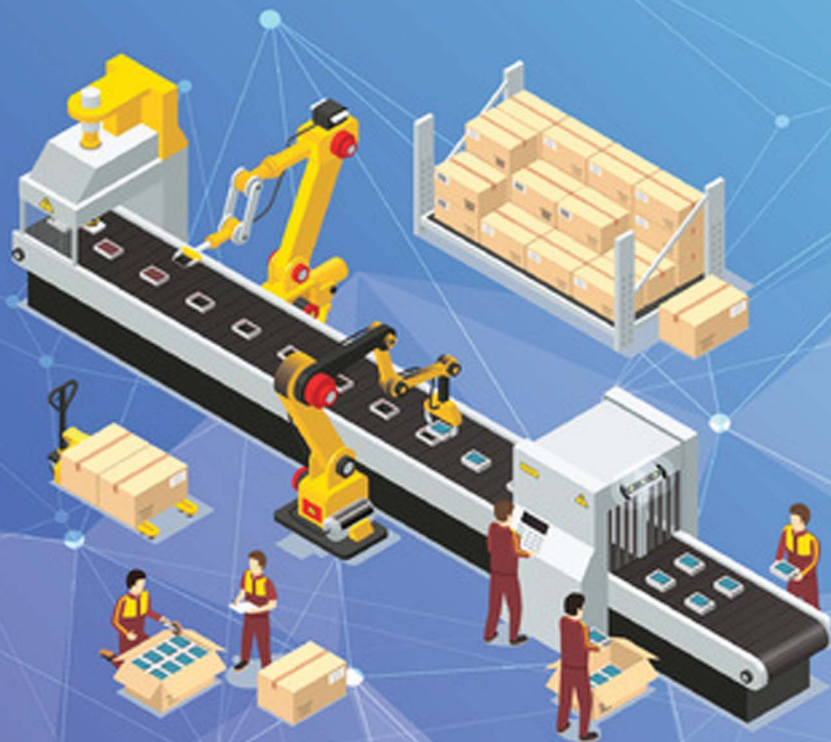


С. К. Лебедев, А. Р. Колганов

Системы позиционирования с регуляторами положения и наблюдателями нагрузки



«Инфра-Инженерия»

УДК 681.5
ББК 32.966
Л33

Научный редактор:
доктор технических наук, профессор *А. Б. Виноградов*

Рецензент:
доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ
В. Г. Титов (профессор кафедры электрооборудования, электропривода
и автоматики ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный технический
университет имени Р. Е. Алексеева»)

Лебедев, С. К.
Л33 Системы позиционирования с регуляторами положения и наблюдателями нагрузки : монография / Лебедев С. К., Колганов А. Р. – Москва; Вологда: Инфра-Инженерия, 2020. – 308 с.: ил., табл.
ISBN 978-5-9729-0419-8

Представлены основные аспекты разработки систем позиционирования. Приведен анализ временных и частотных характеристик основных моделей динамики. Освещены вопросы компьютерного моделирования. Изложены теоретические основы и алгоритмы построения наблюдателей механической нагрузки электромехатронных модулей. Предложены методики расчета параметров статических и астатических регуляторов положения для электромехатронных модулей с жесткой механикой. Приведена структура комбинированных систем позиционирования.

Для научных сотрудников и аспирантов технических университетов, а также специалистов в области автоматизации.

УДК 681.5
ББК 32.966

ISBN 978-5-9729-0419-8

© Лебедев С. К., Колганов А. Р., 2020
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2020
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....	6
ВВЕДЕНИЕ	7
ГЛАВА 1. СТАТИЧЕСКИЕ И АСТАТИЧЕСКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ ПОЛОЖЕНИЯ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ	10
1.1. Статические регуляторы положения.....	14
1.2. Регуляторы систем позиционирования с астатизмом первого порядка ...	24
1.3. Регуляторы систем позиционирования с астатизмом второго порядка ...	30
ГЛАВА 2. ВЫБОР СТАНДАРТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОРНЕЙ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ	37
2.1. Характеристические полиномы, расположение корней и временные характеристики стандартных распределений	38
2.2. Частотные характеристики стандартных распределений.....	54
2.3. Нормирование стандартных распределений по заданной полосе пропускания	68
ГЛАВА 3. АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК РЕГУЛЯТОРОВ ПОЛОЖЕНИЯ С ДИНАМИКОЙ БЕССЕЛЯ	86
3.1. Анализ временных характеристик систем позиционирования	90
3.2. Анализ реакции систем позиционирования на действие нагрузки синусоидальной формы	97
ГЛАВА 4. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ С РЕГУЛЯТОРАМИ ПОЛОЖЕНИЯ	101
4.1. Задачи исследования и описание моделей регуляторов	101
4.2. Исследование временных характеристик	110
4.2.1. Оценка влияния входного фильтра регулятора на переходные характеристики.....	110
4.2.2. Влияние инерционности контура момента модуля на переходные характеристики	117
4.2.3. Исследование временных характеристик при действии возмущений различной формы	121
4.2.4. Исследование модифицированных регуляторов при линейном нарастании задания положения	139
4.3. Исследование частотных характеристик	142
4.3.1. Влияние инерционности контура момента на полосу пропускания системы.....	142
4.3.2. Влияние инерционности контура момента на частотные характеристики по возмущению.....	146

4.4. Исследование вариантов ограничения скорости движения в системах позиционирования	148
4.5. Исследование робастности систем позиционирования с фиксированной настройкой.....	155
ГЛАВА 5. ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ СОСТОЯНИЯ И НАГРУЗКИ	160
5.1. Синтез наблюдателя состояния	161
5.1.1. Актуальность использования наблюдателей	161
5.1.2. Критерий наблюдаемости	161
5.1.3. Наблюдатель состояния разомкнутого типа	163
5.1.4. Наблюдатель состояния полного порядка.....	165
5.1.5. Наблюдатели состояния с астатизмом первого и второго порядков.....	166
5.2. Компенсация динамической ошибки оценивания	174
5.3. Структура объекта управления для построения наблюдателя нагрузки.....	176
ГЛАВА 6. РАЗРАБОТКА ВАРИАНТОВ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ НАГРУЗКИ ДЛЯ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ	178
6.1. Оценка наблюдаемости объектов управления	178
6.1.1. Формирование описания в пространстве состояний объектов наблюдения.....	183
6.1.2. Применение критерия наблюдаемости к объектам наблюдения	187
6.2. Синтез наблюдателей нагрузки	191
6.2.1. Разработка структуры наблюдателей нагрузки	191
6.2.2. Параметрический синтез наблюдателей нагрузки.....	196
6.3. Анализ динамики при оценке нагрузки	200
6.3.1. Передаточные функции наблюдателей по нагрузке и параметры выходных фильтров	200
6.3.2. Влияния выходных фильтров на динамику оценки нагрузки	205
ГЛАВА 7. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИСПЫТАНИЕ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ НАГРУЗКИ.....	218
7.1. Задачи исследования и описание моделей наблюдателей	218
7.2. Оценка нагрузки различной формы с учетом инерционности контура момента.....	223
7.3. Влияние на оценку нагрузки изменений момента двигателя.....	228
7.4. Работа наблюдателя нагрузки при учете трения в механике модуля.....	234
7.5. Исследование вариантов настройки наблюдателей нагрузки на коэффициент инерционности модуля	236
ГЛАВА 8. КОМБИНИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ...	242
8.1. Формирование контура компенсации нагрузки электромехатронного модуля.....	242

8.2. Оценка влияния динамики наблюдателей на работу контура компенсации нагрузки	260
8.3. Исследование вариантов построения комбинированных систем позиционирования с наблюдателями нагрузки	272
8.3.1. Задачи исследования и описание моделей систем	272
8.3.2. Временные характеристики комбинированных систем позиционирования.....	276
8.3.3. Частотные характеристики комбинированных систем позиционирования.....	286
8.3.4. Исследование вариации параметров модуля.....	291
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	299
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	301

ГЛАВА 1. СТАТИЧЕСКИЕ И АСТАТИЧЕСКИЕ РЕГУЛЯТОРЫ ПОЛОЖЕНИЯ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Современная система автоматизированного электропривода – это в большинстве своем ЭМС, содержащая ЭММ (рис. 1.1) на базе двигателя переменного тока, преобразователя частоты и системы векторного управления, реализованной на современной микропроцессорной элементной базе [6, 7, 12, 47, 51].

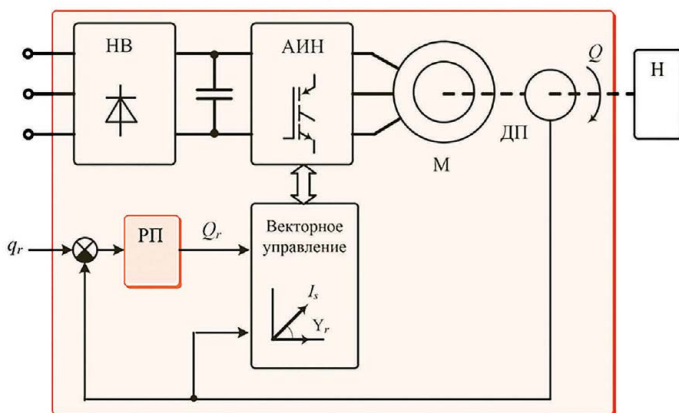


Рис. 1.1. Функциональная схема ЭММ переменного тока

Преобразователь частоты, состоящий из неуправляемого выпрямителя (НВ) и автономного инвертора напряжения (АИН), выполнен на современных полупроводниковых интегральных модулях и обеспечивает формирование на зажимах двигателя напряжения с заданными значениями амплитуды, частоты и фазы. Особенностью системы векторного управления с ориентацией вектора тока статора по вектору потокосцепления ротора является то, что сформированный в такой системе контур момента двигателя становится теоретически безынерционным [6]. На практике инерционность контура момента современных приводов оценивается постоянной времени в единицы микросекунд [7]. Рассмотренный ЭММ обеспечивает позиционирование вала двигателя, соединенного с технологической нагрузкой.

Основные задачи, реализуемые ЭММ:

1. Формирование заданной и стабильной динамики переходных процессов движения вала двигателя.
2. Обеспечение минимальной погрешности в статике и динамике.

Одним из факторов обеспечения точности является качество датчиковой системы в рамках реализации принципа регулирования по отклонению. В большинстве современных применений основным датчиком является импульсный датчик положения вала двигателя, который в совокупности с регулятором положения обеспечивает заданную динамику при реакции привода на сигналы управления.

Но для обеспечения свойств ЭММ по реакции на различные виды возмущающих воздействий от технологической нагрузки необходимо дополнить систему регулирования по отклонению каналом компенсации нагрузки [17, 20, 22, 33, 34, 45]. Такой канал может быть реализован только с помощью наблюдателей. Использование датчиков для контроля возмущения затруднено либо распределенностью нагрузки по кинематической схеме (момент нагрузки в автономном приводе) [1, 6, 7, 35], либо физической недоступностью (упругий момент в кинематике, гравитационные, центробежные и короилисовые эффекты в кинематике манипуляторов) [28, 29].

ЭММ с двигателями переменного тока (асинхронными и синхронными), преобразователями частоты и микропроцессорным управлением позволяют задать высокое качество статики и динамики процессов, повысить полосу пропускания сигналов управления, обеспечивая технологическое оборудование конкурентоспособными характеристиками [8].

Определенной спецификой обладают ЭММ, решающие в технологических процессах различной природы задачи позиционирования [2, 4, 23, 26, 27, 45]. Задачи позиционирования подразумевают изменение пространственного положения исполнительных органов технологических установок, перемещение из одного фиксированного положения в другое заданное положение. Диапазон применения электромехатронных модулей позиционирования необычайно широк: от запорных, дозирующих и регулирующих аппаратов трубопроводных систем в энергетике, нефтегазовой отрасли, жилищно-коммунальном хозяйстве до космических и оборонных технологий.

Часть областей применения модулей позиционирования в составе оборудования характеризуется использованием единичных экземпляров (например, приводы задвижек трубопроводов, приводы дозаторов), часть – наличием достаточно большого количества модулей, в том числе и однотипных. В последнем случае необходимо рассматривать обособленно две группы ЭММ:

- ЭММ позиционирования, работающие в составе оборудования автономно, не оказывая друг на друга ни силового, ни сигнального воздействия;
- ЭММ позиционирования, взаимосвязанные через технологический объект.

Характерными представителями являются ЭММ позиционирования для станкостроения и робототехники, активно и динамично в настоящее время развивающихся в Российской Федерации и во всем мире. В станках и промышленных роботах определяющим фактором влияния на характеристики каждого ЭММ позиционирования (оси станка, звена манипулятора) являются кинематические и динамические связи между осями в виде переменных нагрузок сложной формы [33, 34, 37, 53].

Поэтому целесообразно рассматривать такие ЭММ в виде единой структуры обобщенной ЭМС (рис. 1.2).

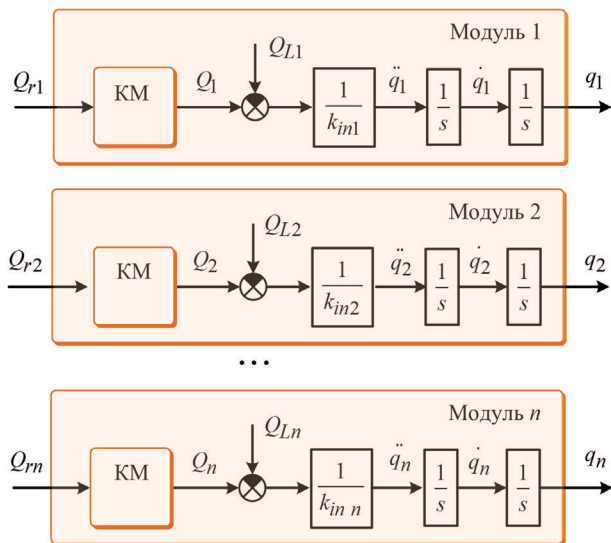


Рис. 1.2. Функциональная схема ЭМС с ЭММ

Механика манипулятора приводится в движение электромагнитным моментом привода Q , формируемым системой векторного управления по заданию Q_r , механическая нагрузка модулей – Q_L . Эквивалентом контура регулирования момента служит инерционное звено (КМ). В структуре электромехатронной системы инерционные свойства «жесткой» механики представлены инерционным коэффициентом k_{in} , который при угловом перемещении модуля q имеет смысл приведенного момента инерции j (единица измерения – $\text{кг} \cdot \text{м}^2$), а при линейном перемещении – приведенной массы m (единица измерения – кг).

Модуль, который мы предлагаем в основу структуры, представляет собой обобщение механической части привода линейного или углового перемещения с «жесткой» механикой, характеризующейся инерционным коэффициентом и возмущением – механической нагрузкой.

Основные допущения, принятые при рассмотрении механической части привода модуля линейного или углового позиционирования как объекта с «жесткой» механикой:

- кинематическая цепь представляется одномассовой механической системой с эквивалентными по условиям приведения параметрами;
- в связи с приведением к одномассовой механической системе пренебрегаем упругостью, диссипацией, кинематической погрешностью и люфтом механических передач;

- пренебрегаем трениями всех видов (сухое, вязкое в опорах, трение о жидкость, воздух и пр.).

Основные требования, которые могут стоять перед системой позиционирования:

- отсутствие взаимного влияния работы модулей друг на друга, то есть независимое (автономное) позиционирование каждого модуля;
- стабильные статические и динамические характеристики системы;
- ограничение параметров движения модулей с учетом требования энергосбережения.

Теория автоматического управления говорит о двух основных принципах управления:

- принцип регулирования по отклонению;
- принцип регулирования по возмущению.

Системы управления электроприводом строились на основе использования принципа регулирования по отклонению при построении контуров регулирования момента, скорости и положения, а влияние нагрузки на характеристики определялось жесткостью механических характеристик при использовании статических регуляторов. Регуляторы положения в рамках регулирования по отклонению обеспечивают контроль ошибки регулирования при действии возмущения определенного вида.

Предлагается структура системы управления движением (рис. 1.3) ЭММ с регулятором положения и основной отрицательной связью по положению, в ряде случаев используют и отрицательную обратную связь по скорости движения.

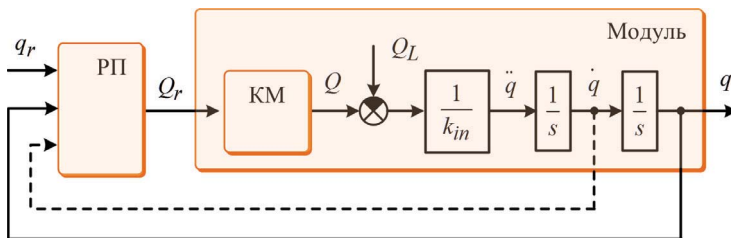


Рис. 1.3. Система управления движением модуля с регулятором положения

Принцип регулирования по возмущению используют в комбинированных системах управления, когда наряду с контуром регулирования по отклонению используют обратную связь по возмущению для компенсации влияния возмущения на работу системы.

Следует заметить, что в комбинированной системе происходит определенное распределение «обязанностей» между компонентами системы: регулятор положения определяет качество процессов по управлению, а контур компенсации возмущения устраняет негативное влияние возмущения.

В связи с этим имеет смысл рассмотреть минимальные и предельные возможности системы с регулированием по отклонению. Это позволит разработать

процедуры рационального выбора регуляторов положения для систем комбинированного управления различного назначения.

Рассмотрим синтез регуляторов положения для обеспечения качества регулирования по управлению и обеспечения астатизма по возмущению в следующих вариантах:

- статические регуляторы, которые допускают установившуюся ошибку регулирования при действии постоянного возмущения (статическую ошибку);
- астатические регуляторы с астатизмом первого порядка, в которых статическая ошибка отсутствует, но имеет место быть ошибка регулирования при действии возмущения, изменяющегося во времени;
- астатические регуляторы с астатизмом второго порядка, имеющие нулевые ошибки при постоянном и линейно нарастающем возмущении.

С теоретической точки зрения можно было бы говорить и об астатизме с порядком три и выше. Но при этом неоправданно завышается сложность структуры и синтеза таких регуляторов. Абсолютная же компенсация произвольного изменяющегося во времени возмущения возможна в рамках астатических систем только при порядке, равном бесконечности. С другой стороны, произвольно изменяющееся во времени возмущение может быть с определенной погрешностью представлено линейным отрезком на конечном интервале времени.

1.1. Статические регуляторы положения

В качестве статических регуляторов положения в системах позиционирования с «жесткой» механикой рассмотрим:

- ПД регулятор (рис. 1.4);
- МР (рис. 1.5) с обратной связью по состоянию объекта управления (положение – q , скорость – $\dot{q}$) [14, 25, 48, 54];
- П(Д) регулятор, в котором дифференцирование ошибки регулирования заменяется использованием сигнала с датчика скорости (рис. 1.6), так как при позиционировании считают производную от сигнала задания равной нулю [9];
- ПРД регулятор (рис. 1.7) [19], где инерционное звено с постоянной времени T_a вводится после элемента сравнения регулятора (вариант 1), обозначим как ПРД1;
- ПРД регулятор (рис. 1.8), где инерционное звено с постоянной времени T_a вводится в канал дифференцирования (вариант 2) [10], обозначим как ПРД2.

Показанный на рис. 1.4–1.8 элемент с передаточной функцией $W_f(s)$ предназначен для статической или динамической коррекции передаточной функции системы позиционирования. При статической коррекции $W_f(s)$

масштабирует сигнал управления, при динамической – компенсирует влияние на динамику полинома числителя ПФ замкнутой САУ.

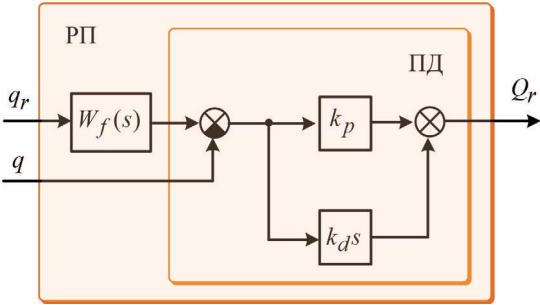


Рис. 1.4. ПД регулятор

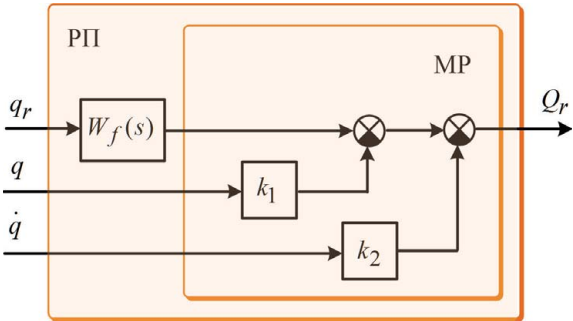


Рис. 1.5. МР регулятор

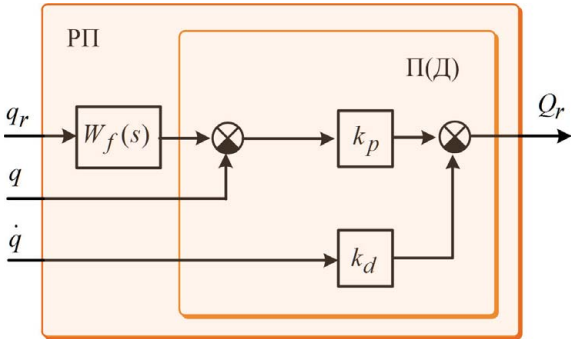


Рис. 1.6. П(Д) регулятор

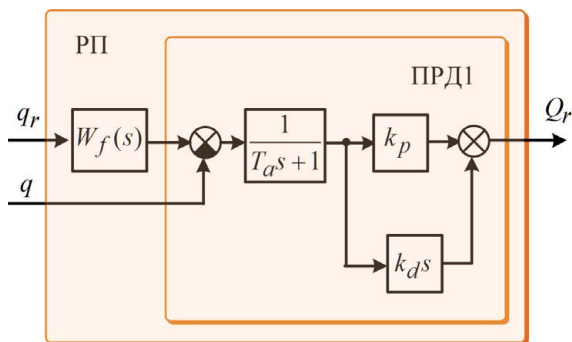


Рис. 1.7. РПД1 регулятор

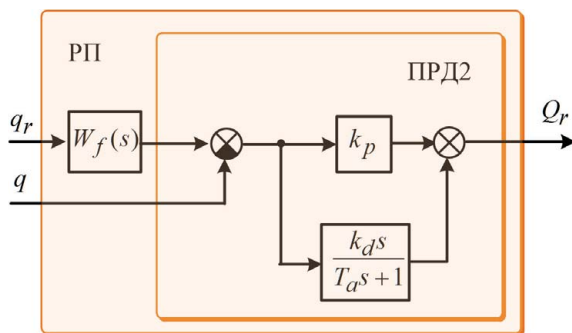


Рис. 1.8. РПД2 регулятор

По обобщенной структуре (см. рис. 1.3) получим структурные схемы системы позиционирования для каждого регулятора положения.

Для упрощения синтеза и анализа пренебрегаем инерционностью КМ в силу малости ее постоянной времени у всех современных систем электроприводов по сравнению с инерционностью механики модулей. В результате получаем структурные схемы, показанные на рис. 1.9–1.13.

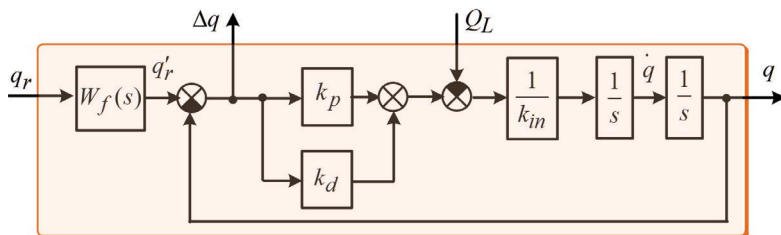


Рис. 1.9. Расчетная структура системы с ПД регулятором

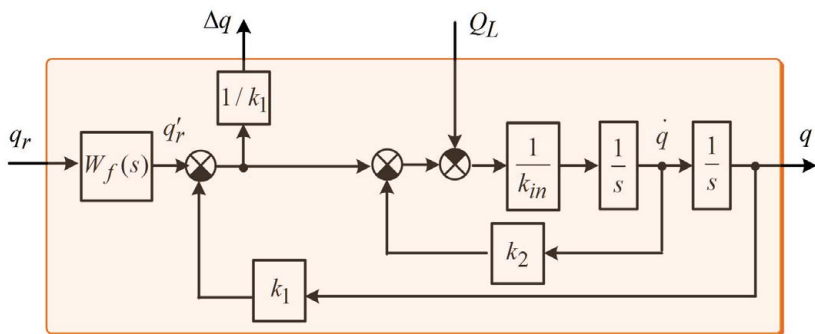


Рис. 1.10. Расчетная структура системы с МР регулятором

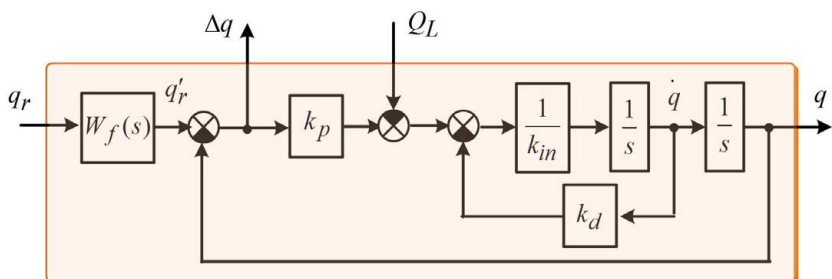


Рис. 1.11. Расчетная структура системы с П(Д) регулятором

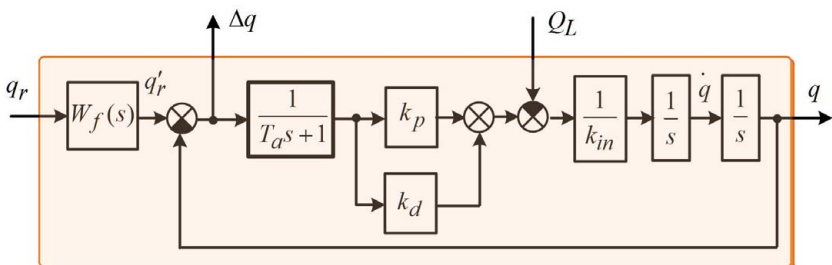


Рис. 1.12. Расчетная структура системы с ПРД1 регулятором

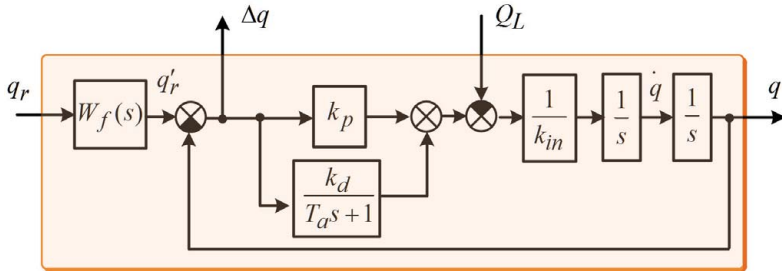


Рис. 1.13. Расчетная структура системы с ПРД2 регулятором

По структурным схемам получим ПФ системы по управлению для статических регуляторов:

– ПД

$$W'(s) = \frac{q(s)}{q'_r(s)} = \frac{k_d s + k_p}{k_{in} s^2 + k_d s + k_p}; \quad (1.1)$$

– МР

$$W'(s) = \frac{q(s)}{q'_r(s)} = \frac{1}{k_{in} s^2 + k_2 s + k_1}; \quad (1.2)$$

– П(Д)

$$W'(s) = \frac{q(s)}{q'_r(s)} = \frac{k_p}{k_{in} s^2 + k_d s + k_p}; \quad (1.3)$$

– ПРД1

$$W'(s) = \frac{q(s)}{q'_r(s)} = \frac{k_d s + k_p}{k_{in} T_d s^3 + k_{in} s^2 + k_d s + k_p}; \quad (1.4)$$

– ПРД2

$$W'(s) = \frac{q(s)}{q'_r(s)} = \frac{(k_p T_d + k_d) s + k_p}{k_{in} T_d s^3 + k_{in} s^2 + (k_p T_d + k_d) s + k_p}, \quad (1.5)$$

где k_p – коэффициент пропорционального канала;
 k_d – коэффициент дифференциального канала;
 k_1, k_2 – коэффициент модального регулятора;

Сравнение ПФ показывает, что введение реального дифференцирования в регулятор положения увеличивает порядок характеристического полинома на единицу, а регуляторы МР и П(Д) не требуют динамической компенсации полинома числителя.

ПФ входных фильтров предназначены для компенсации влияния на динамические процессы управления полинома числителя (1.1) – (1.5) и имеют вид:

– ПД

$$W_f(s) = \frac{q'_r(s)}{q_r(s)} = \frac{k_p}{k_d s + k_p}; \quad (1.6)$$

– МР

$$W_f(s) = \frac{q'_r(s)}{q_r(s)} = k_1; \quad (1.7)$$

– П(Д)

$$W_f(s) = \frac{q'_r(s)}{q_r(s)} = 1; \quad (1.8)$$

– ПРД1

$$W_f(s) = \frac{q'_r(s)}{q_r(s)} = \frac{k_p}{k_d s + k_p}; \quad (1.9)$$

– ПРД2

$$W_f(s) = \frac{q'_r(s)}{q_r(s)} = \frac{k_p}{(k_p T_a + k_d)s + k_p}. \quad (1.10)$$

Фильтры $W_f(s)$ по формулам (1.6), (1.9), (1.10) представляют собой фильтры низкой частоты первого порядка, не вызывающие проблем в реализации в аналоговой и цифровой формах.

В итоге получаем передаточные функции замкнутой системы по управлению, с учетом того, что передаточные функции последовательно включенных элементов перемножаются:

– ПД

$$W(s) = \frac{q(s)}{q_r(s)} = \frac{k_p}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p}; \quad (1.11)$$

– МР

$$W(s) = \frac{q(s)}{q_r(s)} = \frac{k_1}{k_{in}s^2 + k_2s + k_1}; \quad (1.12)$$

– П(Д)

$$W(s) = \frac{q(s)}{q_r(s)} = \frac{k_p}{k_{in}s^2 + k_ds + k_p}; \quad (1.13)$$

– ПРД1

$$W(s) = \frac{q(s)}{q_r(s)} = \frac{k_p}{k_{in}T_as^3 + k_{in}s^2 + k_ds + k_p}; \quad (1.14)$$

– ПРД2

$$W(s) = \frac{q(s)}{q_r(s)} = \frac{k_p}{k_{in}T_as^3 + k_{in}s^2 + (k_pT_a + k_d)s + k_p}. \quad (1.15)$$

ХП системы имеют вид:

– ПД

$$A(s) = s^2 + \frac{k_d}{k_{in}}s + \frac{k_p}{k_{in}}; \quad (1.16)$$

– МР

$$A(s) = s^2 + \frac{k_2}{k_{in}}s + \frac{k_1}{k_{in}}; \quad (1.17)$$

– П(Д)

$$A(s) = s^2 + \frac{k_d}{k_{in}}s + \frac{k_p}{k_{in}}; \quad (1.18)$$

– ПРД1

$$A(s) = s^3 + \frac{1}{T_a}s^2 + \frac{k_d}{k_{in}T_a}s + \frac{k_p}{k_{in}T_a}; \quad (1.19)$$

– ПРД2

$$A(s) = s^3 + \frac{1}{T_a}s^2 + \frac{k_pT_a + k_d}{k_{in}T_a}s + \frac{k_p}{k_{in}T_a}. \quad (1.20)$$

В связи с тем, что в реальных ЭМС форма изменения механической нагрузки может быть произвольной, проведем теоретический анализ реакции систем при нулевом задании на позиционирование с разными формами механической нагрузки (возмущения):

- постоянная величина;
- линейное нарастание;
- параболический рост.

Для систем с вариантами регулятора получим аналитические выражения для установившихся значений ошибки регулирования

$$\Delta q = q'_r - q.$$

Определим реакцию систем на возмущение. Для этого получим по соответствующим структурным схемам ПФ замкнутой системы по возмущению:

- ПД

$$W_L(s) = \frac{\Delta q(s)}{Q_L(s)} = \frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p}; \quad (1.21)$$

- МР

$$W_L(s) = \frac{\Delta q(s)}{Q_L(s)} = \frac{1}{k_{in}s^2 + k_2 s + k_1}; \quad (1.22)$$

- П(Д)

$$W_L(s) = \frac{\Delta q(s)}{Q_L(s)} = \frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p}; \quad (1.23)$$

- ПРД1

$$W_L(s) = \frac{\Delta q(s)}{Q_L(s)} = \frac{T_a s + 1}{k_{in}T_a s^3 + k_{in}s^2 + k_d s + k_p}; \quad (1.24)$$

- ПРД2

$$W_L(s) = \frac{\Delta q(s)}{Q_L(s)} = \frac{T_a s + 1}{k_{in}T_a s^3 + k_{in}s^2 + (k_p T_a + k_d)s + k_p}. \quad (1.25)$$

Определим, используя преобразование Лапласа [19], установившееся значение ошибки регулирования при постоянной величине нагрузки

$$Q_L(t) = Q_L = const.$$

Изображение по Лапласу постоянной нагрузки имеет вид

$$Q_L(s) = \frac{Q_L}{s}.$$

В результате получаем установившуюся ошибку регулирования для каждого из статических регуляторов:

– ПД

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p} \frac{Q_L}{s} \right) = \frac{Q_L}{k_p}; \quad (1.26)$$

– МР

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_2 s + k_1} \frac{Q_L}{s} \right) = \frac{Q_L}{k_1}; \quad (1.27)$$

– П(Д)

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p} \frac{Q_L}{s} \right) = \frac{Q_L}{k_p}; \quad (1.28)$$

– ПРД1

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{T_a s + 1}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + k_d s + k_p} \frac{Q_L}{s} \right) = \frac{Q_L}{k_p}; \quad (1.29)$$

– ПРД2

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{T_a s + 1}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + (k_p T_a + k_d) s + k_p} \frac{Q_L}{s} \right) = \frac{Q_L}{k_p} \quad (1.30)$$

В итоге получили, что статическая система с ПД, П(Д), МР, ПРД1, ПРД2 регуляторами дает при постоянной нагрузке установившуюся ошибку, пропорциональную величине нагрузки Q_L и обратно пропорциональную коэффициенту пропорционального канала регулятора k_p или k_1 . То есть снижение ошибки регулирования от действия постоянной нагрузки возможно только за счет увеличения k_p (k_1).

Определим установившееся значение ошибки регулирования при линейно нарастающей величине нагрузки:

$$Q_L(t) = Q_L t, \quad Q_L = \text{const};$$

а изображение по Лапласу нагрузки имеет вид

$$Q_L(s) = \frac{Q_L}{s^2}.$$

Получаем установившуюся ошибку регулирования для статических регуляторов:

– ПД

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p} \frac{Q_L}{s^2} \right) = \infty; \quad (1.31)$$

– МР

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_2 s + k_1} \frac{Q_L}{s^2} \right) = \infty; \quad (1.32)$$

– П(Д)

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p} \frac{Q_L}{s^2} \right) = \infty; \quad (1.33)$$

– ПРД1

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{T_a s + 1}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + k_d s + k_p} \frac{Q_L}{s^2} \right) = \infty; \quad (1.34)$$

– ПРД2

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{T_a s + 1}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + (k_p T_a + k_d) s + k_p} \frac{Q_L}{s^2} \right) = \infty. \quad (1.35)$$

Статическая система со всеми видами рассмотренных регуляторов дает неограниченный рост ошибки регулирования при линейно нарастающей механической нагрузке.

Определим теперь установившееся значение ошибки регулирования при параболически нарастающей величине нагрузки:

$$Q_L(t) = Q_L t^2, \quad Q_L = \text{const};$$

тогда изображение по Лапласу нагрузки имеет вид

$$Q_L(s) = \frac{2Q_L}{s^3}.$$

Выражения для установившейся ошибки регулирования для статических регуляторов имеют вид:

– ПД

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p} \frac{2Q_L}{s^3} \right) = \infty; \quad (1.36)$$

– МР

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_2s + k_1} \frac{2Q_L}{s^3} \right) = \infty; \quad (1.37)$$

– П(Д)

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p} \frac{2Q_L}{s^3} \right) = \infty; \quad (1.38)$$

– ПРД1

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{T_a s + 1}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + k_d s + k_p} \frac{2Q_L}{s^3} \right) = \infty; \quad (1.39)$$

– ПРД2

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} s W_L(s) Q_L(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{T_a s + 1}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + (k_p T_a + k_d) s + k_p} \frac{2Q_L}{s^3} \right) = \infty. \quad (1.40)$$

Анализ (1.36) – (1.40) показывает, что статическая система при росте нагрузки по параболическому закону имеет нарастающую с течением времени установившуюся ошибку регулирования по положению.

1.2. Регуляторы систем позиционирования с астатизмом первого порядка

В качестве регуляторов положения с астатизмом первого порядка в системах позиционирования с «жесткой» механикой рассмотрим [21, 40, 41, 53]:

- ПИД регулятор (рис. 1.14);
- ПИ(Д) регулятор (рис. 1.15);
- ПИРД регулятор (рис. 1.16).

Как и в случае статических систем, получим структурные схемы (рис. 1.17–1.19) для анализа статических и динамических характеристик системы с астатическими регуляторами первого порядка.

При построении структурных схем исходим из обобщенной структуры ЭММ позиционирования с регулятором положения, показанной на рис. 1.3.