

М.Д. Подскребко

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Практикум
по решению задач



ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВУЗОВ

М.Д. Подскребко

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Практикум
по решению задач

Допущено
Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений
по техническим специальностям



Минск
«Вышэйшая школа»
2009

УДК 539.3/.6(075.8)

ББК 22.251я73

П 61

Рецензенты: кафедра сопротивления материалов машиностроительно-го профиля Белорусского национального технического университета; доктор технических наук, профессор кафедры инженерной графики и технической механики Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники *В.М. Сурин*

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или любой ее части не может быть осуществлено без разрешения издательства.

Подскребко, М. Д.

П 61 Сопротивление материалов. Практикум по решению задач : учеб. пособие / М. Д. Подскребко. — Минск : Выш. шк., 2009. — 688 с. : ил.

ISBN 978-985-06-1458-2.

Содержит материал по всем основным разделам курса «Сопротивление материалов». В начале каждого раздела кратко приводятся основные положения теории и перечень формул, необходимых для решения задач, рассматриваемых в данной главе. Предлагаемые примеры сопровождаются подробными пояснениями общего метода решения, разбором различных приемов, способствующих развитию инженерного мышления. В конце каждой главы приводятся вопросы и задания для самоконтроля. Содержит все необходимые для расчетов справочные материалы.

Для студентов инженерных специальностей вузов. Будет полезно преподавателям вузов и колледжей, инженерам-механикам.

УДК 539.3/.6(075.8)

ББК 22.251я73

Учебное издание

Подскребко Михаил Данилович

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Практикум по решению задач

Учебное пособие

Редактор *А.В. Новикова*. Художественный редактор *В.А. Ярошевич*. Технический редактор *Н.А. Лебедевич*. Корректоры *В.П. Шкредова, Т.К. Хваль*. Компьютерная верстка *Ю.Л. Шибаевой*.

Подписано в печать 23.03.2009. Формат 84×108/32. Бумага офсетная. Гарнитура «Нimbus». Офсетная печать. Усл. печ. л. 36,12. Уч.-изд. л. 34,5. Тираж 1500 экз. Заказ 1111.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Вышэйшая школа”».

ЛИ № 02330/0494062 от 03.02.2009. Пр. Победителей, 11, 220048, Минск.

<http://vshph.com>

Открытое акционерное общество «Барановичская укрупненная типография».

ЛП № 02330/0131659 от 02.02.2006. Ул. Советская, 80, 225409, Барановичи.

ISBN 978-985-06-1458-2

© Подскребко М.Д., 2009

© Издательство «Вышэйшая школа», 2009

ПРЕДИСЛОВИЕ

Решение задач при изучении курса «Сопротивление материалов» способствует пониманию и закреплению теоретического материала, развитию инженерного мышления и интуиции, освоению методов расчета элементов конструкций и деталей машин на прочность, жесткость и устойчивость.

Предлагаемое руководство к решению задач является учебным пособием, главная цель которого помочь изучающим сопротивление материалов глубже понять теоретический материал, выработать необходимые навыки решения прикладных задач, «умение прилагать знания к делу» (А.Н. Крылов), а также облегчить самостоятельное изучение тем, не рассматриваемых на занятиях.

Отличительная особенность издания — его практическая направленность. Оно охватывает все основные темы курса «Сопротивление материалов». По темам приведены задачи с подробным описанием методики решения, контролем и анализом результатов. Все задачи подобраны так, чтобы они хорошо иллюстрировали теоретические положения курса и имели практическую значимость, раскрывали пути экономии материала, влияние параметров на работоспособность деталей. Некоторые задачи являются расчетными схемами конкретных элементов конструкций. В отдельных случаях решение выполнено различными методами, что, по мнению автора, должно способствовать расширению кругозора студентов. По каждой теме даются необходимые сведения из теории и основные расчетные формулы, а также вопросы для самоконтроля знаний. Ответы на контрольные вопросы позволяют изучающему оценить, как он усвоил теоретические положения и может ли применить их к решению технических задач на практике. При решении задач, если нет специальной оговорки, материал считается линейно-упругим; часто используемые в задачах характеристики материалов даны в начале пособия.

Считаю долгом выразить благодарность рецензентам: доктору физико-математических наук, профессору Ю.В. Василевичу и доктору технических наук, профессору В.М. Сурину, тщательно прочитавшим рукопись и сделавшим много ценных замечаний и предложений, которые, безусловно, способствовали улучшению текста пособия. Приношу благодарность В.С.Алисионов за помощь при подготовке рукописи к печати.

Автор

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Задачи курса «Сопротивление материалов»

Сопротивление материалов — это наука, занимающаяся разработкой инженерных методов расчета типичных деталей машин и элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.

Прочностью называется способность деталей машин и элементов конструкций воспринимать внешние нагрузки без разрушения.

Жесткостью называется способность деталей и элементов конструкций сопротивляться изменению первоначальных размеров и формы, вызываемых действием внешних нагрузок.

Устойчивостью называется способность конструкций сохранять под нагрузкой первоначальную форму равновесия.

Изложение методов расчета на прочность, жесткость и устойчивость составляет основную задачу курса «Сопротивление материалов».

Под действием внешних нагрузок твердое тело изменяет свою форму и размеры — деформируется. Конечным результатом деформации может быть разрушение элементов конструкции или недопустимое искажение их формы, когда дальнейшая эксплуатация конструкции становится невозможной. Обеспечить нормальную работу можно только выбором соответствующего материала и расчетом поперечных размеров элементов конструкции в зависимости от величины и характера действующих сил.

Создавая любую конструкцию, необходимо обеспечить ее прочность и надежность при минимальной материалоемкости. Увеличение размеров деталей по сравнению с необходимыми излишне увеличивает материалоемкость.

Таким образом, создание совершенных конструкций машин и инженерных сооружений невозможно без использования современных методов расчета, без глубоких знаний природы и свойств материала. Это требует резкого повышения качества подготовки инженерных кадров, способных решать выдвигаемые практикой новые технические задачи.

В настоящее время определились два принципиально различных метода расчета на прочность: *расчет по допускаемым напряжениям* и *расчет по предельным нагрузкам*, или по несущей способности.

В первом методе прочность элемента конструкции считается исчерпанной, если даже в одной его точке напряжения превышают допускаемые или появляются пластические деформации.

Во втором методе прочность считается исчерпанной, когда нагрузка достигает предельного значения, при котором конструкция перестает удовлетворять функциональному назначению. В предельном состоянии в элементах конструкции пластические деформации охватывают весь объем элемента или отдельные его сечения. **По второму методу рассчитывать на прочность можно только конструкции из пластичных материалов при статическом действии нагрузок.**

На практике под термином «расчет на прочность» понимается ограничение наибольшего расчетного напряжения величиной допускаемого напряжения, а под термином «расчет на жесткость» — ограничение наибольшей упругой деформации допускаемым значением.

Соппротивление материалов является общеинженерной дисциплиной, составляющей основу технического образования инженера любой специальности. Без фундаментальных знаний этой дисциплины нельзя проводить никакой инженерно-проектной работы.

В сопротивлении материалов рассматриваются задачи, в которых главное значение имеют свойства материалов, а законы движения тела как жесткого целого считаются несущественными. Необходимость довести решение практической задачи до числового результата часто приводит к использованию различных приближенных приемов.

Задача заключается не только в том, чтобы создать метод расчета элемента конструкции, но также в том, чтобы дать правильное объяснение полученным закономерностям, оценить надежность и практическую пригодность конструкции.

1.2. Расчетная схема и основные принципы

В сопротивлении материалов расчет реального объекта (детали машины, элементы конструкции) начинается с выбора расчетной схемы. Реальный объект, освобожденный от несущей способности.

щественных факторов, называется *расчетной схемой*. В учебном курсе сопротивления материалов расчетные схемы считаются заданными, полученными в результате идеализации и пренебрежения несущественными особенностями реального объекта.

Расчетная схема включает в себя модель материала, модель формы и модель нагружения.

Материал в сопротивлении материалов в отличие от физики рассматривается как сплошная среда, заполняющая весь объем тела без пустот и разрывов. Среда считается идеально линейно-упругой, однородной и изотропной, имеющей свойства, одинаковые с реальным материалом. Под однородностью понимается независимость свойств среды от размеров выделенной частицы. Под изотропностью понимается одинаковость упругих свойств материала по всем направлениям, проведенным из любой точки тела. Понятие сплошной среды позволяет при решении задач пользоваться аппаратом дифференциального и интегрального исчислений.

При расчете геометрическая форма деталей машин и элементов конструкций приводится к схеме бруса, оболочки и пластины.

Брусом называется тело, у которого один размер (длина) много больше двух других. Брус с прямолинейной геометрической осью называется *стержнем*. Брус, работающий на изгиб, называется *балкой*. Поперечные сечения брусьев могут быть в виде квадрата, круга, прямоугольника, двутавра, швеллера и т.д.

Оболочкой называется тело, ограниченное криволинейной поверхностью, у которого один размер (толщина) меньше двух других.

Плоская оболочка называется *пластиной*.

Внешние воздействия на конструкцию могут быть силовыми (нагрузки), температурными (нагрев или охлаждение) и другими воздействиями химического или физического характера. В общем курсе сопротивления материалов главным образом изучаются силовые и температурные воздействия. Внешние нагрузки (силы и пары сил), действующие на рассматриваемый объект, являются количественной мерой механического взаимодействия объекта с окружающими телами или внешней средой, такой как газ, жидкость и т.д. Внешние силы делятся на поверхностные и объемные.

Поверхностные силы распределяются по поверхности или линии, характеризуются интенсивностью и имеют размерность силы, деленной на площадь или длину:

$$q(B) = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_q}{\Delta A}; \quad p(B) = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta F_l}{\Delta l}, \quad (1.1)$$

где $\Delta F_q, \Delta F_l$ — соответственно равнодействующие поверхностных сил, распределенных на элементе поверхности ΔA или на элементе длины Δl , выделенных около точки B .

Согласно формуле (1.1) равнодействующие поверхностных сил, приложенных к конечной поверхности A или конечному отрезку l , будут равны

$$F_A = \int_A q dA; \quad F_l = \int_l p dl. \quad (1.2)$$

Когда $q = \text{const}$ и $p = \text{const}$, формулы (1.2) принимают вид

$$F_A = q \cdot A; \quad F_l = p \cdot l. \quad (1.3)$$

Объемные силы приложены к каждой частице тела. Это силы тяжести, силы инерции и др.

При расчете балок и стержневых систем — объемные силы заменяют распределенной по длине нагрузкой. Если объемной силой является сила тяжести, то равнодействующая объемных сил, распределенных по длине l , равна

$$G = \int_l p dl, \quad (1.4)$$

где p — интенсивность равномерно распределенной нагрузки от собственного веса; G — вес балки; l — длина балки.

Согласно формуле (1.4) интенсивность

$$p = G / l = (\gamma A l) / l = \gamma A.$$

Если объемной силой является сила инерции, то равнодействующая объемных сил, распределенных по длине l , равна

$$F_u = \int_l p_u dl, \quad (1.5)$$

где p_u — интенсивность распределенной инерционной нагрузки. Согласно формуле (1.5) интенсивность p_u будет равна

$$p_u = \frac{F_u}{l} = \frac{\gamma A l}{g l} a = \frac{\gamma A}{g} a,$$

где g — ускорение силы тяжести; a — ускорение, с которым движется балка.

Когда размеры площади, на которую действуют поверхностные силы, малы по сравнению с размерами тела, то поверхностные силы заменяют одной силой, которую называют *сосредоточенной* и считают приложенной в точке. Таким образом, сосредоточенная сила и силы, распределенные по линии, представляют схематизацию в системе сил, являются моделями реальных поверхностных сил, удобными для расчета. В модели нагружения учитывается также характер изменения внешних сил во времени. По характеру приложения нагрузки делятся на статические и динамические.

Нагрузки, возрастание которых от нуля до максимального значения происходит так медленно, что силами инерции от перемещения частиц тела пренебрегают, называются *статическими*. При статическом нагружении всегда существует равновесие между действующей нагрузкой и упругими силами сопротивления, возникающими в теле.

Нагрузки, вызывающие значительные ускорения частиц тела, называются *динамическими*. При динамическом нагружении возникают силы инерции, сопоставимые с максимальным значением нагрузки, которыми пренебречь нельзя. Под действием динамической нагрузки движение тела совершается с ускорением или происходит удар, представляющий собой физическое явление, связанное с резким изменением скоростей точек тела за очень малый промежуток времени. В процессе удара твердых тел возникают, а затем исчезают, большие ударные силы (рис. 1.1). Как правило, длительность возрастания ударных сил больше длительности их убывания.

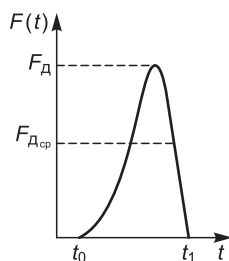


Рис. 1.1

Запишем выражение для ударного импульса:

$$S = \int_{t_0}^{t_1} F(t) dt, \quad (1.6)$$

где $F(t)$ — неизвестная ударная сила; t_0 и t_1 — время начала и конца удара соответственно.

Импульс S равен площади, ограниченной графиком изменения ударной силы, и может считаться неизменным и конечным.

Используя теорему о среднем интегрального исчисления, выражение (1.6) можно записать так:

$$S = F_{\text{дср}} (t_1 - t_0),$$

где $F_{\text{дср}}$ — среднее значение силы за время удара.

Принимая $F_{\text{д}} = 2F_{\text{дср}}$, получим $F_{\text{д}} = 2 \frac{S}{t_1 - t_0}$.

Так как время удара $t_1 - t_0$ — величина очень малая, то $F_{\text{д}}$ будет очень большой.

Таким образом, чтобы скорость частиц тела изменилась на конечную величину за очень малый промежуток времени, на тело должны действовать большие силы.

Определение ударной силы $F_{\text{д}}$ представляет собой большие теоретические трудности, так как время удара неизвестно. Поэтому в инженерных расчетах ударные силы определяются приближенными методами, основанными на ряде упрощающих явление допущений. Расчеты при динамической нагрузке, вызывающей движение тела с ускорением, ведутся на основе принципа Д'Аламбера, согласно которому всякое движущееся тело в любой момент времени можно рассматривать как находящееся в состоянии равновесия под действием внешних сил (включая опорные реакции) и сил инерции.

При решении практических задач, наряду с упрощениями, связанными с выбором расчетной схемы, используются несколько общих принципов: принцип суперпозиции, или принцип независимости действия сил, принцип начальных размеров и принцип Сен-Венана.

Принцип независимости действия сил указывает на то, что общий результат (эффект) от действия нескольких сил равен сумме результатов (эффектов) от действия каждой силы, взятой в отдельности, и не зависит от порядка приложения сил. *Данный принцип применим только для линейных систем.*

Принцип начальных размеров утверждает, что при составлении уравнений равновесия деформированного тела можно пренебречь его деформацией и рассматривать тело как жесткое, недеформированное, имеющее те же размеры, какие оно

имело до нагружения. Этот принцип неприменим к мгновенно изменяемым системам, допускающим перемещения элементов, не связанных с деформацией.

Принцип Сен-Венана утверждает, что особенности приложения внешних сил к телу проявляются в малом объеме тела вокруг нагруженного участка на расстояниях, не превышающих линейных размеров поперечного сечения.

1.3. Метод сечений. Внутренние силовые факторы

Целостность твердого тела, его форма обуславливаются наличием сил взаимодействия между его частицами. При деформации тела под действием внешних нагрузок и других внешних воздействий происходит изменение сил взаимодействия между частицами тела. Эти изменения сил взаимодействия в сопротивлении материалов называются *внутренними силами*. Таким образом, под внутренними силами необходимо понимать силы взаимодействия между частицами тела, возникающие только в результате деформации тела. При отсутствии деформации внутренние силы в теле считаются равными нулю.

Для определения внутренних сил необходимо, используя метод сечений, перевести их в категорию сил внешних. На рис. 1.2 представлено твердое тело, на которое действует произвольная система внешних сил $F_1, F_2, \dots, F_n$ удовлетворяющая условиям равновесия. Мысленно разрежем тело плоскостью на две части и отбросим одну часть.

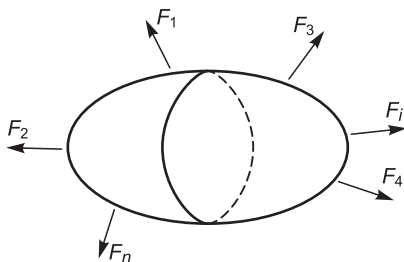


Рис. 1.2

Чтобы любая часть, например левая, находилась в равновесии, необходимо действие отброшенной правой части на рассматриваемую левую заменить в сечении внутренними силами. В другом сечении они будут другими. Внутренние силы всегда

взаимны: правая часть действует на левую так же, как левая на правую. Внутренние силы считаются поверхностными, т.е. принимается, что взаимодействие частиц, примыкающих с разных сторон к сечению, является контактным и что частицы, расположенные за сечением, во взаимодействии не участвуют.

Метод сечений — это прием, позволяющий обнаруживать внутренние силы и рассматривать их как внешние силы по отношению к оставшейся (рассматриваемой) части тела.

Приведем систему внутренних сил, используя положения статики, к центру тяжести сечения (рис. 1.3, а).

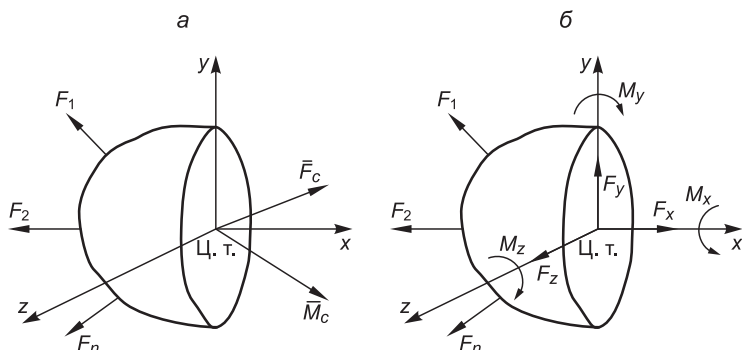


Рис. 1.3

В результате приведения получим главный вектор $\overline{F_c}$ и главный момент $\overline{M_c}$, разложив которые по осям координат, получим три силы и три момента $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ (рис. 1.3, б). Эти составляющие обозначаются специальными буквами и называются *внутренними силовыми факторами*. $F_x = N$ называется *продольной* или *нормальной силой*; $F_z = Q_z$ и $F_y = Q_y$ называются *поперечными силами*; $M_x = T$ называется *крутящим моментом*; M_y и M_z называются *изгибающими моментами* относительно осей y и z .

Для отсеченной части в общем случае можно составить шесть уравнений равновесия :

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} - N = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} - Q_y = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} - Q_z = 0; \quad (1.7)$$

$$\sum_{i=1}^n m_x(F_i) - T = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_y(F_i) - M_y = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_z(F_i) - M_z = 0.$$

Из (1.7) следует, что

$$N = \sum_{i=1}^n F_{ix}; \quad Q_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}; \quad Q_z = \sum_{i=1}^n F_{iz}; \quad (1.8)$$

$$T = \sum_{i=1}^n m_x(F_i); \quad M_y = \sum_{i=1}^n m_y(F_i); \quad M_z = \sum_{i=1}^n m_z(F_i).$$

Согласно (1.8) нормальная сила N в поперечном сечении равна алгебраической сумме проекций на ось x всех внешних сил, действующих на отсеченную часть тела; поперечные силы Q_y и Q_z в сечении — соответственно равны алгебраической сумме проекций на оси y и z , расположенные в рассматриваемом сечении, всех внешних сил, действующих на отсеченную часть тела; крутящий момент T в поперечном сечении равен алгебраической сумме моментов относительно оси x всех внешних сил, действующих на отсеченную часть тела; изгибающие моменты M_y и M_z в сечении соответственно равны алгебраической сумме моментов относительно осей y и z рассматриваемого сечения всех внешних сил, действующих на отсеченную часть тела. Результаты будут одинаковыми независимо от того, какая отсеченная часть тела рассматривается.

Таким образом, в расчетных схемах как внешние нагрузки, так и внутренние силовые факторы нужно рассматривать как скалярные величины.

Нормальная сила, направленная от сечения, вызывает в сечении растяжение материала и считается *положительной*, а направленная к сечению — вызывает в сечении сжатие материала и считается *отрицательной*.

Поперечная сила считается *положительной*, если внешние силы стремятся вращать отсеченную часть тела (бруса или рамы) относительно проведенного сечения по часовой стрелке; если — против часовой стрелки, то поперечная сила считается *отрицательной*.

Крутящий момент в сечении считается *положительным*, если при взгляде на сечение со стороны внешней нормали внешние силы стремятся вращать отсеченную часть по часовой

стрелке, если — против часовой стрелки, то крутящий момент в сечении считается *отрицательным*.

Изгибающий момент от внешних сил, вызывающих сжатие верхних волокон балки или сжатие наружных волокон рамы, считается *положительным*, а от внешних сил, вызывающих сжатие нижних волокон балки или внутренних волокон рамы, — *отрицательным*.

Нагружение называется *простым*, если в поперечных сечениях элемента конструкции возникает только один внутренний силовой фактор, или *сложным* (комбинированным), если в поперечных сечениях элемента одновременно действуют несколько внутренних силовых факторов.

Внутренние силовые факторы вдоль элемента (бруса) изменяются. *Эпюрами* называются графики, показывающие, как изменяются внутренние силовые факторы в сечениях по длине бруса (балки).

Эпюры позволяют установить положение опасного сечения, в котором действуют максимальные внутренние силы и моменты.

1.4. Характерные особенности эпюр

Из соотношений между внешней нагрузкой, поперечной силой и изгибающим моментом вытекают следующие выводы о характере эпюр, которые позволяют производить проверку правильности построения эпюр для балок, стержней, прямолинейных элементов рам и криволинейных брусев.

Для стержней при растяжении (сжатии):

1. На участках, где отсутствует распределенная нагрузка, эпюра нормальных сил имеет постоянную величину.

2. На участках, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой постоянной интенсивности, эпюра нормальных сил будет линейной функцией.

3. В любом сечении интенсивность распределенной нагрузки численно равна тангенсу угла наклона касательной, проведенной к эпюре нормальных сил в этом сечении.

4. В сечении, в котором приложена внешняя сосредоточенная сила, на эпюре нормальных сил возникает скачок, равный по величине этой силе.

Для балок и прямолинейных элементов рам при изгибе:

1. На участках, где отсутствует распределенная нагрузка, эпюра поперечных сил имеет постоянную величину, а эпюра изгибающих моментов будет линейной функцией длины.

2. На участках, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой постоянной интенсивности, эпюра поперечных сил будет линейной функцией, а эпюра изгибающих моментов — квадратичной функцией длины.

3. На участках, где поперечная сила отсутствует, эпюра изгибающих моментов имеет постоянную величину.

4. На участках, имеющих положительную поперечную силу, при движении слева направо изгибающий момент алгебраически возрастает, а на участках, имеющих отрицательную поперечную силу, — алгебраически убывает.

5. В любом сечении ордината эпюры поперечных сил численно равна тангенсу угла наклона касательной, проведенной к эпюре изгибающих моментов, а интенсивность распределенной нагрузки — тангенсу угла наклона касательной, проведенной к эпюре поперечных сил. Следовательно, изгибающий момент будет иметь экстремальное значение в том сечении, где эпюра поперечных сил пересекает продольную ось; при этом, если эпюра поперечных сил меняет знак с плюса на минус, изгибающий момент имеет алгебраический максимум, если же с минуса на плюс — алгебраический минимум.

6. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре поперечных сил возникает скачок, равный по величине приложенной силе, а на эпюре изгибающих моментов получается излом.

7. В сечениях, где приложена внешняя пара сил (сосредоточенный момент), на эпюре изгибающих моментов возникает скачок, равный по величине моменту приложенной пары.

Для криволинейных брусьев при изгибе:

1. Пересечение эпюрой поперечных сил оси бруса не определяет сечений, в которых изгибающий момент имеет экстремальное значение.

2. В сечениях, где приложена пара сил (сосредоточенный момент), эпюра изгибающих моментов делает скачок, равный по величине моменту приложенной пары.

3. В сечениях, где сосредоточенная сила приложена нормально к оси кривого бруса, эпюра поперечных сил делает скачок на величину этой силы.

4. Если в сечении сосредоточенная сила направлена по касательной к оси бруса, то эпюра нормальных сил делает скачок на величину этой силы.

5. На участках, где поперечная сила при отсчете углов по ходу часовой стрелки положительна, изгибающий момент алгебраически возрастает; на участках, где поперечная сила отрицательна, — изгибающий момент убывает.

Для рам обязательна статическая проверка, заключающаяся в проверке равновесия каждого узла, вырезанного из нагруженной рамы (рис. 1.4).

На рис. 1.4 $Q_{x_1}, Q_{x_2}, Q_{x_3}, N_{x_1}, N_{x_2}, N_{x_3}, M_{x_1}, M_{x_2}, M_{x_3}$ — усилия и моменты, заменяющие действие на узел отброшенных стержней, принимаемые с учетом знаков из построенных эпюр. M_B — внешний момент, приложенный к узлу.

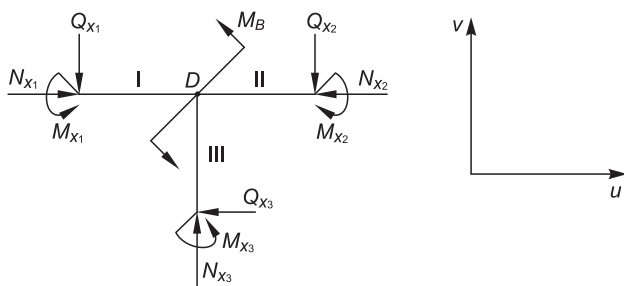


Рис. 1.4

Уравнения равновесия узла запишем, проектируя все силы на вертикальную и горизонтальную оси u и v и составляя уравнение моментов относительно точки D :

$$\sum v = N_{x_3} - Q_{x_1} - Q_{x_2} = 0; \quad \sum u = N_{x_1} - N_{x_2} - Q_{x_3} = 0; \quad (1.9)$$

$$\sum m_D = M_{x_2} - M_{x_3} - M_{x_1} - M_B = 0.$$

Считается, что поперечные силы $Q_{x_1}, Q_{x_2}, Q_{x_3}$, проходят через точку D , и их плечи относительно точки D , равны нулю, поэтому они не входят в уравнение моментов. Если к узлу приложены внешние сосредоточенные силы или моменты, то они должны включаться в уравнения равновесия. Так как алгебраическая сумма моментов в узле равняется нулю, то изгибающий момент при переходе через узел, соединяющий два стержня, когда в узле не приложена внешняя пара сил (сосредоточенный момент), должен оставаться неизменным как по величине, так и по знаку.

При построении эпюр внутренних силовых факторов будем пользоваться нижеследующими положениями.

1. Ординаты эпюр откладываются в соответствующем масштабе перпендикулярно геометрической оси бруса.

2. Положительные ординаты эпюр поперечных сил и изгибающих моментов откладываются вверх от оси балки, отрицательные — вниз; у рам положительные ординаты эпюр откладываются с наружной стороны, отрицательные — с внутренней стороны элементов рамы. Таким образом, эпюра изгибающих моментов всегда строится со стороны сжатых волокон.

3. Для стержней, расположенных внутри рамы, ординаты эпюры изгибающих моментов откладываются со стороны сжатых волокон, при этом знаки на эпюре не ставятся; положительные ординаты эпюры поперечных сил откладываются с левой стороны, а отрицательные — с правой стороны стержней.

4. Ординаты эпюры нормальных сил откладываются симметрично по обе стороны от оси бруса с указанием знака.

1.5. Типы опор и определение опорных реакций

Наибольшие трудности у студентов вызывает построение эпюр при проведении расчетов на прочность. Вспомним отдельные положения статики.

Свободное твердое тело в пространстве имеет шесть степеней свободы, т.е. может совершать шесть независимых движений: три поступательных вдоль трех осей координат и три вращения вокруг этих осей. Тела (твердые или гибкие), ограничивающие свободу перемещения рассматриваемого тела, называются *связями*. На тело может быть одновременно наложено несколько связей. Каждая связь отнимает у него одну степень свободы или уменьшает на единицу возможное число независимых движений. Сила, заменяющая действие связи на рассматриваемое тело, называется *реакцией связи*. В отличие от внутренних сил, характеризующих взаимодействия частиц (элементов) тела, силы реакции характеризуют взаимодействие данного тела с другими телами и являются внешними силами. Если физическое тело представляет собой балку, раму, колонну, передающие давление на опоры, то реакции связей называются *опорными реакциями*. В зависимости от расположения в пространстве элементов конструкции и действующих сил различают:

■ плоские системы, у которых геометрические оси всех элементов и действующие внешние силы, включая реакции опор, расположены в одной плоскости, являющейся главной плоскостью;

■ пространственные системы, у которых геометрические оси элементов и действующие силы расположены в разных плоскостях.

На практике нередко при составлении расчетных схем пространственные в действительности системы заменяются плоскими.

Например, составные балки, мостовые конструкции, рамы машин и т.д. Для соединения в плоской системе различных инженерных конструкций с основанием применяются следующие типы опор.

Односвязная, или шарнирно-подвижная опора (рис. 1.5):

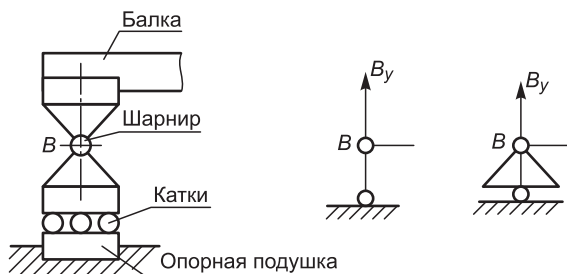


Рис. 1.5

Эта опора накладывает на конструкцию одну связь — запрещает ее перемещение в вертикальном направлении. Реакция опоры будет приложена в центре шарнира и направлена вертикально, неизвестной является только ее величина.

Двухсвязная, или шарнирно неподвижная опора (рис. 1.6):

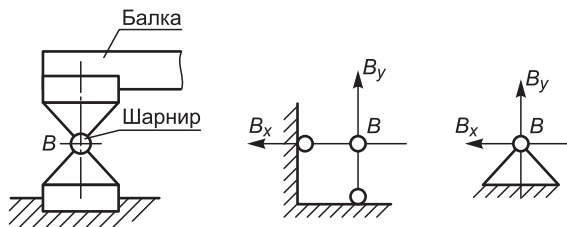


Рис. 1.6

Эта опора накладывает на конструкцию две связи — запрещает ее перемещение в горизонтальном и вертикальном направлениях. Реакция опоры будет определяться горизонтальной и вертикальной составляющими силами.

Заделка, или трехсвязная неподвижная опора (рис. 1.7):

Такая опора накладывает на конструкцию полное число связей (три связи для плоской системы) — запрещает в плоскости любые ее перемещения. Реакция опоры будет определяться горизонтальной и вертикальной составляющими силами и опорным, или защемляющим моментом.

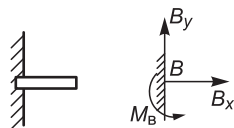


Рис. 1.7

Опора (рис. 1.8) накладывает на конструкцию две связи — запрещает вертикальное перемещение и поворот вокруг оси, перпендикулярной плоскости. Реакция опоры определяется вертикальной силой и опорным моментом. Величины опорных реакций находятся из условия равновесия конструкции как свободного твердого тела. Составляющие (проекции) неизвестных реакций опор в общем случае удобно принимать направленными по положительным осям координат. Если в результате решения составляющая окажется отрицательной, это значит, что сила в действительности направлена в противоположную сторону и ее направление нужно на схеме заменить на обратное. При составлении уравнений равновесия стремятся к тому, чтобы каждая неизвестная составляющая реакций определялась независимо от других из одного уравнения.

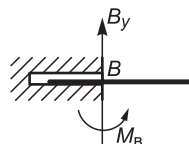


Рис. 1.8

В зависимости от условий задачи и приложения сил возможны следующие частные случаи.

1. Силы, приложенные к элементу конструкции, направлены по геометрической оси. В этом случае условие равновесия сводится к одному уравнению:

$$\sum F_x = 0. \quad (1.10)$$

2. Силы, приложенные к элементу конструкции, сходятся в одной точке. Условие равновесия сводится к двум уравнениям проекций всех сил на координатные оси:

$$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0. \quad (1.11)$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Основные условные обозначения	4
Глава 1. Основные понятия и определения	7
Глава 2. Теория напряженного и деформированного состояний	76
Глава 3. Критерии прочности	105
Глава 4. Геометрические характеристики плоских сечений	113
Глава 5. Растяжение и сжатие	160
Глава 6. Кручение	180
Глава 7. Статически неопределимые системы при растяжении (сжатии) и кручении	200
Глава 8. Расчет заклепочных и сварных соединений	244
Глава 9. Изгиб	271
Глава 10. Определение перемещений в элементах конструкции в общем случае нагружения	294
Глава 11. Сложное нагружение бруса	331
Глава 12. Расчет статически неопределимых стержневых систем	396
Глава 13. Расчет на прочность при переменных напряжениях	480
Глава 14. Динамическое нагружение	503
Глава 15. Продольный и продольно-поперечный изгиб прямых стержней	527
Глава 16. Расчет тонкостенных оболочек вращения	576
Глава 17. Расчет толстостенных цилиндров и посадок с гарантиро- ванным натягом	596
Глава 18. Механические колебания линейных упругих систем	617
Глава 19. Расчет конструкций по предельной нагрузке	630
Приложения	647
Литература	687