

В. В. Андреев, М. И. Семёнов

Программное приложение для решения задач оптимальной параметрической идентификации динамических моделей: применение для прогнозирования динамики социально-экономической системы США

В рамках данной работы разработано программное приложение для решения задач оптимальной параметрической идентификации моделей. Использован алгоритм Левенберга-Марквардта в модификации Флетчера, дающий лучшие результаты для решения переопределенных нелинейных систем уравнений по сравнению со стандартными методами. Задачи подобного типа возникают при настройке модели на реальные данные.

Библиотека Optimization Toolbox пакета MATLAB представляет собой очень мощный аппарат для решения широкого круга задач оптимизации. Кроме того, основной пакет MATLAB предоставляет средства для целевой оптимизации, например, оператор «обратный слэш» для решения системы линейных уравнений или функция `fminsearch` для нахождения локального минимума нелинейных функций. Однако в случае, когда задача описана нелинейной системой уравнений, и требуется минимизация методом наименьших квадратов, применение функции `fminsearch` является неэффективным. Функция `lsqnonlin`, входящая в библиотеку Optimization Toolbox, тоже является недостаточно гибкой.

Разработанное программное приложение применено для исследования математической модели, описывающей динамику социально-экономической системы на примере США. Ранее аналогичные модели были использованы для анализа социально-экономической системы России и показали свою достаточную адекватность.

Нелинейные задачи идентификации моделей

Постановка задачи

Пусть задан вектор-столбец $\mathbf{y}$ экспериментальных данных, элементы которого y_i зависят от переменной x_i , т. е.

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y(x_1) \\ \vdots \\ y(x_n) \end{pmatrix}.$$

Цель состоит в том, чтобы получить регрессию $y(x)$ на некоторую функцию $f(x, \mathbf{c})$, где $\mathbf{c}$ — вектор неизвестных параметров идентифицируемой модели. Введем вектор-столбец

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f(x_1, \mathbf{c}) \\ \vdots \\ f(x_n, \mathbf{c}) \end{pmatrix}.$$

Разность

$$\mathbf{f} - \mathbf{y} = \mathbf{r} \quad (1)$$