



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

СОВРЕМЕННЫЙ МЕНЕДЖЕР

Школьные олимпиады СПбГУ

УДК 37
ББК 22.1+81.2
С56

Составители: *И. С. Зорин, А. В. Осипов* (математика);
О. Н. Рогоза, О. В. Седова (английский язык)

Рекомендовано к печати
Учебно-методической комиссией ВШМ
Санкт-Петербургского государственного университета

С56 Современный менеджер. Методические указания: учеб.-метод. пособие. — СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2018. — 170 с. (Школьные олимпиады СПбГУ).
ISBN 978-5-288-05816-5

Учебно-методическое пособие посвящено олимпиаде СПбГУ «Современный менеджер», проводимой по трем дисциплинам: математике, английскому языку и обществознанию. Настоящее пособие включает в себя рекомендации по математике и английскому языку.

По математике рассматриваются варианты заданий последних лет, даны ответы и характеристика сложности предлагаемых задач. В части, касающейся английского языка, представлена обобщенная информация о структуре заданий, краткая характеристика типов заданий и общие методические рекомендации по их выполнению. Даны тренировочные задания и тесты с ответами.

Издание предназначено для школьников старших классов, педагогов дополнительного образования и учителей.

УДК 37
ББК 22.1+81.2

ISBN 978-5-288-05816-5

© Санкт-Петербургский
государственный
университет, 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Из истории олимпиады «Современный менеджер»	5
---	---

Часть 1 Математика

Организационно-методические указания	9
Варианты заданий прошлых лет	12
Демонстрационные варианты	34
Ответы	37
Рекомендуемая литература	42

Часть 2 Английский язык

1. Обзор типов заданий Олимпиады с тренировочными упражнениями	45
1.1. Блок «Лексика и грамматика» (Vocabulary and Grammar)	46
Задание «Множественный выбор» (Multiple choice)	46
Задание «Восстановление текста без опорных слов» (Cloze test)	57
Задание «Трансформация» (Sentence transformation)	61
Задание «Заполнение пропусков» (Gap filling)	65
Задание «Выявление грамматической ошибки в предложении» (Error recognition)	80
Задание «Словообразование» (Word formation)	83
Задание «Проверка текста на наличие лишних слов» (Proofreading)	87
1.2. Блок «Чтение» (Reading)	92
Задание «Множественный выбор» (Multiple choice)	92
Задание «Установление множественного соответствия» (Multiple matching)	107
Задание «Заполнение пропусков в тексте» (Gapped text)	119
Задание «Верные-неверные утверждения» (True-False statements)	130
2. Тренировочные тесты	139
3. Ответы	152
3.1. Тренировочные задания	152
3.2. Тренировочные тесты	161
Список использованной литературы	163
Приложение. Описание уровней владения иностранным языком	165

ИЗ ИСТОРИИ ОЛИМПИАДЫ «СОВРЕМЕННЫЙ МЕНЕДЖЕР»

Олимпиада школьников «Современный менеджер» по комплексу предметов (английский язык, математика, обществознание) основана в 2009 году и проводится по решению Ученых Советов СПбГУ и Высшей школы менеджмента СПбГУ. Организатором Олимпиады является Высшая школа менеджмента СПбГУ.

Олимпиада школьников Санкт-Петербургского государственного университета «Современный менеджер» впервые была проведена в 2009 году. Целью Олимпиады было выявление и привлечение наиболее подготовленных, талантливых и профессионально ориентированных абитуриентов, а также создание условий для поддержки одаренной молодежи путем содействия им в профессиональной ориентации, развитие творческих способностей и интереса к научной деятельности у талантливых школьников.

В 2009 году Олимпиада проводилась в один тур в очной форме. Формат проведения предусматривал письменные тесты с заданиями по комплексу общеобразовательных предметов (иностранный язык (английский), математика и обществознание), в том числе требующие от участника дать развернутый ответ. Задания были разработаны методической комиссией Олимпиады на основе федерального стандарта и программ среднего (полного) общего образования по иностранному (английскому) языку, математике и обществознанию. В первой Олимпиаде приняли участие 316 школьников из Санкт-Петербурга, Москвы, 18 регионов России и республики Беларусь. 19 мая 2009 года в рамках ежегодной церемонии вручения премии имени Питера Дракера, объединяющей студентов, выпускников и преподавателей СПбГУ (направление «Менеджмент»), представителей бизнес-сообщества, деятелей искусства и культуры, прошло награждение троих победителей, получивших диплом I степени. Обладателями дипломов II степени стали 27 участников, дипломов III степени 61. В 2009 г. первокурсниками программ бакалавриата, реализуемых в ВШМ СПбГУ стали 49 участников Олимпиады.

С учетом высоких результатов и широкого интереса, вызванного Олимпиадой «Современный менеджер», уже в 2010 году руководством факультета было принято решение кроме Санкт-Петербурга провести

выездные туры в Пятигорске, Кирове, Севастополе, Пскове, Краснодаре, Новороссийске, Апатитах и Мончегорске. Всего в 2010 году в Олимпиаде приняли участие школьники из 15 российских регионов и Латвии.

С 2013–2014 учебного года Олимпиада школьников СПбГУ «Современный менеджер» проводится в два этапа: отборочный и заключительный.

С актуальной информацией об Олимпиаде «Современный менеджер» можно ознакомиться:

- 1) на официальном сайте Олимпиады школьников СПбГУ «Современный менеджер»: <https://olympiada.spbu.ru/index.php/olympiada-shkolnikov/inostrannye-yazyki/53-cat-rus/olympiada/predmety/455-menedzhment>
- 2) на сайте СПбГУ: www.spbu.ru
- 3) в разделе новостей на сайте Высшей школы менеджмента СПбГУ: <http://gsom.spbu.ru/>

В данном пособии представлены методические указания и варианты заданий по двум дисциплинам — математике и английскому языку.

Часть 1

МАТЕМАТИКА

ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Олимпиадное задание по математике состоит из 10 задач по алгебре, основам математического анализа и геометрии. Содержание этих заданий не выходит за рамки соответствующих курсов средней школы, однако они не являются стандартными. Задачи подбираются так, чтобы проверить уровень компетентности участника олимпиады в указанных разделах математики, оценить его логические возможности, уровень аналитического мышления, способности к анализу и принятию решений в нестандартной ситуации.

Организационная часть является стандартной и принята в мировой практике. А именно, каждому зарегистрированному участнику олимпиады на сайте СПбГУ предоставляется «личный кабинет» и в указанные сроки для прохождения заочного тура дается 75 минут (для решения задач и записи ответов). В задачах 9 и 10 на этом этапе записи решений не требуется. Очный тур проводится в Санкт-Петербурге в указанные сроки в Высшей школе менеджмента СПбГУ. Здесь исключаются возможности использования любых материалов, а также электронных вычислительных приборов и средств коммуникаций. Время, отведенное на выполнения задания — 75 минут. Проверка результатов работ школьников осуществляется Жюри олимпиады.

Структура олимпиадной работы. Олимпиадная работа состоит из трех частей (см. образец). В **первой части** (задачи 1–4) абитуриенту (школьнику) предлагается выбрать один правильный ответ из 4-х представленных вариантов. Во **второй части** (задачи 5–8) школьники должны записать полученный ответ в отведенную графу. **Заключительная часть работы** — анализ и решение предлагаемых задач (9, 10) и запись результатов на обратной стороне бланка задания.

Краткая характеристика содержания олимпиадных задач. Задание составлено из 10 задач, для успешного решения которых участник олимпиады должен обладать уверенными знаниями основ алгебры, геометрии и теории элементарных функций.

Представлены задачи сравнения числовых выражений, решения рациональных, трансцендентных, тригонометрических, иррациональных и алгебраических уравнений и неравенств, исследования функций, нахождения их наибольших и наименьших значений. Даются геометрические задачи по планиметрии и стереометрии, нестандартные задачи с параметрами.

Методика и критерии оценки заданий по математике. Олимпиадное задание состоит из десяти задач. Наибольшая итоговая сумма баллов, на которую могут быть оценены ответы на все вопросы заданий при условии отсутствия в них ошибок и неточностей, равна

Время: 75 мин.

Вариант 4

П И И Ф Р :

После номера задачи в скобках указывается количество баллов, которое ставится за задачу.

В задачах 1 - 4 Вам следует обвести в соответствующей графе правильный ответ. (Если Вы случайно выделили не ту клетку, то обведите нужный ответ и напишите его еще раз на полях.)

З а д а ч и		О т в е т ы			
1. (3)	Найдите наибольшее натуральное n такое, что на промежутке $[0; n]$ функция $\frac{13x}{13+x^2}$ возрастает.	1	3	5	13
2. (3)	Сколько целых чисел содержится во множестве решений неравенства $f(g(x)) + g(f(x)) \leq 5$, где $f(x) = 1-x $, а $g(x) = 2x-x^2$?	10	9	8	5
3. (3)	Число $2 \sin \frac{\pi}{10} \cdot \sin \frac{3\pi}{10}$ равно:	$\frac{\sqrt{5}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
4. (3)	Сколько корней имеет уравнение $\log_{1/\pi} x = \operatorname{tg} \pi x$ на промежутке $[0; \pi]$?	2	3	4	5

Часть 2. В задачах 5 – 8 следует записать ответ справа от условия задачи (в пустой графе)

5. (3)	Найдите наименьшее натуральное число, имеющее 12 делителей (считая 1 и само число).	
6. (3)	В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA' и BB' , пересекающиеся в точке O . Известно, что вокруг четырехугольника $A'O B' C$ можно описать окружность. Найдите радиус окружности, описанной вокруг треугольника ABC , если длина стороны AB равна 3.	
7. (4)	Решите неравенство $x + 1 \geq 3\sqrt[3]{x+3}$.	
8. (4)	Отрезок, проходящий через точку пересечения диагоналей и параллельный основаниям, делит площадь трапеции в отношении 7 : 20. Найдите его длину, если меньшее основание равно 3.	

Часть 3. В задачах 9 – 10 следует справа в соответствующей графе написать ответ, однако дополнительно к этому на обратной стороне листа следует записать решение

9. (4)	Через центр нижнего основания единичного куба и середины двух смежных ребер верхнего основания проведена плоскость. В каком отношении она делит объем куба?	
10. (4)	Найдите наименьшее значение функции $y = 3 \cos 4x + 8 \sin^4 x$.	

Образец олимпиадного задания

34 баллам. Подсчет итоговой оценки осуществляется путем суммирования баллов, выставленных жюри за ответы на каждый из вопросов задания. При этом правильный выбор ответа на каждый из вопросов 1–4 оцениваются в 3 балла. Правильный ответ в задачах 5–6 оценивается в 3 балла, а в задачах 7 и 8 — в 4 балла. Задачи 9 и 10 оцениваются от 0 до 4 баллов. При оценке решений задач 9 и 10 учитывается не только ответ, но и ход решения задачи, при этом не критические арифметические ошибки не снижают оценки.

Отметим, что в вариантах заданий прошлых лет, представленных ниже, баллы за задачи проставлены в бланках заданий; в тех вариантах, где их нет, читателю предоставляется право выбрать их значения при условии, что общая сумма баллов равна 34.

Об ошибках участников олимпиады при выполнении заданий. Часто даже хорошо подготовленный школьник не показывает достойного результата из-за нерационального использования времени, отведенного на выполнение задания, ошибок в записи ответов.

По-существу, встречаются трудности при тождественных алгебраических преобразованиях, теряются или приобретаются решения уравнений при неравносильных переходах, неправильно используется метод интервалов при решении неравенств. При решении задач планиметрии и стереометрии часто неправильно используются свойства стандартных фигур.

Методические рекомендации к выполнению олимпиадного задания. Во-первых, что участнику олимпиады необходимо внимательно прочитать условия задач предлагаемого варианта задания. Во-вторых, определить для себя задачи, доступные для решения. В-третьих, оценить время для их решения и проверки. Наконец, учитывая, что на всю работу отведено 75 минут, выбрать порядок выполнения задач для того, чтобы набрать большее количество баллов.

План решения конкретной задачи предлагается принять следующим:

- понять условие задачи, отметить ограничения, если необходимо,
- формализовать задачу (ввести новые обозначения и т. п.),
- упростить задачу, применив равносильные преобразования,
- найти решения упрощенной задачи,
- вернуться к исходной задаче и сопоставить результаты с ограничениями,
- сформулировать правильный ответ и провести проверку.

При выполнении пунктов 1–8 олимпиадного задания рекомендуется кратко записывать на черновике решения (иначе при проверке, возможно, придется заново искать решение). Для записи решения в задачах 9 и 10, наоборот, лучше черновик не использовать.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПРОШЛЫХ ЛЕТ

Тест № 14-1

1. (2 балла) — Укажите наибольшее из чисел: $\log_3 7$; $\log_{0,2} 0,5$; $\log_{0,4} 2$; $\log_2 5$

2. (2 балла) — Найдите наибольшее значение функции $3^x - 3^{3x+1}$ на промежутке $[-3; 3]$: $-\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. (2 балла) — Число $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{2\pi}{5}\right)}{\sin\left(3\pi + \frac{2\pi}{5}\right)}$ равно: $-\frac{1}{2}$; -1 ; 0 ; 1

4. (2 балла) — В треугольнике со сторонами 5, 6 и 7 радиус вписанной окружности равен: $\frac{3}{2}$; $\frac{2\sqrt{6}}{3}$; $\frac{5\sqrt{5}}{6}$; 2

5. (3 балла) — Укажите область определения функции $y = \sqrt{x(x+2)^2 + \log_3(5-x)}$.

6. (3 балла) — Решите неравенство $\sqrt{x^2 - \frac{2}{7}x} < \sqrt{\frac{2}{5}x + 1}$.

7. (4 балла) — В арифметической прогрессии все члены положительны и сумма первых пяти членов в десять раз больше первого члена. На сколько процентов третий член меньше четвертого?

8. (4 балла) — Решите неравенство $|x^2 + 3x| > x^2 + 3x + 4$.

9. (6 баллов) — Найдите двугранный угол при боковом ребре правильной четырехугольной пирамиды, если боковая грань наклонена к плоскости основания под углом 45° .

10. (6 баллов) — При каких значениях параметра a уравнение $3\sin^2(2x - a) + 2\cos(2x - a) = a$ имеет решение?

Тест № 14-2

1. (2 балла) — Найдите наименьшее значение функции $\sqrt{1-x} + \sqrt{2-x} - \sqrt{4-3x}$: 0 ; $-1/3$; $1 - \sqrt{2}$; $1 - \sqrt{3}$

2. (2 балла) — Сколько целых чисел удовлетворяют неравенству $f(f(x)) > f(g(x))$, где $f(x) = x + 2^x$, а $g(x) = \log_2(3-x)$?: ∞ ; 0 ; 1 ; 2

3. (3 балла) — Число $\arctg \frac{1}{3} + \arctg \frac{1}{5} + \arctg \frac{3}{11}$ равно: $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$

4. (3 балла) — Сколько корней имеет уравнение $\tg \pi x = \log_2 \frac{\pi}{x}$ на $(0; 3\pi]$?: 8 ; 9 ; 10 ; 12

5. (4 балла) — Найдите сумму трех натуральных чисел, если известно, что она делится на 5 и в пять раз меньше произведения этих же чисел.

6. (4 балла) — При каких значениях параметра q уравнение $\log_x(x/q) = q$ имеет целочисленные решения?

7. (5 баллов) — При каких целых b уравнение $\cos(1-x) + \cos(2-x) + \cos(3-x) = b$ имеет решение?

8. (5 баллов) — $ABCD$ — прямоугольник, площадь которого равна 42. Q — середина стороны CD . Точка P находится на стороне AB и делит ее в отношении $2:1$, считая от вершины A . Отрезки PQ и AC пересекаются в точке O . Найдите площадь четырехугольника $OCBP$.

9. (6 баллов) — В единичном кубе $ABCD A'B'C'D'$ точка P лежит на диагонали BD' и делит ее в отношении $1:2$, считая от вершины B . Через точку P перпендикулярно к диагонали проведена плоскость. Найдите площадь получившегося сечения.

10. (6 баллов) — При каком a функция $y = \frac{\sqrt{x-a}}{x+3}$ принимает в точке $x_0 = 3a$ свое наибольшее значение?

Тест № 14-3

1. (2 балла) — Укажите наименьшее из чисел: $\log_6 5$; $\log_6 12$; $\log_5 10$; $\log_{0.2} 0,6$

2. (2 балла) — Найдите наибольшее значение функции $3 \cdot 3^x - 3^{3x}$ на промежутке $[-3; 3]$: 1 ; $\frac{8}{9}$; 2 ; $\frac{4}{\sqrt{3}}$

3. (2 балла) — Число $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{7}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\pi + \frac{3\pi}{7}\right)$ равно: $-\frac{1}{2}$; -1 ; 0 ; 1

4. (2 балла) — В треугольнике со сторонами 9, 8 и 7 радиус описанной окружности равен: $\frac{3}{2\sqrt{21}}$; $\frac{12\sqrt{5}}{7}$; $\frac{21}{2\sqrt{5}}$; $5, 2$

5. (3 балла) — Укажите область определения функции $y = \operatorname{tg} \pi x + \log_x(3x - x^2)$.

6. (3 балла) — Решите неравенство $\frac{7}{7x^2 - 9x} > \frac{2}{5x - 2}$.

7. (4 балла) — В геометрической прогрессии все члены положительны и сумма первых четырех членов в пятнадцать раз больше четвертого члена. На сколько процентов второй член прогрессии меньше первого?

8. (4 балла) — Решите неравенство $|x^2 - x| < |x^2 - 3x|$.

9. (6 баллов) — Найдите объем правильной треугольной призмы, если известно, что в нее можно вписать шар радиуса 1.

10. (6 баллов) — При каких значениях параметра a уравнение $4 \sin(3x + 2a) + 3 \cos^2(3x + 2a) = a$ имеет решение?

Тест № 14-4

1. (2 балла) — Укажите наибольшее из чисел: $\log_{0,2} 3$; $\log_{0,3} 4$; $\log_{0,4} 5$; $\log_{0,5} 6$

2. (2 балла) — Найдите наибольшее значение функции $\frac{\sqrt{x-4}}{x}$: $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. (2 балла) — Число $\frac{1}{\cos 100^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\sin 100^\circ}$ равно: 0; -1; $-2\sqrt{3}$; -4

4. (2 балла) — В треугольнике со сторонами 4, 5 и 6 длина биссектрисы, проведенной к средней стороне, равна: $\frac{15}{2}$; $\frac{3\sqrt{6}}{2}$; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{21}$

5. (3 балла) — Укажите область определения функции $y = \sqrt{x^3 + 4x^2 + 4x} + \log_4(4 - x)$.

6. (3 балла) — Решите неравенство $\log_{|x|}(x + 1) \leq 1$.

7. (4 балла) — В равнобедренной трапеции диагональ длины $\sqrt{3}$ наклонена к основанию под углом 30° , а верхнее основание вдвое меньше нижнего. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.

8. (4 балла) — Решите уравнение $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x+3}$.

9. (6 баллов) — Найдите площадь сечения правильного тетраэдра, все ребра которого равны 1, плоскостью, проходящей через середины двух ребер тетраэдра и касающейся вписанного в тетраэдр шара.

10. (6 баллов) — При каких значениях параметра a уравнение $\sin 3x + \sin^3 x = a$ имеет решение?

Тест № 14-5

1. (2 балла) — Укажите наибольшее из чисел: $\log_{0,2} 3$; $\log_3 0,4$; $\log_4 0,5$; $\log_5 0,6$

2. (2 балла) — Найдите наибольшее значение функции $\frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2}$: $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$

3. (2 балла) — Число $\frac{1}{2 \cos 100^\circ} + 2 \cos 20^\circ$ равно: 0; -1; $-2\sqrt{3}$; -4

4. (2 балла) — В треугольнике со сторонами 5, 7 и 8 длина медианы, проведенной к большей стороне, равна: $\frac{15}{2}$; $\frac{3\sqrt{6}}{2}$; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{21}$

5. (3 балла) — Укажите область определения функции $y = \sqrt{6x^2 - x^3 - 9x} + \log_3(x + 3)$.

6. (3 балла) — Решите неравенство $\log_{x+1} |x| \geq 1$.

7. (4 балла) — В равнобедренной трапеции диагональ равна 2, а площадь равна $\sqrt{3}$. Найдите угол между диагоналями трапеции.

8. (4 балла) — Решите уравнение $\sqrt{2-x} + \sqrt{3-x} = \sqrt{4-x}$.

9. (6 баллов) — Найдите площадь сечения единичного куба плоскостью, проходящей через середины двух ребер куба и касающейся вписанного в куб шара.

10. (6 баллов) — При каких значениях параметра a уравнение $\cos 3x - \cos^3 x = a$ имеет решение?

Тест № 14-6

1. (2 балла) — Укажите наименьшее из чисел: $\log_6 5$; $\log_6 12$; $\log_5 10$; $\log_{0,2} 0,6$

2. (2 балла) — Найдите наибольшее значение функции $3 \cdot 3^x - 3^{3x}$ на промежутке $[-3; 3]$: 1 ; $\frac{8}{9}$; 2 ; $\frac{4}{\sqrt{3}}$

3. (2 балла) — Число $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{7} \right) \cdot \operatorname{tg} \left(\pi + \frac{3\pi}{7} \right)$ равно: $-\frac{1}{2}$; -1 ; 0 ; 1

4. (2 балла) — В треугольнике со сторонами 9, 8 и 7 радиус описанной окружности равен: $\frac{3}{2\sqrt{21}}$; $\frac{12\sqrt{5}}{7}$; $\frac{21}{2\sqrt{5}}$; $5, 2$

5. (3 балла) — Укажите область определения функции $y = \operatorname{ctg} \pi x + \log_x (3x - x^2)$.

6. (3 балла) — Решите неравенство $\frac{7}{7x^2 - 9x} > \frac{2}{5x - 2}$.

7. (4 балла) — В геометрической прогрессии все члены положительны и сумма первых четырех членов в пятнадцать раз больше четвертого члена. На сколько процентов второй член прогрессии меньше первого?

8. (4 балла) — Решите неравенство $|x^2 - x| < |x^2 - 3x|$.

9. (6 баллов) — Найдите объем правильной треугольной призмы, если известно, что в нее можно вписать шар радиуса 1.

10. (6 баллов) — При каких значениях параметра a уравнение $4 \sin(3x + 2a) + 3 \cos^2(3x + 2a) = a$ имеет решение?

Тест № 14-7

1. (2 балла) — Укажите наибольшее из чисел: $\log_{0,2} 3$; $\log_{0,3} 4$; $\log_{0,4} 5$; $\log_{0,5} 6$

2. (2 балла) — Найдите наибольшее значение функции $\frac{\sqrt{x-4}}{x}$: $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. (2 балла) — Число $\frac{1}{\cos 100^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\sin 100^\circ}$ равно: 0 ; -1 ; $-2\sqrt{3}$; -4

4. (2 балла) — В треугольнике со сторонами 4, 5 и 6 длина биссектрисы, проведенной к средней стороне, равна: $\frac{15}{2}$; $\frac{3\sqrt{6}}{2}$; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{21}$

5. (3 балла) — Укажите область определения функции $y = \sqrt{x^3 + 4x^2 + 4x} + \log_4(4 - x)$.

6. (3 балла) — Решите неравенство $\log_{|x|}(x + 1) \leq 1$.

7. (4 балла) — В равнобедренной трапеции диагональ длины $\sqrt{3}$ наклонена к основанию под углом 30° , а верхнее основание вдвое меньше нижнего. Найдите радиус окружности, описанной около трапеции.

8. (4 балла) — Решите уравнение $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} = \sqrt{x+3}$.

9. (6 баллов) — Найдите площадь сечения правильного тетраэдра, все ребра которого равны 1, плоскостью, проходящей через середины двух ребер тетраэдра и касающейся вписанного в тетраэдр шара.

10. (6 баллов) — При каких значениях параметра a уравнение $\sin 3x + \sin^3 x = a$ имеет решение?

Тест № 14-8

1. (2 балла) — Укажите наибольшее из чисел: $\log_2 0,3$; $\log_3 0,4$; $\log_4 0,5$; $\log_5 0,6$

2. (2 балла) — Найдите наибольшее значение функции $\frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x^2}$: $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$

3. (2 балла) — Число $\frac{1}{2 \cos 100^\circ} + 2 \cos 20^\circ$ равно: 0; -1; $-2\sqrt{3}$; -4

4. (2 балла) — В треугольнике со сторонами 5, 7 и 8 длина медианы, проведенной к большей стороне, равна: $\frac{15}{2}$; $\frac{3\sqrt{6}}{2}$; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{21}$

5. (3 балла) — Укажите область определения функции $y = \sqrt{6x^2 - x^3 - 9x} + \log_3(x + 3)$.

6. (3 балла) — Решите неравенство $\log_{x+1} |x| \geq 1$.

7. (4 балла) — В равнобедренной трапеции диагональ равна 2, а площадь равна $\sqrt{3}$. Найдите угол между диагоналями трапеции.

8. (4 балла) — Решите уравнение $\sqrt{2-x} + \sqrt{3-x} = \sqrt{4-x}$.

9. (6 баллов) — Найдите площадь сечения единичного куба плоскостью, проходящей через середины двух ребер куба и касающейся вписанного в куб шара.

10. (6 баллов) — При каких значениях параметра a уравнение $\cos 3x - \cos^3 x = a$ имеет решение?

Тест № 14-9

1. (2 балла) — Найдите наименьшее значение функции $\sqrt{2+x} + \sqrt{3+x} - \sqrt{7+3x}$: 0; $-1/2$; $1 - \sqrt{2}$; $1 - \sqrt{3}$

2. (2 балла) — Сколько целых чисел содержится во множестве решений неравенства $f(f(x)) \leq f(g(x))$, где $f(x) = x + \log_2 x$, а $g(x) = \frac{1}{x}$?:
 ∞ ; 0; 1; 2

3. (3 балла) — Число $\arctg \frac{1}{2} + \arctg \frac{1}{5} + \arctg \frac{1}{8}$ равно: $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$

4. (3 балла) — Сколько корней имеет уравнение $2 \cos \pi x = \log_{\pi} x$ на $(0; 10]$?: 8; 9; 10; 12

5. (4 балла) — Найдите наименьшее возможное значение суммы трех натуральных чисел, если известно, что она в два раза меньше произведения этих же чисел.

6. (4 балла) — При каких значениях натурального параметра p уравнение $\log_x(px) = p$ не имеет целочисленных решений?

7. (5 баллов) — При каких целых a уравнение $\sin(1+x) + \sin(2+x) + \sin(3+x) = a$ имеет решение?

8. (5 баллов) — $ABCD$ — прямоугольник, площадь которого равна 40. Q — середина стороны CD . Точка P находится на стороне AD и делит ее в отношении $2:1$, считая от вершины A . Отрезки PQ и BD пересекаются в точке O . Найдите площадь четырехугольника $OQCB$.

9. (6 баллов) — В единичном кубе $ABCD A'B'C'D'$ через середину диагонали AC' перпендикулярно к ней проведена плоскость. Найдите площадь получившегося сечения.

10. (6 баллов) — При каком a функция $y = \frac{x}{x^2 - 3a}$ принимает в точке $x_0 = a$ свое наименьшее значение?

Тест № 14-10

1. (2 балла) — Найдите наименьшее значение функции $|2x+7| - |x+3| - |x+4|$: -1; -2; -3; -4

2. (2 балла) — Сколько целых чисел содержится во множестве решений неравенства $f(g(x)) \geq 0$, где $f(x) = 2 - |1-x|$, а $g(x) = |2-x| - 3$?:
0; 5; 10; 20

3. (3 балла) — Число $\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) + \operatorname{tg} \frac{\pi}{7}\right) \cdot \sin\left(\pi - \frac{2\pi}{7}\right)$ равно: 2; 1; 0; -1

4. (3 балла) — Сколько корней имеет уравнение $2 \cos \pi x = \log_2 \frac{x}{\pi}$ на промежутке $[0; 10]$?: 8; 9; 10; 12

5. (4 балла) — Найдите сумму трех четных натуральных чисел, если известно, что она в четыре раза меньше произведения этих же чисел.

6. (4 балла) — При каких значениях p из промежутка $[3; 5]$ неравенство $\log_{1/x}(p-x) > 1$ имеет целочисленное решение?

7. (5 баллов) — Решите неравенство $x + \frac{4}{x} \geq 4 \cos \frac{\pi x}{2}$.

8. (5 баллов) — $ABCD$ — прямоугольник, площадь которого равна 48. Точка Q — середина стороны BC . Отрезки AQ и BD пересекаются в точке O . Найдите площадь четырехугольника $QODC$.

9. (6 баллов) — В кубе $ABCD A' B' C' D'$ точка P лежит на ребре AA' и при этом $A'P : PA = 1 : 2$. Через точки B , D' и P проведена плоскость. Под каким углом к плоскости основания она наклонена?

10. (6 баллов) — При каком a наименьшее значение функции $y = \sqrt{5 - a^2 + (x - a)^2}$ достигается в точке $x_0 = 1$?

Тест № 15-1

1. (3 балла) — Найдите наибольшее целое число, не превосходящее наибольшего значения функции $\sin(1 + x) + \sin(2 + x) + \sin(3 + x)$: 3; 2; 1; 0

2. (3 балла) — Сколько целых чисел содержится во множестве решений неравенства $f(g(x)) \leq 1$, где $f(x) = |x - 3|$, а $g(x) = |x - 2|$?: 3; 4; 5; 6

3. (3 балла) — Число $\cos^2 x + \cos^2 2x + \dots + \cos^2 nx$ при $x = \frac{\pi}{5}$, $n = 10$, равно: 5; 4; 3; 1

4. (3 балла) — Сколько корней имеет уравнение $\sin \pi x = \frac{1}{x}$ на промежутке $(0; \pi]$?: 4; 3; 2; 1

5. (3 балла) — Найдите радиусы окружностей, вписанных в треугольники, образованные разбиением треугольника со сторонами 3, 4, 5 медианой, выпущенной из прямого угла.

6. (3 балла) — Какое наибольшее количество целых чисел может содержать область определения функции $f(x) = \log_{x-a^2}(5a - x)$?

7. (4 балла) — Решите неравенство $\frac{\pi}{6} < \arcsin(x - 1) < \frac{2\pi}{3}$.

8. (4 балла) — $ABCD$ — трапеция, основания AD и BC которой равны, соответственно, 2 и 6. В каком отношении делит площадь трапеции прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей параллельно основаниям?

9. (4 балла) — В единичном кубе $ABCD A' B' C' D'$ проведите сечение через точку D' и середины ребер AB и BC . Найдите его площадь.

10. (4 балла) — Найдите наименьшее значение функции $y = \sin^2 x + \sin 2x + 5 \cos^2 x$.

Тест № 15-2

1. (3 балла) — Найдите наименьшее целое число, которое не меньше наименьшего значения функции $\cos(3 - x) - \cos(2 - x) + \cos(1 - x)$: -2; -1; 0; 1

2. (3 балла) — Сколько целых чисел содержится во множестве решений неравенства $g(f(x)) < 5$, где $f(x) = |x + 3|$, а $g(x) = |x + 2|$? 2; 3; 4; 5

3. (3 балла) — Число $\cos^3 \frac{\pi}{7} + \cos^3 \frac{3\pi}{7} + \cos^3 \frac{5\pi}{7} + \dots + \cos^3 \frac{13\pi}{7}$ равно: 0; 1; 2; -1

4. (3 балла) — Сколько корней имеет уравнение $\cos \pi x = \frac{1}{x+1}$ на промежутке $(-1; \pi]$? 5; 4; 3; 2

5. (3 балла) — Найдите радиусы окружностей, вписанных в треугольники, образованные разбиением треугольника со сторонами 8, 15, 17 медианой, выпущенной из прямого угла.

6. (3 балла) — Какое наибольшее количество целых чисел может содержать область определения функции $g(x) = \log_{3+4a-x}(x - a^2)$?

7. (4 балла) — Решите неравенство $|\arccos(x + 1)| \leq \frac{\pi}{3}$.

8. (4 балла) — $KLMN$ — трапеция, основания KN и LM которой равны, соответственно, 4 и 8. В каком отношении делит площадь трапеции прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей параллельно основаниям?

9. (4 балла) — В единичном кубе $ABCD A' B' C' D'$ проведите сечение через точки A , C' и точку P , которая лежит на ребре BB' и делит его в отношении 1 : 3, считая от вершины B . Найдите его площадь.

10. (4 балла) — Найдите наибольшее значение функции $y = 5 \sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x$.

Тест № 15-3

1. (3 балла) — Найдите наибольшее из чисел: $\sin 1$, $\cos 2$, $\operatorname{tg} 3$, $\operatorname{ctg} 4$

2. (3 балла) — Сколько целых чисел содержится во множестве решений неравенства $\sqrt{x+1} \leq \frac{6}{\sqrt{x+6}}$? 3; 4; 5; 6

3. (3 балла) — Число $\frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} 20^\circ}{\operatorname{tg} 10^\circ \operatorname{tg} 50^\circ}$ равно: 2; 3; 4; 5

4. (3 балла) — Сколько корней имеет уравнение $\cos \pi x + |2x| = 1$? 5; 4; 3; 2

5. (3 балла) — Диагональ трапеции делит ее площадь в отношении 2 : 1, а отрезок, соединяющий боковые стороны и проходящий через точку пересечения диагоналей параллельно основаниям, равен 2. Найдите основания.

6. (3 балла) — Решите уравнение $3x^2 - x = 2\sqrt{(x^2 + 1)(x + 3)}$.

7. (4 балла) — Решите уравнение $\arccos x + \arcsin(x - 1) = 0$.

8. (4 балла) — Последовательность x_n задана условиями: $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \frac{x_n^2}{n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$ Каково минимальное n , при котором $x_n < 0,001$?