

К. В. Максименко-Шейко, А. В. Толок, Т. И. Шейко

R-функции как аппарат в приложениях фрактальной геометрии

В настоящее время фракталы широко применяются в радиотехнике, компьютерной графике, физике, нефтехимии, биологии и других областях. В данной статье на основе конструктивных средств теории R-функций, суперпозиции функций, рекурсивных процедур и свойств подобия фигур разработана оригинальная методика и построены уравнения ряда объектов фрактальной геометрии.

Введение

Слово «фрактал» образовано от латинского «fractus», что в переводе означает «состоящий из фрагментов». Оно было предложено Бенуа Мандельбротом в 1975 г. для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур [1]. Первые идеи фрактальной геометрии возникли в XIX в., когда Кантор с помощью простой рекурсивной процедуры превратил линию в набор несвязанных точек (так называемая «пыль Кантора»). Пеано нарисовал особый вид линии. Кривая Пеано и пыль Кантора выходили за рамки обычных геометрических объектов [2–3]. Они не имели четкой размерности. Пыль Кантора строилась на основании одномерной прямой, но состояла из точек (размерность 0), а кривая Пеано — на основании одномерной линии, но в результате получалась плоскость. Геометрические фракталы обычно формируются, начиная с инициатора — фигуры, к которой применяется основной рисунок. Детерминированные фракталы образуются в рекурсивном процессе, он применяет основной рисунок к инициатору, после чего — к результату и т. д. В детерминированных фракталах самоподобие проявляется на всех уровнях. Как правило, такие фракталы итерируют 4–6 раз, чтобы получить четкое изображение.

В настоящее время фракталы широко применяются в радиотехнике при проекти-

ровании антенных устройств (кривая Коха и ковер Серпинского) и волноводов (снежинка Коха), в компьютерной графике и при сжатии изображений. В физике фракталы возникают при моделировании нелинейных процессов, таких как турбулентное течение жидкости, сложные процессы диффузии-адсорбции и т. п. Фракталы используются при моделировании пористых материалов, например, в нефтехимии. В биологии они применяются для моделирования популяций и описания систем внутренних органов (система кровеносных сосудов). Большой интерес вызывают задачи математического моделирования физико-механических полей в объектах фрактальной природы.

Однако В. Л. Рвачев [4], определяя к описанию R-функциями типы геометрических объектов, исключил из рассмотрения такие «геометрические монстры, как Канторово множество, ковер Серпинского» и др. В данной статье на основе новых конструктивных средств теории R-функций [5] построены уравнения ряда объектов фрактальной геометрии.

Построение уравнений объектов фрактальной геометрии

Рассмотрим самый простой детерминированный фрактал, который образуется при прибавлении квадратов к вершинам других квадратов и называется *коробкой*, где и инициатор, и генератор — квадраты. Его фрак-