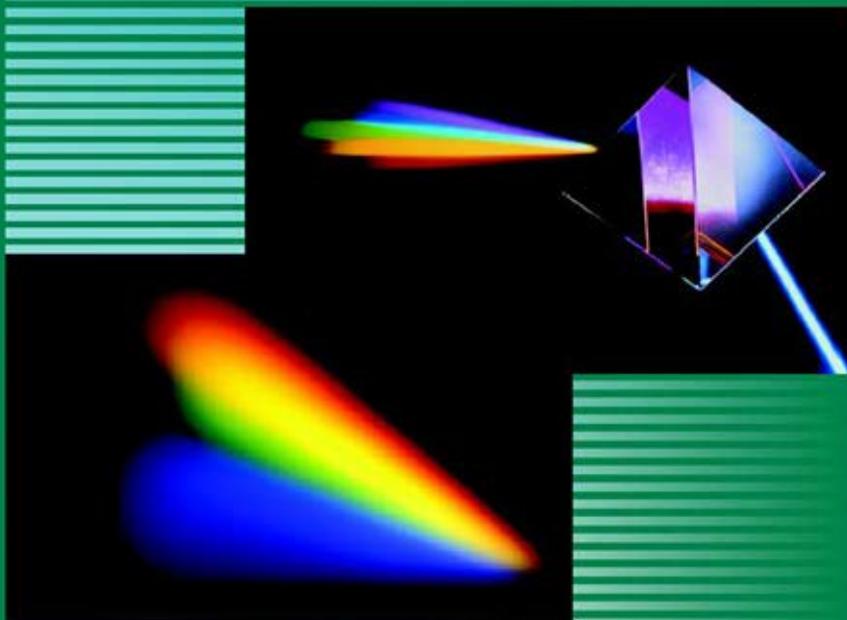


ОБЩИЙ КУРС ФИЗИКИ

# СБОРНИК ЗАДАЧ

IV

## ОПТИКА



# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ОБЩЕМУ КУРСУ ФИЗИКИ

---

## IV ОПТИКА

ИЗДАНИЕ ПЯТОЕ, СТЕРЕОТИПНОЕ

*Под редакцией Д.В. Сивухина*



МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ  
2006

УДК 530.1 (075.8)  
ББК 22.3;  
С 23

Авторы:

В.Л. Гинзбург, Л.М. Левин, Д.В. Сивухин, Е.С. Четверикова, И.А. Яковлев

Гинзбург В. Л., Левин Л. М., Сивухин Д. В., Четверикова Е. С., Яковлев И. А. **Сборник задач по общему курсу физики.** В 5 т. Кн. IV. **Оптика** / Под ред. Д. В. Сивухина. — 5-е изд., стер. — М.: ФИЗМАТЛИТ; ЛАНЬ, 2006. — 272 с. — ISBN 5-9221-0605-8.

В предлагаемом сборнике задач по физике использован опыт преподавания общего курса физики в МГУ, Московском физико-техническом институте и Московском государственном педагогическом институте им. В.И. Ленина. По степени трудности задачи охватывают широкий диапазон: от самых элементарных до задач, стоящих на уровне оригинальных научных исследований, выполнение которых возможно на основе углубленного знания общего курса физики.

Сборник состоит из пяти книг: I. Механика. II. Термодинамика. III. Электричество и магнетизм. IV. Оптика. V. Атомная физика. Физика ядра и элементарных частиц.

Для студентов физических специальностей высших учебных заведений.

ISBN 5-9221-0605-8

© В. Л. Гинзбург, Л. М. Левин,  
Д. В. Сивухин, Е. С. Четверикова,  
И. А. Яковлев, 1977, 2006

## Предисловие к четвертому изданию

В настоящем издании отдел оптики задачника выходит отдельной книгой. Отдел значительно переработан и дополнен новыми задачами. Как и в предыдущих двух изданиях, эта работа выполнена В. Л. Гинзбургом и Д. В. Сивухиным. Кроме того, в четвертом издании принял участие И. А. Яковлев. Им написан § 5, содержащий 10 задач по голографии, а также около 25 задач по интерференции, дифракции, поляризации света и кристаллооптике. Отдельные задачи предложены преподавателями кафедры общей физики Московского физико-технического института, кафедры проблем физики и астрофизики того же института (руководимой В. Л. Гинзбургом), а также сотрудниками И. А. Яковлева. Подвергся переработке § 7 по кристаллооптике. Кристаллооптика одноосных кристаллов излагается независимо от кристаллооптики двуосных кристаллов. Этим достигается значительное упрощение, так как большинство задач относится именно к кристаллооптике одноосных кристаллов. Значительно пополнены новыми задачами параграфы по теории относительности и молекулярной оптике.

Всем товарищам, способствовавшим улучшению этой книги и пополнению ее новыми задачами, авторский коллектив выражает глубокую благодарность.

Авторы выражают глубокую благодарность доценту Л. А. Спекторову за нелегкий и кропотливый труд по просмотру и рецензированию рукописи IV части задачника и доценту Д. И. Ибраимову за организацию ее обсуждения на руководимой им кафедре общей физики Киргизского государственного университета.

*Д. В. Сивухин*

# ЗАДАЧИ

## § 1. Геометрическая оптика

**1.** При освещении непрозрачного диска радиуса  $r$  на экране, отстоящем от него на расстоянии  $l$ , получается тень радиуса  $r_1$  и полутень радиуса  $r_2$ . Источник света также имеет форму диска, причем прямая, соединяющая центры дисков, перпендикулярна к ним и к плоскости экрана. Определить размер источника света и его расстояние от освещаемого диска.

**2.** Диаметр фотосферы Солнца равен 1 390 000 км, расстояние Солнца от Земли составляет в среднем 150 000 000 км и меняется незначительно. Расстояние от центра Луны до поверхности Земли меняется от 357 000 до 399 000 км. Когда солнечное затмение бывает полным и когда кольцеобразным, если диаметр Луны равен 3480 км?

**3.** Объяснить, почему свет от некоторого источника, проходя через отверстие, дает изображение этого источника на экране, помещенном за отверстием, если отверстие мало, и дает изображение этого отверстия, если оно велико.

**4.** Лучи от Солнца падают на небольшое квадратное зеркало и после отражения попадают на экран. Какую форму имеет освещенная часть экрана и как она меняется с изменением расстояния между зеркалом и экраном?

**5.** Перед вертикальной квадратной проволочной сеткой помещена длинная узкая горизонтальная щель, освещаемая ярким протяженным источником света. Пройдя через щель и сетку, свет падает на удаленный экран. Описать картину, получаемую на экране. Что произойдет,

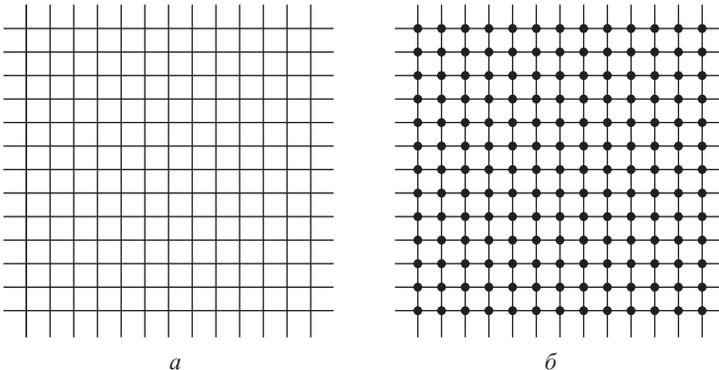


Рис. 1

если повернуть щель вокруг перпендикуляра к плоскости сетки на  $90$  или  $45^\circ$ ? Рассмотреть сетку, изображенную на рис. 1 а, и сетку, изображенную на рис. 1 б.

**6.** Как изменится картина на экране, если в предыдущей задаче поменять местами щель и сетку?

**7.** Два зеркала наклонены друг к другу и образуют двугранный угол  $\alpha$ . На них падает луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру угла. Показать, что угол  $\delta$  отклонения этого луча от первоначального направления после отражения от обоих зеркал не зависит от угла падения. Вычислить  $\delta$ .

**8.** Записать в векторной форме законы отражения и преломления световых лучей на плоской границе раздела двух прозрачных изотропных сред. Свет падает от среды  $1$  с показателем преломления  $n_1$  на среду  $2$  с показателем преломления  $n_2$ . Направления падающего, отраженного и преломленного лучей характеризуются единичными векторами  $\mathbf{r}_0$ ,  $\mathbf{r}_1$ ,  $\mathbf{r}_2$ . Единичный вектор  $\mathbf{N}$  нормали к границе раздела направлен от среды  $2$  к среде  $1$ .

**9.** Показать, что луч света, последовательно отражающийся от трех взаимно перпендикулярных зеркал, меняет свое направление на обратное.

**10.** Трехгранная пирамида получена путем срезания угла стеклянного куба с посеребренными гранями. Через основание такой пирамиды попадает световой луч, последовательно отражающийся от трех остальных взаимно перпендикулярных граней. Показать, что выходящий из пирамиды луч меняет свое направление на обратное.

**11.** Найти все изображения предмета, находящегося между двумя зеркалами, наклоненными друг к другу под углом  $60^\circ$ . Построить ход лучей, дающих изображение предмета после двух последовательных отражений от обоих зеркал.

**12.** Определить число изображений предмета, помещенного между двумя плоскими зеркалами, образующими друг с другом угол  $\varphi$ , в предположении, что число  $m = 2\pi/\varphi$  — целое.

**13.** Световой луч вступает в преломляющую призму через грань  $AD$  и последовательно отражается от граней  $BC$  и  $BD$ , а затем выходит через грань  $AC$ , как указано на рис. 2. Луч лежит в плоскости, перпендикулярной к ребрам призмы. Углы  $B$  и  $A$  призмы равны соответственно  $\alpha$  и  $2\alpha$ , а углы  $C$  и  $D$  равны между собой. Показать, что угол  $\delta$  отклонения вышедшего луча от первоначального направления не зависит от угла падения. Вычислить угол  $\delta$ . Будет ли призма при указанном ходе лучей давать спектральное разложение?

**14.** Объяснить, почему в лунную ночь на поверхности моря видна лунная дорожка, а не изображение лунного диска.

**15.** Найти величину изображения Солнца, получаемого в рефлекторе с радиусом кривизны  $16$  м. Диаметр Солнца  $1,4 \cdot 10^6$  км, а расстояние от Земли до Солнца  $150 \cdot 10^6$  км.

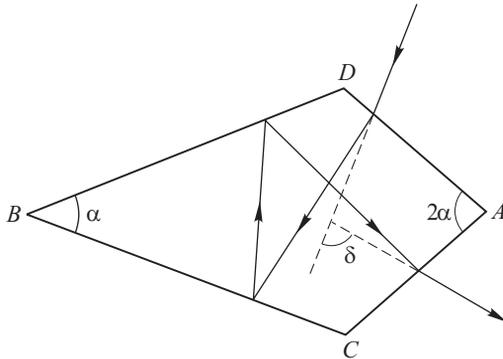


Рис. 2

**16.** Радиус кривизны вогнутого зеркала 40 см. Найти положение объекта, при котором его изображение — действительное и увеличенное в два раза. Найти такое положение, при котором изображение — мнимое и увеличенное в два раза.

**17.** Для измерения фокусного расстояния зеркала в 10 см от него поместили зажженную свечу. Четкое изображение свечи получилось на экране, отстоящем от зеркала на расстоянии 30 см. Найти фокусное расстояние  $f$  зеркала.

**18.** Доказать геометрически и аналитически, что если сферическое зеркало  $MM$  (рис. 3), посеребренное со стороны 1, отображает предмет  $P$  в  $P'$ , то посеребренное со стороны 2, оно отображает предмет  $P'$  в  $P$ .

**19.** Найти форму зеркальной поверхности, отражающей параллельные лучи так, что они кажутся исходящими из одной точки за зеркалом.

**20.** Сосуд с ртутью равномерно вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$ . Поверхность ртути принимает вогнутую форму и используется как зеркало. Определить фокусное расстояние этого зеркала.

**21.** Доказать геометрически, что если луч света, исходящий из точки  $A$ , попадает в точку  $B$  после отражения от плоского зеркала, то длина пути этого луча меньше, чем длина любого другого пути, проходящего от  $A$  к зеркалу, а затем к  $B$ .

**22.** Доказать, что изображение точки в сферическом зеркале можно построить следующим способом. Из произвольной точки  $A$  проводим прямые  $AO$  и  $AC$ , соединяющие эту точку с вершиной  $O$  и центром кривизны  $C$  (рис. 4). Из точки  $P$  проводим прямую  $PD$ , пересекающую

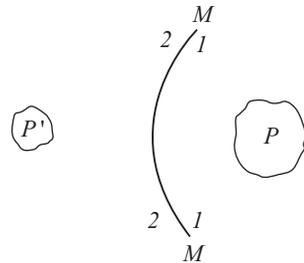


Рис. 3

прямые  $AO$  и  $AC$  в точках  $D$  и  $B$ . Прямая  $AP'$ , соединяющая точку  $A$  с точкой пересечения диагоналей  $BO$  и  $CD$ , пересечет оптическую ось в точке  $P'$ , являющейся изображением точки  $P$ .

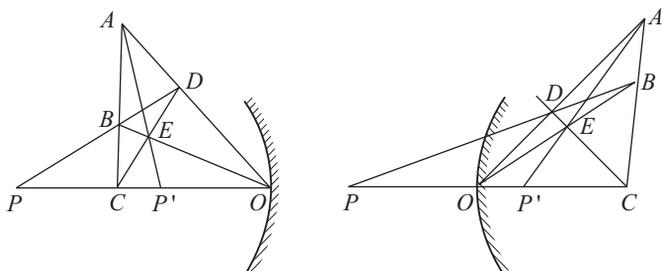


Рис. 4

**23.** Показать, что если луч света, исходящий из точки  $A$ , попадает в точку  $B$  после преломления на плоской границе раздела двух сред, то оптическая длина этого луча меньше оптической длины любого другого пути, соединяющего  $A$  и  $B$ .

**24.** Вывести формулу сферического зеркала и формулу тонкой линзы из принципа таутохронизма <sup>1)</sup>.

**25.** При падении на плоскую границу двух сред луч частично отражается, частично преломляется. При каком угле падения  $\varphi$  отраженный луч перпендикулярен к преломленному лучу?

**26.** Доказать, что если световой луч проходит несколько сред, разделенных плоскопараллельными границами, то направление выходящего луча зависит только от направления входящего луча и от показателей преломления первой и последней сред.

**27.** Определить, насколько плоскопараллельная стеклянная пластинка толщины  $d = 10$  см смещает в сторону луч света, падающий на нее под углом  $\varphi = 70^\circ$ . Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**28.** Человек, стоящий на берегу пруда, смотрит на камень, находящийся на его дне. Глубина пруда  $h = 1$  м. На каком расстоянии  $h'$  от поверхности воды получится изображение камня, если луч зрения

<sup>1)</sup> В этой книге принято следующее правило знаков. Все расстояния, отсчитываемые от зеркала или линзы (или других точек, принимаемых за начала отсчета) в направлении распространения света, считаются положительными, а против направления распространения света, — отрицательными. Если падающий свет распространяется слева направо, то это правило знаков совпадает с правилом знаков, принятым в аналитической геометрии. Радиусы кривизны сферических поверхностей отсчитываются в направлении от сферической поверхности к центру кривизны. Фокусные расстояния, напротив, отсчитываются в направлении от фокусов к линзе или зеркалу (а в случае толстых линз или системы линз в направлении от фокусов к соответствующим главным плоскостям).

составляет с нормалью к поверхности воды угол  $\varphi = 60^\circ$ ? Показатель преломления воды  $n = 1,33$ .

**29.** Под стеклянной пластинкой толщины  $d = 15$  см лежит маленькая крупинка. На каком расстоянии  $l$  от верхней поверхности пластинки образуется ее видимое изображение, если луч зрения перпендикулярен к поверхности пластинки, а показатель преломления стекла  $n = 1,5$ ?

**30.** Плоская стеклянная пластинка толщины 3 мм рассматривается в микроскоп. Сначала микроскоп устанавливают для наблюдения верхней поверхности пластинки, а затем смещают тубус микроскопа вниз до тех пор, пока не будет отчетливо видна нижняя поверхность пластинки (для удобства наблюдения на поверхностях пластинки сделаны метки). Смещение тубуса оказалось 2 мм. Найти показатель преломления пластинки  $n$ .

**31.** Предмет помещен на расстоянии  $l_1 = 15$  см от плоскопараллельной стеклянной пластинки. Наблюдатель рассматривает его через пластинку, причем луч зрения нормален к ней. Найти расстояние изображения предмета  $l_2$  от ближайшей к наблюдателю поверхности пластинки. Толщина пластинки  $d = 4,5$  см. Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**32.** Как сместится фокус фотоаппарата, если внутрь аппарата на пути лучей (перпендикулярно к оптической оси) поместить плоскопараллельную стеклянную пластинку толщины  $d = 6$  мм с показателем преломления  $n = 1,5$ ? (Объектив сильно задиафрагмирован.)

**33.** Предмет помещен на оси вогнутого зеркала дальше его фокуса. Между фокусом и зеркалом помещена плоскопараллельная стеклянная пластинка толщины  $d$  с показателем преломления  $n$  так, что ось зеркала перпендикулярна к пластинке. Показать, что введение пластинки смещает изображение так же, как перемещение зеркала на  $d(n - 1)/n$  по направлению к предмету.

**34.** Показать, что для призмы с преломляющим углом  $A$  углом отклонения луча  $\delta$  связан с углами падения  $\varphi$  и  $\varphi'$  и с углами преломления  $\psi$  и  $\psi'$  (рис. 5) формулой

$$\frac{\sin\{(A + \delta)/2\}}{\sin(A/2)} = \frac{n \cos\{(\psi - \psi')/2\}}{\cos\{(\varphi - \varphi')/2\}}.$$

**35.** Показать, что наименьшее отклонение  $\delta$  параллельного пучка в призме происходит при симметричном ходе лучей в призме. Связать угол наименьшего отклонения  $\delta$  с показателем преломления  $n$  вещества призмы и с преломляющим углом  $A$  призмы.

**36.** Чему равен угол наименьшего отклонения  $\delta$  для линии  $D$  натрия в призме с преломляющим углом  $60^\circ$ ? Для линии  $D$  показатель преломления стекла призмы  $n = 1,62$ .

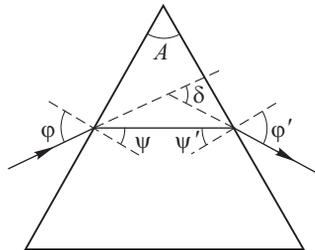


Рис. 5

**37.** Световой луч после прохождения через призму испытывает отражение от плоского зеркала. Показать, что при симметричном ходе луча через призму угол отклонения отраженного луча от первоначального направления не зависит от показателя преломления призмы.

**38.** Цилиндрический стакан с жидкостью поставлен на монету, рассматриваемую сквозь боковую стенку стакана. Указать наименьшую возможную величину показателя преломления  $n$  жидкости, при котором монета не видна.

**39.** С каким углом  $\alpha$  нужно взять трапециевидальный сосуд с водой  $ABCD$  (рис. 6), чтобы сквозь его боковую стенку не было видно предмета, подложенного под дно сосуда? Показатель преломления воды  $n = 1,33$ . Дно сосуда имеет форму прямоугольника.

**40.** Луч света преломляется в призме, находясь в плоскости, перпендикулярной к преломляющему ребру призмы. Показать, что если относительный показатель преломления  $n$  призмы больше единицы, а угол падения остается постоянным, то отклонение луча возрастает с возрастанием преломляющего угла призмы. Показать также, что при тех же условиях максимальный преломляющий угол призмы, при котором луч может выйти из нее, равен

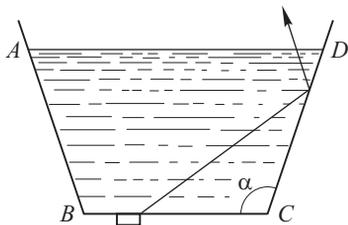


Рис. 6

$$A = \arcsin \frac{\sin \varphi}{n} + \arcsin \frac{1}{n}.$$

**41.** Вычислить угол наименьшего отклонения  $\delta$  для призмы с очень малым преломляющим углом  $A$  с учетом членов второго порядка малости (относительно  $A$ ).

**42.** Написать выражение для угловой дисперсии призмы в области наименьшего отклонения. Найти угол, на который разойдутся два луча по выходе из призмы, если при падении на нее они были параллельны. Показатель преломления призмы для первого луча, испытавшего наименьшее отклонение, равен 1,500, а для другого 1,501. Преломляющий угол призмы  $60^\circ$ .

**43.** Воспользовавшись приведенными ниже данными относительно дисперсии кварца, определить угловую дисперсию (в угл.  $c/\text{Å}$ ) шестидесятиградусной кварцевой призмы в различных частях спектра.

| Интервал | $\lambda, \text{Å}$ | $n$    |
|----------|---------------------|--------|
| 1        | 7685                | 1,5391 |
|          | 5893                | 1,5442 |
| 2        | 4861                | 1,5497 |
| 3        | 4100                | 1,5565 |
| 4        | 3034                | 1,5770 |
| 5        | 2537                | 1,5963 |
| 6        | 1988                | 1,6509 |

**44.** Подсчитать, какая получится линейная дисперсия (в  $\text{мм}/\text{\AA}$ ), если в спектрографе с призмой, описанной в предыдущей задаче, использовать камеру с объективом, имеющим фокусное расстояние  $f = 50 \text{ см}$  (для интервалов, указанных в предыдущей задаче).

**45.** В длинный сосуд с плоскопараллельными стенками, наполненный жидкостью, опущена стеклянная призма так, что ее основание лежит на дне сосуда, как это изображено на рис. 7.

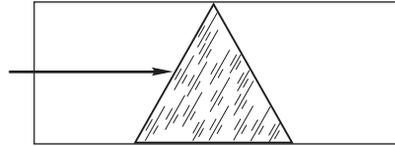


Рис. 7

Кривые зависимости показателя преломления от длины волны для жидкости и стекла показаны на рис. 8. Указать, что произойдет с лучом белого света, входящим в сосуд и падающим на призму параллельно ее основанию; разложится ли он в спектр, и как пойдут желтый, синий и красный лучи?

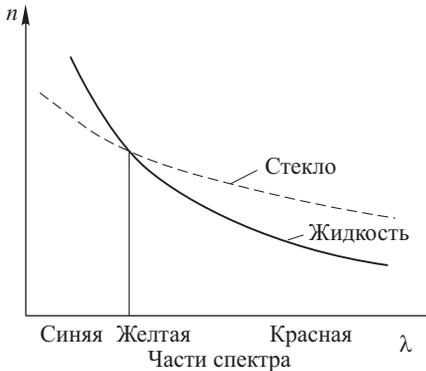


Рис. 8

**46.** Оптические длины лучей от одного положения волнового фронта до другого одинаковы. Исходя из этого и принимая во внимание, что лучи перпендикулярны к волновым фронтам, показать, что угловое увеличение, даваемое зрительной трубой, «установленной на бесконечность», равно отношению ширины пучков света до и после прохождения их через трубу.

**47.** Если рассматривать удаленные предметы через призму, то, вообще говоря, они будут казаться искаженными. Одно из искажений состоит в том, что изображение вытянуто или сплюснуто в направлении, перпендикулярном к ребру призмы. Как надо держать призму, чтобы указанного искажения не было?

**48.** Как с помощью двух стеклянных призм сконструировать «зрительную трубу» для рассматривания удаленных предметов, дающую их подобные изображения с произвольным увеличением?

**49.** Используя результат решения задачи 44, доказать, что увеличение зрительной трубы равно отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра.

**50.** Стеклянный тонкостенный шар наполнен водой ( $n = 4/3$ ). Наблюдатель смотрит вдоль диаметра шара на крупинку, перемещающуюся вдоль этого же диаметра. Как изменяется положение изображения крупинки, если она от удаленного по отношению к наблюдателю конца диаметра перемещается к ближайшему концу? Диаметр шара  $D = 10 \text{ см}$ .

**51.** Если надеть очки, стекла которых имеют форму менисков с вогнутыми задними поверхностями, то часто наряду с обычными можно видеть сильно уменьшенные прямые изображения ярких удаленных предметов. Объяснить это явление.

**52.** Может ли двояковыпуклая линза с показателем преломления  $n > 1$  действовать как зрительная труба, предназначенная для рассматривания удаленных предметов? Какие она будет давать изображения — прямые или обратные? Какова должна быть толщина линзы  $d$ , если радиусы кривизны передней и задней сферических поверхностей ее равны соответственно  $R_1$  и  $R_2$ ? Чему равно угловое увеличение  $N$ ?

**53.** Какой должна быть толстая стеклянная линза с показателем преломления  $n > 1$ , чтобы она действовала как зрительная труба, дающая прямые увеличенные изображения удаленных предметов с угловым увеличением  $N$ ? Чему должна равняться толщина  $d$  такой линзы, если радиусы кривизны передней и задней сферических поверхностей ее равны соответственно  $R_1$  и  $R_2$ ? Как связано угловое увеличение  $N$  с радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$ ?

**54.** Матовое стекло фотографического аппарата установлено так, что резким выходит изображение предмета, находящегося на расстоянии 5 м. До какого диаметра  $D$  нужно задиафрагмировать объектив с фокусным расстоянием 20 см, чтобы не было заметной нерезкости в изображении предметов, находящихся на 0,5 м ближе снимаемого (нерезкость считать незаметной, если размытость деталей не превышает 0,1 мм)?

**55.** Найти фокусное расстояние  $f$  двояковыпуклой тонкой линзы, ограниченной сферическими поверхностями с радиусами  $R_1 = 25$  мм и  $R_2 = 40$  мм; показатель преломления стекла линзы  $n = 1,5$ .

**56.** Линза с фокусным расстоянием  $f = 10$  см сделана из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ . Найти фокусное расстояние  $f'$  линзы, помещенной в воду ( $n' = 4/3$ ).

**57.** Линза с показателем преломления  $n = 1,53$  опущена в сероуглерод ( $n' = 1,63$ ). Как изменится фокусное расстояние линзы по сравнению с фокусным расстоянием ее в воздухе?

**58.** С помощью тонкой собирающей стеклянной линзы с показателем преломления  $n = 3/2$  получено действительное изображение предмета на расстоянии 10 см от линзы. После того как предмет и линзу погрузили в воду, не изменяя расстояния между ними, изображение получилось на расстоянии 60 см от линзы. Найти фокусное расстояние  $f$  линзы, если показатель преломления воды  $n' = 4/3$ .

**59.** Фокусное расстояние объектива зрительной трубы  $f_1 = 60$  см, а окуляра  $f_2 = 4$  см. Показатель преломления стекла объектива и окуляра  $n = 3/2$ . Труба погружается в воду, заполняющую ее внутреннюю часть. Каким объективом из того же сорта стекла следует заменить объектив трубы, чтобы в нее можно было рассматривать удаленные предметы в воде? Чему будет при этом равно увеличение трубы, если показатель преломления воды  $n' = 4/3$ ?