нагрузок	19
1.2.5. Модели материалов.....	24
Выводы	28
Упражнения и вопросы	29
Литература к главе 1.....	29
 Глава 2. Уравнения теории упругости	31
2.1. Основные гипотезы линейной теории упругости.....	31
2.2. Принцип Сен-Венана.....	32
2.3. Напряжения и нагрузки	33
2.3.1. Тензор напряжений и формулы Коши	34
2.3.2. Граничные условия	38
2.3.3. Главные напряжения.....	39
2.4. Уравнения равновесия Навье.....	42
2.5. Геометрические уравнения	45
2.5.1. Объемная деформация.....	52
2.5.2. Уравнения сплошности Сен-Венана	53

2.6. Физические уравнения	55
2.7. Сводка уравнений	56
Выводы	57
Упражнения и вопросы	58
Литература к главе 2	59
Глава 3. Брусья, стержни и балки	61
3.1. Классификация брусьев	61
3.2. Гипотезы Эйлера—Бернулли	64
3.3. Преобразование уравнений теории упругости	66
3.3.1. Геометрические уравнения	66
3.3.2. Уравнения равновесия	68
3.3.3. Внутренние усилия и напряжения	72
3.3.4. Уравнения в перемещениях	74
3.4. Растяжение и сжатие стержней	75
3.4.1. Геометрические уравнения	75
3.4.2. Физическое уравнение	75
3.4.3. Осевое перемещение	76
3.4.4. Расчет напряжений	77
3.5. Расчет фермы	78
3.6. Изгиб балок	84
3.6.1. Геометрические уравнения	84
3.6.2. Физические уравнения	85
3.6.3. Прогиб балки	85
3.6.4. Напряжения в балке	86
3.7. Напряжения в подкрепленной оболочке	88
Выводы	92
Упражнения и вопросы	93
Литература к главе 3	94
Глава 4. Заряд твердого топлива, скрепленный с оболочкой	95
4.1. Расчетная схема	95
4.1.1. Геометрическая форма	96
4.1.2. Внешние нагрузки	97
4.2. Свойства материала	99
4.2.1. Линейно-упругое тело	100
4.2.2. Линейное вязкоупругое тело	100
4.3. Плоская деформация в цилиндрических координатах	104
4.4. Напряжения и деформации от внутреннего давления	106
4.4.1. Линейно-упругий материал	107
4.4.2. Вязкоупругий материал	111

4.5. Температурные напряжения и деформации	113
4.5.1. Линейно-упругий материал	114
4.5.2. Вязкоупругий материал	117
Выводы	118
Упражнения и вопросы	118
Литература к главе 4	119
Глава 5. Тонкие пластинки	121
5.1. Определения	121
5.2. Классификация пластинок	122
5.3. Гипотезы Кирхгоффа	123
5.4. Геометрические уравнения	124
5.5. Физические уравнения	126
5.6. Уравнение изгиба тонкой пластинки	126
5.7. Внутренние погонные усилия и моменты	130
5.7.1. Распределение напряжений по толщине	130
5.7.2. Погонные усилия и моменты	131
5.7.3. Запись напряжений через погонные усилия и моменты	133
5.8. Граничные условия	133
5.9. Эллиптическая пластинка, защемленная по контуру	136
5.10. Изгиб круглых пластин	139
5.10.1. Пластинка, защемленная по контуру	139
5.10.2. Пластинка с шарнирным закреплением	142
5.10.3. Пластинка с отверстием, нагруженная краевыми моментами	144
5.11. Перфорированные пластины	146
Выводы	148
Упражнения и вопросы	148
Литература к главе 5	149
Глава 6. Уравнения теории тонких оболочек	151
6.1. Сведения из теории поверхностей	151
6.1.1. Первая квадратичная форма	152
6.1.2. Вторая квадратичная форма	156
6.1.3. Кривизна поверхности	158
6.1.4. Производные векторов единичного триэдра	166
6.1.5. Условия Кодацци и Гаусса	169
6.2. Деформация срединной поверхности	170
6.3. Гипотезы Лава—Кирхгоффа	176
6.4. Деформация произвольного слоя	176
6.5. Физические уравнения	181

6.6. Внутренние погонные усилия и моменты	182
6.6.1. Изотропная однослойная оболочка	183
6.6.2. Ортотропная однослойная оболочка	184
6.6.3. Конструктивно анизотропные оболочки	185
6.7. Напряжения в оболочке	187
6.8. Уравнения равновесия элемента	187
6.9. Сводка уравнений линейной теории	191
6.10. Коэффициенты Ламе	193
6.11. Динамические уравнения	194
Выводы	195
Упражнения и вопросы	196
Литература к главе 6	197
Глава 7. Расчет оболочек по безмоментной теории	199
7.1. Условия существования	199
7.2. Исходные уравнения	201
7.3. Осесимметричная нагрузка	205
7.3.1. Исходная система уравнений	205
7.3.2. Порядок определения внутренних усилий	207
7.4. Постоянное давление	209
7.4.1. Сфера	209
7.4.2. Конус и цилиндр	211
7.4.3. Торовый сосуд	213
7.4.4. Эллиптическое днище	215
7.4.5. Торосферическое днище	218
7.5. Оболочки, заполненные жидкостью	220
7.5.1. Цилиндр, подвешенный на стержнях	220
7.5.2. Полусферическое днище	223
7.5.3. Эллиптическое днище	225
7.5.4. Коническое днище	228
7.5.5. Торосферическое днище	230
Выводы	233
Упражнения и вопросы	234
Литература к главе 7	235
Глава 8. Изгиб цилиндрических оболочек	237
8.1. Исходные уравнения	237
8.2. Влияние внешней нагрузки на характер напряжений	240
8.3. Изгиб краевой перерезывающей силой и моментом	242
8.4. Краевые напряжения около эллиптического днища	248
8.5. Краевой эффект в области жесткой заделки	255

8.6. Температурные напряжения в области продольного скачка температур.....	260
8.7. Краевой эффект в области плоского днища.....	263
8.8. Напряжения в области соединения оболочки с фланцем	267
8.9. Краевой эффект в области изменения толщины.....	271
Выводы	275
Упражнения и вопросы	275
Литература к главе 8.....	276
Глава 9. Краевой эффект в сферической оболочке	277
9.1. Исходные уравнения.....	277
9.2. Уравнение краевого эффекта.....	281
9.3. Сфера, нагруженная на контуре перерезывающей силой и моментом.....	282
9.4. Расчет напряжений в зоне краевого эффекта.....	286
9.5. Сферическое днище с жестко заделанной кромкой	287
9.6. Сферическое днище с шарнирно закрепленной кромкой.....	289
9.7. Краевой эффект при наличии распорного шпангоута.....	290
9.8. Краевой эффект в распорном узле промежуточного днища	296
Выводы	301
Упражнения и вопросы	301
Литература к главе 9.....	302
Глава 10. Конструкции из пологих оболочек.....	303
10.1. Основные понятия и определения.....	303
10.2. Уравнения тонких цилиндрических оболочек при несимметричной нагрузке.....	304
10.3. Гипотезы теории пологих оболочек.....	306
10.4. Уравнения пологих оболочек	306
10.5. Область использования уравнений и методы решения.....	310
10.6. Горизонтальный цилиндр, заполненный жидкостью.....	312
10.7. Особенности расчета на локальную нагрузку.....	314
10.8. Напряжения в области отверстий.....	315
10.8.1. Цилиндрические оболочки.....	316
10.8.2. Конические оболочки	318
10.8.3. Сферические днища со свободным отверстием	321
10.9. Компенсация ослабления емкостей вблизи отверстий	323
Выводы	324
Упражнения и вопросы	324
Литература к главе 10.....	325

Глава 11. Многослойные оболочки.....	327
11.1. Двухслойный цилиндр	327
11.2. Двухслойный конус	329
11.3. Многослойные оболочки, эквивалентные однослойным	332
11.3.1. Энергия деформации многослойной оболочки	333
11.3.2. Изотропная многослойная оболочка с постоянными коэффициентами Пуассона	335
11.3.3. Многослойная ортотропная оболочка, свойства которой симметричны относительно срединной поверхности	337
Выводы	338
Упражнения и вопросы	338
Литература к главе 11	339
 Глава 12. Местная устойчивость элементов конструкций	 341
12.1. Виды потери устойчивости	341
12.2. Устойчивость стержней	343
12.3. Уравнение изогнутой срединной поверхности сжатой пластинки	346
12.4. Устойчивость бесконечно длинной пластинки, сжатой по короткой стороне	349
12.5. Устойчивость прямоугольной пластинки.....	352
12.6. Устойчивость ортотропной и вафельной панели.....	354
12.7. Кольцо, нагруженное внешним давлением	359
12.8. Устойчивость силфона при осевом сжатии	360
Выводы	361
Упражнения и вопросы	361
Литература к главе 12.....	363
 Глава 13. Устойчивость цилиндрических оболочек.....	 365
13.1. Физическая картина потери устойчивости.....	365
13.2. Разрешающее уравнение при безмоментном докритическом состоянии.....	369
13.3. Устойчивость оболочки при осевом сжатии	371
13.3.1. Оболочки средней длины	373
13.3.2. Короткие оболочки	375
13.3.3. Длинные трубы	375
13.4. Устойчивость оболочки, нагруженной внешним давлением	376
13.4.1. Оболочки средней длины	377
13.4.2. Длинные оболочки	378
13.4.3. Короткие оболочки	379

13.5. Устойчивость многослойной оболочки, сжатой осевой силой и внешним давлением.....	380
13.5.1. Ортотропная подкрепленная оболочка при осевом сжатии.....	384
13.5.2. Ортотропная подкрепленная оболочка при равномерном внешнем давлении.....	386
13.5.3. Оболочки при осевом сжатии и внешнем давлении.....	387
13.6. Проектирование отсеков, нагруженных внешним давлением	389
13.6.1. Шпангоутный отсек	389
13.6.2. Вафельный отсек	394
Выводы	396
Упражнения и вопросы	397
Литература к главе 13.....	398

Глава 14. Численные методы строительной механики 399

14.1. Классификация методов.....	399
14.2. Метод конечных разностей.....	402
14.2.1. Основные достоинства и недостатки	402
14.2.2. Изгиб прямоугольной пластины	403
14.3. Вариационные принципы.....	408
14.3.1. Дифференциальная и вариационная формулировки задачи	408
14.3.2. Принцип виртуальных перемещений.....	414
14.3.3. Принцип минимума полной потенциальной энергии.....	416
14.3.4. Принцип возможных изменений напряженного состояния	422
14.3.5. Принцип минимума полной дополнительной энергии.....	423
14.4. Вариационно-разностные методы.....	425
14.4.1. Этапы построения расчетной схемы	426
14.4.2. Пример использования вариационно-разностного метода	427
14.5. Базисные функции	428
14.6. Методы взвешенных невязок.....	432
14.6.1. Исходные соотношения.....	432
14.6.2. Метод Бубнова—Галеркина.....	434
14.6.3. Метод коллокации.....	436
14.6.4. Метод наименьших квадратов	439
14.6.5. Метод моментов	439
14.7. Метод Ритца для расчета прямоугольной пластины	440
Выводы	442
Упражнения и вопросы	443
Литература к главе 14.....	444

ПРИЛОЖЕНИЯ	471
Приложение 1. Уравнения линейной теории упругости в криволинейных координатах	473
Приложение 2. Формулы преобразования координат.....	476
П2.1. Цилиндрические координаты.....	476
П2.2. Сферические координаты	476
П2.3. Параболические координаты	477
П2.4. Эллиптические координаты	478
П2.5. Эллиптические цилиндрические координаты	478
Приложение 3. Уравнения линейной теории упругости в цилиндрической системе координат.....	480
Приложение 4. Основные соотношения для расчета стержней и балок.....	481
Приложение 5. Основные соотношения теории тонких пластинок	484
Приложение 6. Уравнения теории тонких оболочек в криволинейной системе координат	487
Приложение 7. Безмоментные оболочки.....	492
Приложение 8. Изгиб цилиндрических оболочек.....	496
Приложение 9. Изгиб сферических оболочек	499
Приложение 10. Пологие оболочки	501
Приложение 11. Многослойные оболочки	506
Приложение 12. Местная устойчивость	508
Приложение 13. Устойчивость цилиндрических оболочек.....	510
Приложение 14. Потенциальная энергия тонкостенных конструкций.....	513
Предметный указатель	515

*Славному юбилею — 60-летию кафедры
"Ракетостроение" Балтийского госу-
дарственного технического универ-
ситета, посвящая эту книгу.*

Введение

Это учебное пособие по строительной механике тонкостенных конструкций написано на основе рабочих материалов лекций, которые автор в течение многих лет читает студентам машиностроительных специальностей университетов.

Если говорить о названии книги, то автор стремился не только отразить суть излагаемых в ней вопросов, но и привлечь внимание студентов и преподавателей университетов, в которых название дисциплины несколько отличается от названия книги и учитывает специфику учебного плана конкретного университета.

Кому адресована эта книга

Книга является учебным пособием по строительной механике в первую очередь для факультетов машиностроительного профиля подготовки специалистов, но может также использоваться и как учебное пособие по соответствующим разделам курсов строительной механики, читаемых на механических, строительных и кораблестроительных факультетах университетов.

Она может пригодиться не только студентам при изучении соответствующей дисциплины, но и инженерам, занимающимся проектированием и расчетом конструкций из тонкостенных стержней, пластинок и оболочек. Книга будет полезна и тем читателям, кому необходимо быстро отыскать и воспользоваться нужными для расчета соотношениями или составить их самому, основываясь на приведенных методических принципах.

В чем особенность книги

Отличие данной книги от аналогичных в своей категории заключается в ее четкой направленности на практическое использование. Автор не ограничивается констатацией фундаментальных положений и фактов, излагаемых

обычно в курсах строительной механики, а указывает на область применения полученных результатов и доводит изложение и математические преобразования до конкретных расчетных соотношений. В этом смысле книга ориентирована не только на анализ конструкции, который выполняется на стадии ее проектирования с целью получения работоспособного варианта, но и на ее синтез, когда выполняются проверочные расчеты уже созданной конструкции.

Второй особенностью книги является то, что в ней выдерживается единая методология решения однотипных задач, которая может быть применена и для решения задач, не рассмотренных в книге.

К сожалению, многие учебники, и не только по строительной механике, не содержат в конце глав упражнения и вопросы, которые закрепляют полученные знания. В большинстве случаев они отсутствуют или разбросаны по тексту, что затрудняет повторное чтение и использование учебника. В книге эта недопустимая, с точки зрения автора, оплошность отсутствует, и каждая глава снабжена упражнениями и вопросами для закрепления знаний по изученному материалу.

И, наконец, последняя особенность книги состоит в том, что в ее приложениях, приводится сводка всех уравнений и расчетных соотношений, полученных в книге, которая может использоваться не только для систематизации полученных знаний, но и в качестве справочного материала.

Автор надеется, что читатели по достоинству оценят эти особенности учебного пособия, которые отличают его от других учебников и учебных пособий подобного рода.

Что читатель найдет в этой книге

Материал книги изложен в 15 главах, 14 приложениях и охватывает широкий круг вопросов, относящихся к статике тонкостенных брусьев, пластин и оболочек. В конце каждой главы приводятся перечень изученных тем, упражнения для закрепления пройденного материала и список учебных материалов, в которых читатель может найти дополнительные сведения по теме главы.

Приложения содержат расчетные соотношения и уравнения, полученные в процессе изучения сведений, излагаемых в книге. Это своеобразные готовые "шпаргалки", которые помогут читателю привести в систему полученные знания, а те, кто этими знаниями уже обладает, могут пользоваться ими как справочным материалом.

В *главе 1* книги определяется место строительной механики среди других прочностных дисциплин, объединяемых общим названием "механика твердого деформируемого тела". Основное внимание также уделяется особенно-

стям составления расчетных схем в строительной механике — важному вопросу, который вызывает наибольшие трудности у студентов и начинающих расчетчиков.

Совсем не случайно *глава 2* посвящена уравнениям линейной теории упругости, хотя и кажется, что она выпадает из общей канвы содержания книги. Дело в том, что весь теоретический материал книги, за исключением материала *главы 4*, опирается на гипотезы этой теории, и, более того, последующие уравнения теории тонких пластин и брусьев получаются как частный случай этих уравнений. Такой подход к изложению материала, с одной стороны, позволил сократить объем книги, а с другой — способствовать лучшему пониманию излагаемых вопросов. К сожалению, получение уравнений теории тонких оболочек из уравнений теории упругости требует некоторых повышенных требований к знаниям студентов по тензорному анализу, и поэтому автор остановился на традиционном векторном изложении этих уравнений, так как векторное исчисление изучается студентами всех технических университетов.

Глава 3 посвящена расчету брусьев, которые представляют собой тела, два измерения которых значительно меньше их третьего измерения — длины. Уравнения, описывающие напряженно деформированное состояние брусьев, получаются последовательным упрощением уравнений теории упругости, приведенным в *главе 2*, путем применения к ним гипотез Эйлера—Бернулли. Рассматривается осевое растяжение/сжатие стержней и поперечный изгиб брусьев. Практическое применение полученных соотношений иллюстрируется на примере расчета осесимметричной фермы и подкрепленной цилиндрической оболочки.

В *главе 4* изучается напряженно-деформированное состояние толстой трубы из материала, обладающего свойством ползучести. Труба находится внутри тонкой оболочки, а в качестве физических уравнений используется закон Гука и линейная вязко-упругая механическая модель ползучести. Выражения для напряжений и перемещений получаются из уравнений теории упругости в цилиндрической системе координат и формул безмоментной теории оболочек. *Глава 4* появилась в книге для того, чтобы проиллюстрировать применение уравнений теории упругости хотя бы на одном примере, продемонстрировать, как подходить к решению задач вязко-упругости, а заодно и рассмотреть пример, важный для практических приложений.

Глава 5 посвящена изгибу тонких пластин с эллиптической или круглой конфигурацией контура. Расчету прямоугольных пластин большое внимание уделено в *главе 14*, посвященной численным методам строительной механики. Исходное уравнение, описывающее изгиб пластин, получено последовательным упрощением уравнений теории упругости путем применения к ним

гипотез Кирхгоффа. Практическое использование этого уравнения иллюстрируется на примере пластин, имеющих геометрические формы контура, наиболее часто используемые на практике.

В *главе 6* выводятся уравнения линейной теории тонких оболочек в криволинейной системе координат. Здесь же получены выражения для коэффициентов Ламе, которые позволяют записывать эти уравнения в произвольной ортогональной системе координат.

Последующие пять глав посвящены различным методам расчета тонких оболочек: *глава 7* — безмоментной теории и примерам ее применения, *главы 8, 9* — изгибу цилиндрических и сферических оболочек соответственно, *глава 10* — пологим оболочкам, а в *главе 11* приводятся вводные сведения по многослойным безмоментным оболочкам и однослойным оболочкам, эквивалентным по энергии деформации многослойным.

В *главе 12* речь идет о местной потере устойчивости типовых элементов конструкций, из которых состоят инженерные сооружения в виде стержней, колец и пластинок.

Глава 13 расширяет круг задач, рассмотренных в *главе 12*, и посвящена устойчивости однослойных, многослойных и подкрепленных цилиндрических оболочек.

Следующие две главы — *14* и *15* — полностью посвящены численным методам расчета, которые нашли наибольшее распространение в механике сплошных сред и, в частности, в строительной механике тонкостенных конструкций.

В *главе 14* приводится классификация численных методов по типу исходных математических соотношений и способам их дискретизации. Излагаются вариационные принципы механики деформируемого тела. Рассматривается расчет изгиба прямоугольной пластинки методом конечных разностей, методом Бубнова—Галеркина и методом Ритца. Обсуждаются особенности решения задач вариационно-разностными методами и методами взвешенных невязок.

В последней *главе 15* излагаются два способа получения расчетных соотношений для определения напряженно-деформированного состояния в тонких оболочках по методу конечных элементов. Первый способ, в котором функционал отыскивается с помощью преобразованного уравнения равновесия тонкой оболочки, иллюстрируется на примере цилиндра с жестко закрепленными краями. Во втором способе в качестве функционала используется потенциальная энергия оболочки, края которой могут быть закреплены произвольно, а конечный элемент имеет форму усеченного конуса.

Как уже отмечалось, книга может использоваться в качестве основы для чтения лекций студентам машиностроительных специальностей, а отдельные ее разделы — для студентов строительных, кораблестроительных и механических специальностей университетов. Приложения можно использовать для подготовки к экзаменам и в качестве справочного материала.

Благодарности

Я благодарен моим коллегам, преподавателям университетов, которые просмотрели рукопись книги на стадии подготовки ее к изданию и высказали полезные критические замечания по ее содержанию и изложению материала.

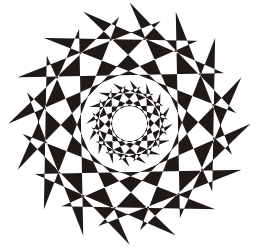
Хочется выразить искреннюю признательность профессору, заведующему кафедрой механики Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения А. И. Скалону, профессору В. Н. Блинову и профессору, заведующему кафедрой "Авиаракетостроение" Г. С. Аверьянову из Омского государственного технического университета, а также профессору В. И. Усюкину и доценту В. П. Печникову из Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана, которые познакомились с рукописью и сделали ряд полезных замечаний по улучшению ее содержания.

Хочу также поблагодарить своих учеников, студентов БГТУ, А. Зобова, Р. Селезнева, Д. Федорова, А. Лагойко, О. Чирикова и Д. Толяренко, которые помогли мне подготовить рукопись и иллюстрации к ней.

От издательства

Уважаемые читатели, ваши замечания, предложения и вопросы отправляйте по электронной почте: **kat@bhv.ru**. Мы будем рады узнать ваше мнение, как по содержанию, так и по оформлению книги. При необходимости мы сразу же свяжем вас с автором этой книги, профессором Виктором Ивановичем Погореловым.

Подробную информацию о книгах издательства и других книгах автора, в частности, вы найдете на сайте издательства: **<http://www.bhv.ru>**.



Глава 1

Модель конструкции и ее расчетная схема

В этой главе определяется место строительной механики среди других прочностных дисциплин, объединяемых общим названием "Механика твердого деформируемого тела". Далее основное внимание уделяется составлению расчетной схемы, выполняющей в строительной механике функции модели, которая заменяет исходную конструкцию, сохраняя основные ее особенности и черты. Рассматривается рекомендуемый порядок составления расчетной схемы в виде последовательности шагов и обсуждаются особенности реализации каждого из этих шагов.

В этой главе будут рассмотрены следующие темы:

- ☐ место строительной механики среди наук о прочности;
- ☐ расчетная схема, ее построение и использование.

1.1. Место строительной механики среди наук о прочности

Современная наука о прочности в значительной степени основывается на работах отечественных ученых: А. Н. Крылова, Д. И. Журавского, И. Г. Бубнова, Б. Г. Галеркина, В. З. Власова, и наших современников: М. В. Келдыша, А. И. Макаревского, А. М. Черемухина, С. П. Тимошенко, А. В. Кармишина, В. В. Новожилова, И. Ф. Образцова, В. И. Феодосьева, К. Ф. Черныха и др. А если начать с имен Леонардо да Винчи и Галилео Галилея, то даже простое перечисление фамилий ученых, внесших весомый вклад в создание стройного здания механики твердого деформируемого тела, займет не одну страницу текста. И это не удивительно, т. к. практическая деятельность человека всегда требовала от него создания неразрушимых, надежных, а там, где это необходимо, и долговечных конструкций.

Конструкцией принято называть механическую систему геометрически неизменных элементов, относительное перемещение точек которой возможно лишь в результате ее деформации.

Деформация (от латинского слова *deformatio* — искажение) — это изменение относительного положения частиц тела, связанное с их перемещением.

Само **конструирование**, как род человеческой деятельности, — это процесс создания конструкции или какого-либо устройства. Перед началом конструирования известны характеристики и проектные переменные конструкции, а на этапе конструирования необходимо разработать конкретный экземпляр спроектированного изделия.

Проектирование — это разработка плана изготовления или модернизации конструкции в пределах заданных ресурсов.

Под **прочностью** конструкций понимают их способность сопротивляться разрушению — разделению на части, а также необратимому изменению формы под действием внешних нагрузок.

На рис. 1.1 в качестве примера изображена конструкция пассажирского самолета, состоящая из пластин, оболочек, стержней, колец и балок, которая иллюстрирует высочайший уровень развития современных технологий и, в частности, наук о прочности.

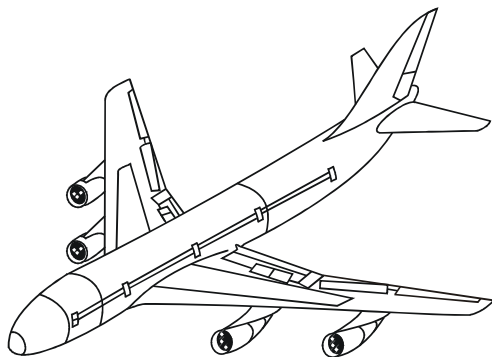


Рис. 1.1. Пассажирский самолет как пример тонкостенной конструкции

Расчеты конструкции и ее элементов на прочность и устойчивость сопровождают как этап проектирования, так и этап конструирования. На этапе проектирования их называют проектировочными расчетами, а на этапе конструирования — проверочными. Впрочем, это разделение на проектировочные и проверочные расчеты довольно условное, т. к. сам процесс создания конструкции является итерационным.

Ввиду огромного разнообразия современных инженерных конструкций и сооружений, требующих специфичных методов и способов проведения прочно-

стных расчетов, произошла специализация ученых и инженеров по отраслевому принципу, которая в конечном итоге привела к делению единой науки о создании конструкций на несколько самостоятельных дисциплин. Правда, деление это чисто условное, и специалисты из одной области постоянно "вторгаются" в смежные дисциплины там, где это необходимо в интересах создания проектируемой конструкции.

В укрупненном виде на сегодняшний день сложилось такое деление фундаментальных прочностных дисциплин, которые в совокупности называют "Механика твердого деформируемого тела":

- ☐ Сопротивление материалов
- ☐ Теория упругости
- ☐ Теория пластичности
- ☐ Теория ползучести
- ☐ Строительная механика

Любой студент технического университета знает крылатую фразу: "*Сдал СОПРОМАТ — можно жениться*", т. к. курс "Сопротивление материалов" является первым прикладным инженерным курсом. И эта фраза появилась не потому, что курс сопротивления материалов действительно сложный по сравнению с другими предметами, а потому, что в нем впервые вводится неизвестная до этого терминология, новые формулы и понятия, и изучение его большинству студентов дается с трудом. Вначале изучение этого курса сродни изучению иностранного языка, а выучить иностранный язык может каждый, но для этого требуются некоторые усилия и навыки.

Сопротивление материалов — это наука о прочности, жесткости и устойчивости элементов инженерных конструкций.

Методы сопротивления материалов базируются на упрощенных гипотезах, которые позволяют решать широкий круг инженерных задач с приемлемой для практики точностью. Различие между сопротивлением материалов и другими разделами механики твердого деформируемого тела состоит в подходах к решению одних и тех же задач. Теория упругости, теория пластичности и теория ползучести основываются на более точных формулировках задач, для решения которых используется более сложный математический аппарат, требующий выполнения громоздких вычислений.

Теория упругости — раздел механики твердого деформируемого тела, изучающий перемещения, деформации и напряжения в покоящихся и движущихся телах под действием внешних нагрузок.

Упругость — это свойство материала полностью восстанавливать геометрическую форму и размеры тела после снятия внешней нагрузки.

На основе общих законов механики в теории упругости получается замкнутая система уравнений, состоящая из уравнений равновесия, геометрических уравнений и обобщенного закона Гука, устанавливающего линейную зависимость между напряжениями и деформациями. Вопрос о том, разрушится ли тело под действием приложенных к нему нагрузок, хотя и тесно связан с теорией упругости, выходит за рамки этой дисциплины и в ней обычно не рассматривается. Основными направлениями теории упругости являются:

- оценка точности и применимости решений задач, полученных методами сопротивления материалов;
- решение задач, которые не могут быть решены методами сопротивления материалов. К ним относятся, например, расчет массивных тел, балок-стенок, пластин, оболочек и др.

Таким образом, теория упругости дает дифференциальные уравнения и граничные условия, которые позволяют сформулировать краевые задачи, решения которых дают полную информацию о распределении напряжений, деформаций и перемещений в нагруженных телах.

Теория пластичности изучает общие законы образования напряжений и деформаций, возникающих на всех стадиях пластического деформирования тела.

Пластичность — это свойство твердых тел изменять свою форму и размеры под действием внешних нагрузок и сохранять ее после снятия этих нагрузок. Причем изменение формы тела (деформирование) зависит только от приложенной внешней нагрузки и не происходит само по себе с течением времени.

Являясь разделом механики твердого деформируемого тела, теория пластичности ставит своей целью математическое изучение напряжений и перемещений в пластически деформируемых телах. Большая часть представлений теории упругости используется и в теории пластичности. Однако вместо закона Гука в ней используются законы пластической деформации, с помощью которых и составляется система уравнений теории пластичности.

Теория ползучести — раздел механики твердого деформируемого тела, в котором изучаются законы связи между силами и перемещениями, существенно зависящими от времени.

Ползучесть — свойство твердых тел деформироваться под воздействием постоянной нагрузки.

Так, например, при постоянной нагрузке деформации не остаются постоянными, а растут со временем. Или наоборот, если образцу сообщена начальная деформация и наложены связи, сохраняющие эту деформацию неизменной, то реакции связей убывают со временем — релаксируют. Возникающие

в результате ползучести деформации, как и пластические, являются необратимыми. Ввиду огромного разнообразия практических задач существует условная классификация областей применения теории ползучести:

- ❑ длительная ползучесть (месяцы и годы), свойственная различным строительным конструкциям, эксплуатируемым в обычных погодных условиях;
- ❑ ползучесть средней длительности (часы и дни);
- ❑ кратковременная ползучесть (секунды и минуты), характерная для деталей механизмов, работающих в условиях высоких температур.

Строительной механикой называют науку о методах расчета сооружений на прочность, жесткость и устойчивость.

Жесткость — это способность тела или конструкции сопротивляться возникновению деформации.

Устойчивостью упругой системы называют ее свойство возвращаться в состояние равновесия после малых отклонений от этого состояния.

Строительная механика, как наука, восходит своими истоками к первой половине XIX века в связи с начавшимся в то время активным строительством мостов, железных дорог, плотин, судов и крупных промышленных сооружений. Поэтому в классической строительной механике рассматривались только конструкции, состоящие из стержней и балок (рис. 1.2).

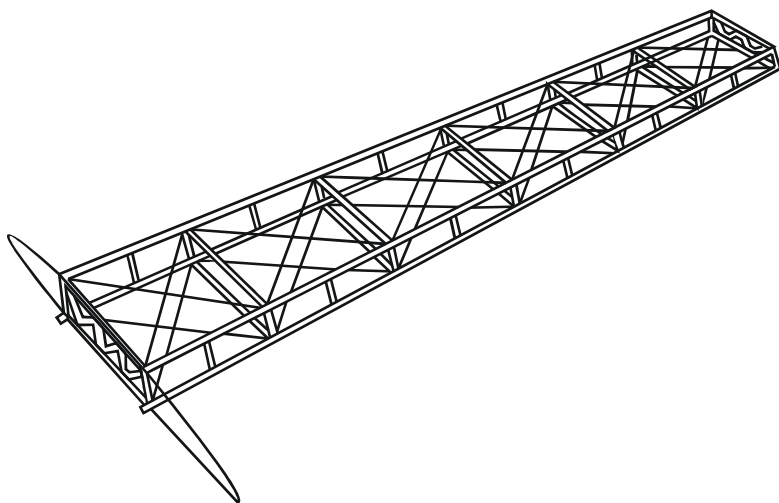


Рис. 1.2. Конструкция из тонкостенных стержней и балок

В дальнейшем потребности практики заставили расширить диапазон геометрических форм, рассматриваемых этой дисциплиной. Так появились курсы "Строительная механика корабля", "Строительная механика самолета", "Строительная механика ракет", в которых основное внимание уделяется расчету пластин и оболочек. В этих курсах широко используются методы теории упругости, которые более сложны, чем методы классической строительной механики. На сегодняшний день основными направлениями исследований в области строительной механике являются:

- ❑ решение задач о расчете сооружений из стержней, балок, пластин, оболочек и других тонкостенных конструкций;
- ❑ получение расчетных соотношений для построения конечных элементов в методах конечных элементов;
- ❑ исследование элементов конструкций, обладающих геометрической или физической нелинейностью;
- ❑ расчет конструкций с учетом вязких свойств материалов, ползучести и длительной прочности;
- ❑ расчет конструкций на динамическое и, в том числе, сейсмическое воздействие.

В связи с обширным диапазоном вопросов, подлежащих рассмотрению при проектировании конструкций, основная задача строительной механики сводится фактически к рассмотрению методов расчета типовых элементов конструкций, которые создают облик определенного класса сооружений. Кроме того, строительная механика делится также на направления, относящиеся к расчету конструкций определенного вида: стержневых конструкций (ферм, рам, балочных систем и арок), пластин и пластинчатых систем, оболочек, гибких нитей и вантовых систем, упругих и неупругих оснований, мембран и т. д.

Решения задач, полученные в строительной механике, являются основой для построения специальных прочностных инженерных курсов, в которых рассматривается расчет на прочность конкретных конструкций. Такие курсы могут называться, например, "Расчет самолета на прочность", "Прочность корабля" и т. п. В этих же курсах излагаются способы оценки несущей способности конструкции и определения коэффициентов запаса прочности и устойчивости.

Расчет любого реального сооружения всегда сводится к построению его расчетной схемы, обладающей свойствами, в наибольшей степени совпадающими со свойствами исходного объекта. Это относится не только к изолированным элементам конструкций, но и к моделям конструкций, построенным методами конечных элементов (рис. 1.3).

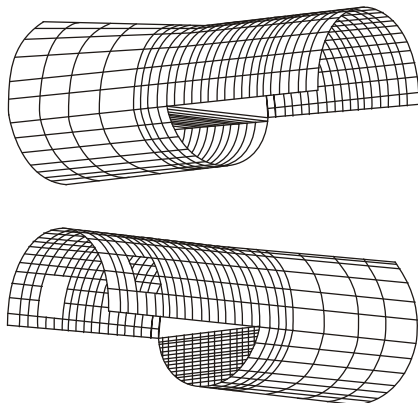


Рис. 1.3. Модель конструкции, разбитая на конечные элементы

В методах конечных элементов конструкция представляется в виде совокупности простейших форм, а поля перемещений или напряжений внутри этих форм аппроксимируются полиномами, коэффициенты которых выражаются через переменные на границах элементов. Здесь также приходится применять разумные упрощения при построении расчетных схем, т. к. возникают проблемы использования и стыковки разнородных конечных элементов, адекватного разбиения конструкции на конечные элементы разного размера, выбора числа элементов с точки зрения сходимости решения и т. п.

1.2. Расчетные схемы

Сначала остановимся на определении модели, а затем на том, какие особенности имеет прочностная модель конструкции, которая называется *расчетной схемой*.

Моделью конструкции принято называть вспомогательный объект, заменяющий реальную конструкцию, представленную в наиболее общем виде.

Для того чтобы указать, какое место занимает расчетная схема в ряду других моделей, перечислим некоторые из них:

- ☐ физическая (сама конструкция подвергается исследованию);
- ☐ масштабная (исследованию подвергается уменьшенная копия конструкции);
- ☐ компьютерная модель (программа для ЭВМ);
- ☐ информационная модель (совокупность данных о конструкции и ее свойствах);
- ☐ расчетная схема.

Теперь остановимся на особенностях создания модели конструкции, которая используется в прочностных расчетах и называется расчетной схемой.

ПРИМЕЧАНИЕ

Опыт проектирования конструкций показывает, что составление расчетной схемы конструкции до ее математического описания является одним из важнейших этапов прочностного расчета. Как это не парадоксально, но именно этот этап вызывает у студентов, да и у опытных расчетчиков, наибольшие трудности.

И если с выбором материала есть хоть какая-то ясность (например, требуется материал с высокой удельной прочностью), то с выбором геометрии модели, способа приложения внешних сил и условиями закрепления моделируемой конструкции имеется полный произвол и неразбериха. По этой причине вопросу о создании расчетной схемы уделим особое внимание.

1.2.1. Этапы составления расчетной схемы

Для изучения прочности и жесткости инженерных конструкций обычно рассматриваются их упрощенные схемы, с определенной степенью точности и достоверности отражающие их реальные свойства. Причем в зависимости от требований к точности расчета для одной и той же конструкции могут быть составлены разные расчетные схемы.

Расчетная схема — это упрощенное изображение реальной конструкции, которое освобождено от ее несущественных, второстепенных особенностей и которое принимается для математического описания и расчета.

Составление расчетной схемы целесообразно проводить по определенному алгоритму, который можно представить в виде следующей последовательности шагов:

1. Упрощение геометрической формы конструкции.
2. Использование типовых способов закрепления.
3. Упрощение нагрузки.
4. Идеализация свойств материала.

Этой последовательности шагов особенно важно следовать студентам и начинающим расчетчикам.

1.2.2. Выбор геометрической формы

Выбор геометрической формы модели, которая заменит реальную конфигурацию конструкции в расчетной схеме, во многом зависит от точности, с которой требуется получить результат, и от исходной формы самой конструкции.

Типовые тонкостенные конструкции обычно состоят из стержней, балок, пластин и оболочек. Так, например, на рис. 1.2 была изображена конструкция крыла большого удлинения, модель которой может состоять из большого количества стержней и балок. С расчетной точки зрения такая модель статически неопределима. Напряженно-деформированное состояние в ней можно определить методами строительной механики стержневых систем, что требует значительных вычислительных ресурсов, и это вполне оправданно, если нужно знать прочностное поведение каждого из элементов конструкции или нужно решать задачу о перераспределении материала по конструкции.

В то же время, если нужно ответить на вопрос о том, имеет ли крыло достаточную несущую способность в наиболее нагруженном корневом сечении, то достаточно воспользоваться расчетной схемой крыла в виде балки с жесткой заделкой на одном конце и свободным вторым концом (рис. 1.4).

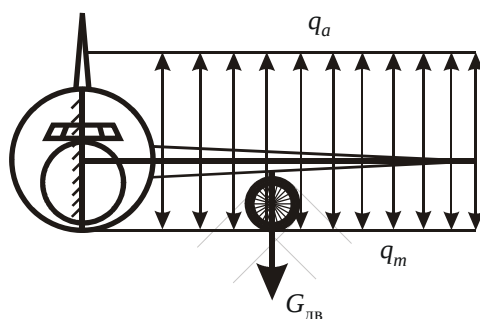


Рис. 1.4. Расчетная схема крыла в виде балки

Представить в виде балки можно не только стержневые конструкции. Упрощенную расчетную схему в виде балки можно применять и в конструкциях, состоящих из комбинаций оболочек, пластин, колец, балок и стержней. Пример такой расчетной схемы приведен на рис. 1.5 для хвостовой части фюзеляжа самолета.

Еще один пример применения балочной расчетной схемы для определения напряжений в подкрепленной оболочке, состоящей из обшивки и продольных элементов силового набора в виде лонжеронов, будет рассмотрен в разд. 3.7.

Конечно же, если сама конструкция или ее часть может быть просчитана без упрощения, то выбор геометрической конфигурации модели для расчетной схемы ясен без дополнительных упрощений и схематизации. О какой дополнительной схематизации может идти речь, если, например, рассматривается плоское днище осесимметричного сосуда, нагруженного внутренним давлением.

Ясно, что это круглая пластинка, которая изгибается постоянным внутренним давлением.

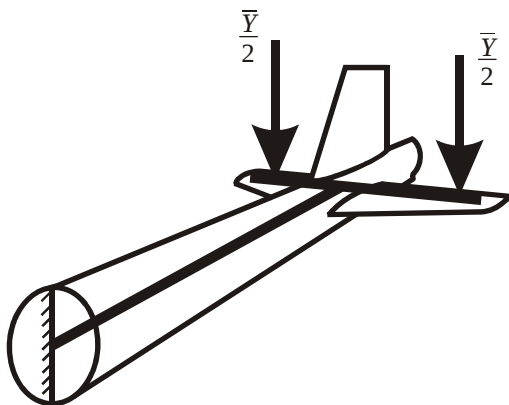


Рис. 1.5. Балочная расчетная схема хвостовой части фюзеляжа самолета

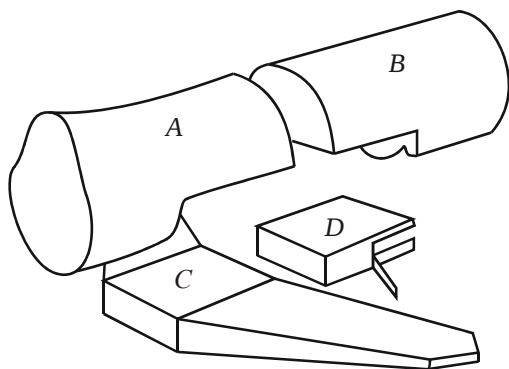


Рис. 1.6. Пример конструкции, состоящей из массивов

Вообще говоря, при упрощении геометрии тонкостенной конструкции приходится иметь дело с брусьями, стержнями, балками, пластинками или оболочками. В отличие от твердого тела — массива (рис. 1.6) — тонкостенные конструкции всегда имеют хотя бы один геометрический размер, который значительно меньше других размеров. Это позволяет упростить исходную систему уравнений теории упругости и свести реальное трехмерное напряженно-деформированное состояние к двумерному, как в случае пластин и оболочек, или даже к одномерному, как в случае балок и стержней. Здесь уместно привести определение этих геометрических форм, т. к. о них и пойдет речь в следующих главах.

Брус — это твердое тело, полученное перемещением плоской фигуры вдоль направляющей линии так, что его длина значительно больше двух других размеров.

Стержнем называется прямолинейный брус, который работает на растяжение/сжатие (рис. 1.7).

Балкой называется брус, который испытывает изгиб в качестве основного способа нагружения.

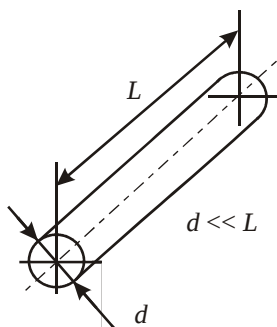


Рис. 1.7. Круглый прямолинейный стержень

Из брусев составляются расчетные схемы многих инженерных конструкций, таких как фермы, рамы и другие пространственные конструкции.

Фермой называется совокупность стержней, соединенных шарнирами.

Рама — это совокупность балок, жестко соединенных между собой.

Пластиной называется тело, ограниченное двумя плоскостями, расстояние между которыми мало по сравнению с двумя другими размерами тела (рис. 1.8).

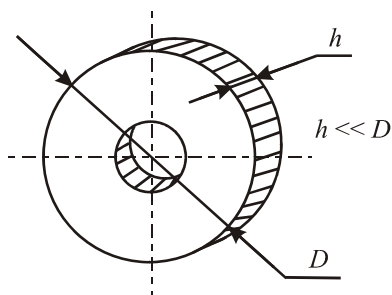


Рис. 1.8. Круглая пластинка с отверстием

Пластины воспринимают усилия в двух направлениях, что в ряде случаев бывает выгодно с точки зрения экономии материалов. Расчет пластин и систем, составленных из них, значительно сложнее расчета стержневых систем.

Оболочкой называется тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расстояние между которыми мало по сравнению с другими размерами тела (рис. 1.9).

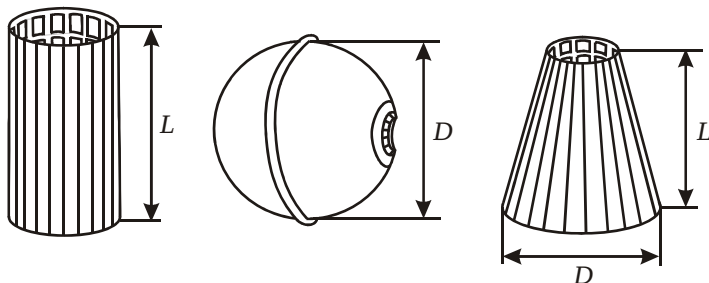


Рис. 1.9. Примеры осесимметричных оболочек

После выбора геометрической формы модели следует определить места и способы ее закрепления.

1.2.3. Моделирование закреплений

В физическом пространстве любая точка имеет три степени свободы — по числу координат в этом пространстве. Твердое тело имеет 6 степеней свободы, т. к. к трем поступательным добавляются еще и три вращательных степени свободы. Моделирование закреплений сводится к ограничению степеней свободы части тела, к заданию перемещений и углов поворота или условий для их определения.

Закрепление — это ограничение одной или нескольких степеней свободы (из шести в общем случае) в заданной точке или сечении.

Особенности моделирования закреплений рассмотрим на примере плоской конструкции, когда в каждой точке можно ограничить две поступательные степени свободы в ее плоскости и одну вращательную относительно оси, перпендикулярной этой плоскости. В зависимости от количества определяемых степеней свободы различают следующие способы закрепления:

- ❑ жесткая заделка, которая ограничивает перемещение и угол поворота;
- ❑ шарнирное закрепление, ограничивающее одно или несколько перемещений;

□ свободный край, на котором перемещения и угол поворота не имеют ограничений.

Если перемещение принимается равным нулю, то в закреплении возникает сила в направлении перемещения, а если ограничивается угол поворота, то в рассматриваемой точке возникает момент. Две силы и момент (в плоском случае), возникающие из-за ограничения перемещений и угла поворота, называются реакциями и определяются из условий равновесия.

Так, жесткое закрепление (рис. 1.10) приводит к возникновению двух реакций и одного момента.

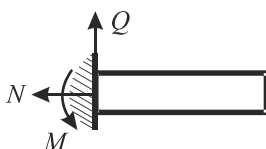


Рис. 1.10. Жесткое закрепление создает две реакции и один момент

В шарнирном закреплении (рис. 1.11, а, б) отсутствует реактивный момент и может еще освобождаться одно из перемещений (рис. 1.11, в, г).

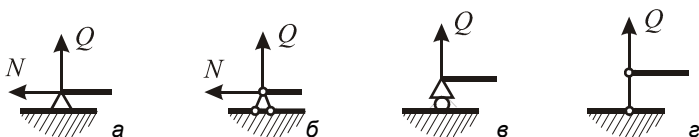


Рис. 1.11. В шарнирном закреплении возникает одна (в, г) или две реакции (а, б)

На свободном крае ограничения на перемещения и углы поворота отсутствуют, поэтому задаются ограничения на силы и момент, которые в этих примерах равны нулю.

1.2.4. Модели нагрузок

Расчет нагрузок является одним из важнейших этапов проектирования любой конструкции.

Нагрузками принято называть внешние силы, действующие на конструкцию или на ее части. К нагрузкам также относятся реактивные силы и моменты, возникающие в узлах крепления.

В большинстве случаев определение нагрузок является самостоятельной и не менее сложной задачей, чем задача о расчете поля напряжений и деформаций по объему конструкции. Сложность расчета нагрузок связана с тем, что из-за разнообразия режимов и условий эксплуатации конструкций и сооружений нагрузки имеют различную физическую природу, а, следовательно, и собственные методы расчета, которые во многих случаях не имеют ничего общего с методами расчета, используемыми в строительной механике, и должны быть объединены в единую расчетную схему.

Для определения нагрузок приходится пользоваться методами расчета из разнородных дисциплин, таких, например, как аэродинамика, газовая динамика, динамика полета, аэрогидроупругость, термодинамика, теплопередача и т. д. Все проблемы, встречающиеся в этих дисциплинах, переходят в область расчета нагрузок, поэтому появляются новые трудности, связанные со стыковкой различных методов расчета. Этим методам можно было бы посвятить отдельную книгу, а здесь в дальнейшем будем считать, что задача определения нагрузок решена, они известны, и их нужно только приложить к конструкции в нужных местах.

Таким образом, для всякого расчета на прочность исходными данными являются:

- чертеж или эскиз конструкции;
- расчетные данные о нагрузках;
- температурные поля внутри конструкции, если ее температура отличается от стандартной температуры.

По характеру воздействия на конструкцию нагрузки можно разделить на следующие три группы:

1. *Объемные или массовые нагрузки* непрерывно распределены по всему объему тела и пропорциональны плотности его материала. К ним относятся силы тяжести, силы инерционного происхождения, силы магнитного притяжения и т. п.
2. *Поверхностные нагрузки* являются результатом взаимодействия тел между собой в зонах контакта или результатом воздействия на тело окружающей среды. Эти нагрузки распределены по поверхности конструкции. Примером поверхностной нагрузки может служить ветровое воздействие на наземное сооружение, давление и трение потока воздуха, который обтекает корпус самолета, давление газов внутри замкнутых объемов и др.
3. *Сосредоточенные силы* — это точно приложенные нагрузки. В качестве примера сосредоточенной нагрузки приведем тягу двигателя самолета, веса