

А. И. Солонина
Д. А. Улахович
С. М. Арбузов
Е. Б. Соловьева

$$H(e^{j\Omega_0}) = \frac{Y(e^{j\Omega_0})}{X(e^{j\Omega_0})} = k e^{-j\omega_0 T}$$

Основы цифровой обработки сигналов

2-е издание

- Математический аппарат ЦОС
- Синтез цифровых фильтров
- Адаптивная фильтрация
- Многоскоростные цифровые системы
- Нелинейные цифровые системы
- Моделирование обработки сигналов в MATLAB



$$\max_n |e(n)| = \frac{Q}{2} = 2^{-b-1}$$



**А. И. Солонина
Д. А. Улахович
С. М. Арбузов
Е. Б. Соловьева**

Основы цифровой обработки сигналов

2–е издание

Рекомендовано УМО по образованию в области телекоммуникаций в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов 654400 — Телекоммуникации

Санкт-Петербург
«БХВ-Петербург»

2005

УДК 681.3.06(075.8)
ББК 32.973я73
О-75

О-75 Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций / Авторы:
А. И. Солонина, Д. А. Улахович, С. М. Арбузов, Е. Б. Соловьева /
Изд. 2-е испр. и перераб. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 768 с.: ил.
ISBN 5-94157-604-8

В книге, написанной на базе курса лекций, читаемых студентам ГУТ им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, изложены теоретические основы цифровой обработки сигналов: способы описания дискретных и цифровых сигналов и систем во временной, Z- и частотной областях, включая дискретное и быстрое преобразования Фурье, а также систем в пространстве состояний; основные методы и особенности синтеза цифровых линейных и адаптивных фильтров; понятия о многоскоростных системах ЦОС. Отдельные главы посвящены введению в проблемы передачи параметров линейного предсказания и принципам нелинейной обработки сигналов. Книга содержит большое количество иллюстраций и примеров; рассмотрены основы математического моделирования дискретных сигналов и систем в программной среде MATLAB. Второе издание дополнено рядом новых разделов и лекций: дискретизация относительно узкополосных сигналов, фазовые звенья и др.

*Для студентов вузов
и специалистов в области цифровой обработки сигналов*

УДК 681.3.06(075.8)
ББК 32.973я73

Группа подготовки издания:

Главный редактор	<i>Екатерина Кондукова</i>
Зам. гл. редактора	<i>Людмила Еремеевская</i>
Зав. редакцией	<i>Григорий Добин</i>
Редактор	<i>Нина Седых</i>
Компьютерная верстка	<i>Натали Каравасовой</i>
Корректор	<i>Виктория Пиотровская</i>
Дизайн обложки	<i>Игоря Цырульниковой</i>
Зав. производством	<i>Николай Тверских</i>

Лицензия ИД № 02429 от 24.07.00. Подписано в печать 29.04.05.

Формат 70×100¹/₁₆. Печать офсетная. Усл. печ. л. 61,92.

Тираж 5000 экз. Заказ №

"БХВ-Петербург", 194354, Санкт-Петербург, ул. Есенина, 5Б.

Санитарно-эпидемиологическое заключение на продукцию
№ 77.99.02.953.Д.006421.11.04 от 11.11.2004 г. выдано Федеральной службой
по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека.

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ОАО "Техническая книга"
190005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29.

ISBN 5-94157-604-8

© "БХВ-Петербург", 2005

Оглавление

Принятые сокращения	1
Предисловие ко второму изданию	3
ЧАСТЬ I. ВВЕДЕНИЕ	5
Лекция 1. Введение в ЦОС	7
1.1. Обобщенная схема цифровой обработки сигналов.....	7
1.2. Основные типы сигналов и их математическое описание. Нормирование времени.....	12
1.3. Типовые дискретные сигналы.....	14
1.4. Основная полоса частот. Нормирование частоты	17
Лекция 2. Математический аппарат описания сигналов и линейных систем	20
2.1. Математическое описание аналоговых сигналов и линейных систем в p -области и в частотной области	21
2.1.1. Преобразование Лапласа.....	21
2.1.2. Преобразование Фурье	23
2.1.3. Связь преобразования Фурье с преобразованием Лапласа.....	23
2.1.4. Ряд Фурье.....	24
2.2. Математическое описание дискретных сигналов и линейных систем в z -области и в частотной области.....	25
2.2.1. Дискретное преобразование Лапласа.....	25
2.2.2. Z -преобразование	26
2.2.3. Связь Z -преобразования с дискретным преобразованием Лапласа ...	27
2.2.4. Преобразование Фурье	27
2.2.5. Связь преобразования Фурье с Z -преобразованием	29

Лекция 3. Z-преобразование.....	30
3.1. Z-преобразование.....	30
3.2. Соотношение между p - и z -плоскостями	33
3.3. Отображение p -плоскости на z -плоскость	34
3.4. Основные свойства Z-преобразования	39
3.5. Z-преобразование типовых дискретных сигналов	42
3.6. Обратное Z-преобразование	49
3.6.1. Использование таблицы соответствий.....	49
3.6.2. Прямое вычисление интеграла на основе теоремы Коши о вычетах.....	51
3.6.3. Разложение z -изображения на простые дроби.....	54
 ЧАСТЬ II. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ.....	 57
Лекция 4. Описание линейных дискретных систем во временной области	59
4.1. Импульсная характеристика.....	61
4.2. Соотношение вход/выход.....	62
4.2.1. Формула свертки.....	63
4.2.2. Разностное уравнение.....	69
4.3. Рекурсивные и нерекурсивные линейные дискретные системы	71
4.4. Системы с конечной и бесконечной импульсной характеристикой.....	72
4.5. Свойства линейных дискретных систем	74
4.5.1. Свойство памяти линейных дискретных систем	74
4.5.2. Устойчивость линейных дискретных систем.....	75
4.5.3. Оценка устойчивости по импульсной характеристике: критерий устойчивости	76
 Лекция 5. Описание линейных дискретных систем в z-области.....	 78
5.1. Передаточная функция. Соотношение вход/выход.....	78
5.2. Взаимосвязь между передаточной функцией и разностным уравнением.....	83
5.3. Разновидности передаточных функций	84
5.4. Передаточные функции и импульсные характеристики звеньев 1-го и 2-го порядков.....	88
5.5. Оценка устойчивости по передаточной функции: критерий устойчивости	92
5.6. Карты нулей и полюсов звеньев 1-го и 2-го порядков.....	94

Лекция 6. Описание линейных дискретных систем в частотной области	99
6.1. Частотная характеристика	99
6.1.1. Связь частотной характеристики с передаточной функцией	102
6.1.2. Соотношение вход/выход	103
6.2. Свойства частотных характеристик.....	104
6.2.1. Основная полоса частот	106
6.3. Расчет АЧХ и ФЧХ.....	106
6.3.1. Расчет АЧХ и ФЧХ звена 1-го порядка	107
6.3.2. Расчет АЧХ и ФЧХ звена 2-го порядка	108
6.4. Экспресс-анализ АЧХ и ФЧХ	109
6.4.1. Экспресс-анализ АЧХ и ФЧХ звена 1-го порядка.....	109
6.4.2. Экспресс-анализ АЧХ и ФЧХ звена 2-го порядка.....	115
6.4.3. Местоположение нуля, максимума и минимума АЧХ	121
6.5. Анализ АЧХ по карте нулей и полюсов.....	124
6.6. Минимально-фазовые и неминимально-фазовые ЛДС	126
6.7. Фазовые звенья	130
6.7.1. Определение и свойства фазовых звеньев.....	132
6.7.2. Фазовое звено 1-го порядка	135
6.7.3. Фазовое звено 2-го порядка	138
Лекция 7. Структурные схемы линейных дискретных систем.....	144
7.1. Структуры рекурсивных ЛДС	145
7.1.1. Прямая структура.....	146
7.1.2. Прямая каноническая структура 1.....	147
7.1.3. Каноническая структура 2.....	148
7.1.4. Каноническая структура 3	150
7.1.5. Каскадная структура.....	153
7.1.6. Параллельная структура.....	154
7.2. Структуры нерекурсивных ЛДС	155
7.2.1. Прямая структура.....	156
7.2.2. Каскадная структура.....	156
7.3. Выбор структуры.....	157
Лекция 8. Описание линейных дискретных систем в пространстве состояний.....	158
8.1. Понятие состояния	159
8.2. Описание ЛДС на основе структурных схем.....	160
8.3. Определение уравнений состояния и выхода по передаточной функции	163

8.4. Структурное представление ЛДС по уравнениям состояния и выхода	167
--	-----

Лекция 9. Анализ линейных дискретных систем в пространстве состояний 171

9.1. Временной анализ.....	171
9.2. Анализ в z -области.....	174
9.3. Линейные преобразования в пространстве состояний	177

ЧАСТЬ III. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ 181

Лекция 10. Описание дискретных сигналов 183

10.1. Описание дискретных сигналов в частотной области	184
10.2. Свойства спектров дискретных сигналов	186
10.3. Связь между спектрами аналогового и дискретного сигналов.....	191
10.4. Дискретизация относительно узкополосных сигналов.....	195
10.5. Преобразование спектра	200
10.5.1. Перенос спектра	200
10.5.2. Инверсия спектра вещественного сигнала	203
10.5.3. Формирование сигнала с одной боковой полосой.....	205
10.5.4. Перенос спектра узкополосного ВЧ-сигнала в область нижних частот	208

Лекция 11. Дискретное преобразование Фурье..... 215

11.1. Дискретное преобразование Фурье периодической последовательности.....	216
11.2. Дискретное преобразование Фурье конечной последовательности.....	225
11.3. Свойства ДПФ.....	229

Лекция 12. Быстрое преобразование Фурье..... 243

12.1. Алгоритм БПФ с прореживанием по времени.....	244
12.2. Пример вычисления 8-точечного ДПФ с помощью алгоритма БПФ с прореживанием по времени.....	255
12.3. Правило расстановки отсчетов исходной последовательности: операция бит-реверсии.....	258
12.4. Алгоритм БПФ с прореживанием по частоте	259

12.5. Пример вычисления 8-точечного ДПФ с помощью алгоритма БПФ с прореживанием по частоте	264
12.6. Оценка выигрыша в количестве операций при вычислении ДПФ с помощью алгоритма БПФ с основанием 2	266
12.7. Вычисление обратного ДПФ с помощью алгоритма БПФ.....	267

ЧАСТЬ IV. ПРОХОЖДЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ 269

Лекция 13. Линейная дискретная система как генератор случайных сигналов 271

13.1. Основные понятия вероятностного анализа дискретных сигналов.....	271
13.2. Генерирование ЛДС случайных сигналов	273
13.3. Свойства линейных стохастических разностных уравнений	275

Лекция 14. Прохождение случайных сигналов через линейные дискретные системы..... 279

14.1. Анализ во временной области	279
14.2. Анализ в частотной области	281
14.3. Спектральная факторизация	283

ЧАСТЬ V. КВАНТОВАНИЕ В ЦИФРОВЫХ СИСТЕМАХ 287

Лекция 15. Квантование сигналов в цифровых системах 289

15.1. Представление и кодирование чисел.....	289
15.1.1. Формы представления чисел	290
15.1.2. Кодирование чисел	292
15.1.3. Арифметические операции над числами с фиксированной запятой.....	294
15.2. Квантование чисел и сигналов.....	296
15.2.1. Способы квантования чисел	297
15.2.2. Модели процесса квантования. Предположения о свойствах ошибок квантования	300
15.3. Шум аналого-цифрового преобразования.....	301
15.3.1. Линейная модель процесса квантования входного сигнала. Оценки шума АЦП.....	301
15.3.2. Шум АЦП, приведенный к выходу цифровой системы.....	304

Лекция 16. Эффекты квантования в цифровых системах	307
16.1. Собственный шум цифровой системы	307
16.1.1. Линейная модель цифровой системы	308
16.1.2. Определение составляющих собственного шума	310
16.1.3. Вычисление собственного шума	311
16.2. Полный выходной шум системы	313
16.3. Эффекты переполнения в сумматорах	315
16.3.1. Динамический диапазон цифровой системы	315
16.3.2. Масштабирующие коэффициенты	316
16.4. Эффекты квантования коэффициентов цифровой системы	318
16.5. Понятие о предельных циклах	320
 ЧАСТЬ VI. ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ	323
 Лекция 17. Введение в цифровые фильтры	325
17.1. Основные определения и классификация цифровых фильтров	325
17.2. Синтез цифровых фильтров	328
17.2.1. Требования к цифровым фильтрам	328
17.2.2. Типы избирательных фильтров и задание требований к ним	331
17.2.3. Характеристика задачи оптимального синтеза	336
17.2.4. Меры близости в задачах аппроксимации ЦОС	337
17.2.5. Постановка задачи оптимального синтеза	340
17.2.6. Весовая функция	342
17.3. Конструирование функциональной схемы цифрового фильтра	344
 Лекция 18. КИХ-фильтры с линейной ФЧХ	345
18.1. Условия безыскаженной передачи сигналов	345
18.2. Теорема о КИХ-фильтрах с линейной ФЧХ	348
18.3. Структурные схемы КИХ-фильтров с линейной ФЧХ	358
18.4. Частотные характеристики КИХ-фильтров с линейной ФЧХ	361
18.4.1. КИХ-фильтры типа 1 и 3	363
18.4.2. КИХ-фильтры типа 2 и 4	366
18.5. Свойства КИХ-фильтров с линейной ФЧХ	369
18.5.1. Свойства КИХ-фильтров типа 1	370
18.5.2. Свойства КИХ-фильтров типа 2	371
18.5.3. Свойства КИХ-фильтров типа 3	372
18.5.4. Свойства КИХ-фильтров типа 4	373

Лекция 19. Синтез КИХ-фильтров методом окон.....	376
19.1. Постановка задачи. Определение метода.....	376
19.1.1. Общая характеристика задачи.....	376
19.1.2. Явление Гиббса.....	379
19.2. Окна и их основные параметры.....	383
19.2.1. Прямоугольное окно (окно Дирихле).....	384
19.2.2. Треугольное окно (окно Бартлетта).....	385
19.2.3. Обобщенное косинусное окно.....	386
19.2.4. Окно Кайзера.....	390
19.2.5. Определение величины пульсаций Гиббса.....	393
19.3. Методика синтеза КИХ-фильтров на основе окон.....	397
 Лекция 20. Синтез оптимальных (по Чебышеву) КИХ-фильтров	404
20.1. Понятие об оптимальном (по Чебышеву) синтезе фильтров.....	404
20.1.1. Постановка задачи оптимального синтеза.....	405
20.1.2. Понятие о полиномах Чебышева.....	412
20.2. Теорема Чебышева.....	415
20.3. Полиномиальный алгоритм Ремеза.....	424
20.3.1. Понятие об алгоритме Ремеза.....	424
20.3.2. Пример использования обменного алгоритма Ремеза.....	426
 Лекция 21. Цифровые преобразователи Гильберта и дифференциаторы	431
21.1. Цифровой преобразователь Гильберта.....	431
21.1.1. Понятие о преобразовании Гильберта.....	431
21.1.2. Дискретное преобразование Гильберта.....	434
21.1.3. Частотные характеристики цифровых преобразователей Гильберта.....	438
21.1.4. Импульсная характеристика ЦПГ.....	440
21.1.5. Задание требований к цифровым преобразователям Гильберта....	444
21.2. Цифровые дифференциаторы.....	447
21.2.1. Понятие о дифференциаторе.....	447
21.2.2. Частотные характеристики цифровых дифференциаторов.....	448
21.2.3. Задание требований к цифровым дифференциаторам.....	451
 Лекция 22. Специальные КИХ-фильтры	456
22.1. Цифровые согласованные КИХ-фильтры.....	456
22.1.1. Связь между характеристиками сигнала и согласованного с ним фильтра.....	457

22.1.2. Свойства согласованного фильтра	463
22.1.3. Решающая схема обнаружителя сигналов.....	467
22.2. Амплитудные корректоры	469
Лекция 23. Синтез БИХ-фильтров.....	473
23.1. Обзор методов синтеза аналоговых фильтров-прототипов.....	474
23.1.1. Реактансные преобразования частоты	475
23.1.2. Аппроксимация АЧХ рациональными функциями	483
23.2. Синтез БИХ-фильтров методом инвариантности импульсной характеристики	492
23.2.1. Постановка задачи и ее решение	492
23.2.2. Свойства БИХ-фильтров, синтезируемых методом инвариантности импульсной характеристики.....	496
23.2.3. Процедура синтеза БИХ-фильтров методом инвариантности ИХ	498
Лекция 24. Синтез БИХ-фильтров методом билинейного Z-преобразования	499
24.1. Билинейное Z-преобразование	499
24.1.1. Определение билинейного Z-преобразования	499
24.1.2. Свойства билинейного Z-преобразования	501
24.1.3. Сравнение методов инвариантности импульсной характеристики и билинейного Z-преобразования	505
24.1.4. Процедура синтеза цифрового фильтра при билинейном Z-преобразовании.....	507
24.2. Синтез БИХ-фильтров методом частотных преобразований БИХ-фильтров нижних частот	517
ЧАСТЬ VII. АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ.....	525
Лекция 25. Введение в линейное предсказание.....	527
25.1. Постановка задачи линейного предсказания	528
25.2. Решение задачи линейного предсказания во временной области	532
25.3. Вычисление коэффициентов линейного предсказания	536
25.3.1. Алгоритм Левинсона—Дарбина	539
25.3.2. Устойчивость фильтра-предсказателя	542
25.4. Решение задачи линейного предсказания в частотной области	543
25.5. Линейное предсказание при возбуждении белым шумом.....	546

25.5.1. Реакция линейной модели на случайный процесс.....	546
25.5.2. Особенности линейного предсказания при возбуждении белым шумом	549
Лекция 26. Линейные спектральные пары.....	551
26.1. Метод Итакуры.....	553
26.2. Второй метод формирования ЛСК.....	559
26.2.1. Теорема о z -образе полинома Гурвица	559
26.2.2. Вторая процедура вычисления ЛСК	560
26.3. Обобщение теории ЛСК	562
26.4. Поиск спектральных корней.....	564
Лекция 27. Основы адаптивной обработки сигналов.....	565
27.1. Классификация адаптивных систем обработки сигналов	565
27.2. Постановка задачи адаптивной обработки сигналов	567
27.3. Оптимальное нерекурсивное оценивание	568
Лекция 28. Рекуррентные алгоритмы адаптации	575
28.1. Калмановское оценивание случайного сигнала	575
28.2. Характеристика итерационных алгоритмов адаптации.....	580
28.3. Градиентные методы адаптации	582
ЧАСТЬ VIII. МНОГОСКОРОСТНЫЕ СИСТЕМЫ ЦОС.....	587
Лекция 29. Многоскоростные системы ЦОС	589
29.1. Однократные системы интерполяции	592
29.2. Однократные системы децимации.....	600
29.3. Полифазная структура систем интерполяции.....	608
29.4. Полифазная структура систем децимации	615
ЧАСТЬ IX. ПРИМЕНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА В ЦОС.....	621
Лекция 30. Основы дискретного вейвлет-анализа	623
30.1. Усреднение и детализация.....	623
30.2. Матричные представления	625
30.3. Обратное вейвлет-преобразование	631
30.4. Фильтровая реализация вейвлет-преобразования	633
30.5. Дискретные вейвлет-преобразования.....	636

ЧАСТЬ X. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ 641

Лекция 31. Математическое описание нелинейных дискретных систем на основе функциональных рядов и полиномов Вольтерры 643

- 31.1. Операторное уравнение системы и его использование в задачах
идентификации, моделирования и синтеза нелинейных систем 644
- 31.2. Описание нелинейной системы во временной области 648
- 31.3. Описание нелинейной системы в p - и z -областях 650
 - 31.3.1. Определение прямого многомерного преобразования Лапласа 650
 - 31.3.2. Определение обратного многомерного преобразования Лапласа 651
 - 31.3.3. Определение прямого многомерного Z -преобразования 653
 - 31.3.4. Определение обратного многомерного Z -преобразования 654
- 31.4. Описание нелинейной системы в частотной области 656
 - 31.4.1. Частотное представление системы на основе
преобразования Фурье 656
 - 31.4.2. Частотное представление системы на основе дискретного
преобразования Фурье 664
- 31.5. Определение параметров нелинейного оператора дискретной
системы по среднеквадратическому критерию 666
 - 31.5.1. Построение нелинейного оператора во временной области 666
 - 31.5.2. Построение нелинейного оператора в частотной области 671

ПРИЛОЖЕНИЯ 677

Приложение 1. Математическое моделирование обработки сигналов линейной дискретной системой в программной среде MATLAB 679

- П1.1. Моделирование работы ЛДС во временной области 681
 - П1.1.1. Моделирование работы ЛДС на основе разностного
уравнения: функция *filter* 681
 - П1.1.2. Расчет импульсной характеристики по разностному
уравнению: функция *filter* 683
 - П1.1.3. Расчет импульсной характеристики по коэффициентам
разностного уравнения: функция *impz* 685
 - П1.1.4. Моделирование работы ЛДС на основе уравнения свертки:
функция *conv* 686

П1.1.5. Вычисление импульсной характеристики БИХ-фильтра по известным реакции и воздействию: функция <i>deconv</i>	689
П1.1.6. Формирование модели переменных состояний: функции <i>tf2ss</i> , <i>zp2ss</i> , <i>ss2tf</i> , <i>ss2zp</i>	690
П1.2. Моделирование работы ЛДС в <i>z</i> -области	691
П1.2.1. Передаточная функция в общем виде	692
П1.2.2. Передаточная функция в виде произведения простейших множителей: функции <i>tf2zp</i> , <i>zp2tf</i>	693
П1.2.3. Карта нулей и полюсов: функция <i>zplane</i>	695
П1.2.4. Передаточная функция в виде произведения множителей второй степени: функции <i>tf2sos</i> , <i>zp2sos</i> , <i>sos2tf</i> , <i>sos2zp</i>	696
П1.2.5. Передаточная функция в виде суммы простых дробей: функция <i>residuez</i>	698
П1.3. Моделирование работы ЛДС в частотной области	699
П1.3.1. Расчет частотной характеристики по коэффициентам передаточной функции: функция <i>freqz</i>	700
П1.3.2. Расчет АЧХ и ФЧХ: функции <i>freqz</i> , <i>abs</i> , <i>angle</i> , <i>dbode</i>	701
П1.3.3. Расчет группового времени задержки: функция <i>grpdelay</i>	704
П1.4. Анализ дискретных сигналов	705
П1.4.1. Анализ дискретного сигнала во временной области: функции <i>mean</i> , <i>std</i> , <i>xcorr</i>	705
П1.4.2. Анализ дискретного сигнала в частотной области: функции <i>fft</i> , <i>ifft</i>	707

Приложение 2. Моделирование цифровой фильтрации с помощью GVI SPTool в программной среде MATLAB..... 712

П2.1. Последовательность действий при работе в SPTool-программе.....	712
П2.1.1. Синтез цифрового фильтра	713
П2.1.2. Анализ характеристик синтезированного фильтра	717
П2.1.3. Создание входного сигнала.....	719
П2.1.4. Импортрование входного сигнала в SPTool.....	719
П2.1.5. Визуализация входного и выходного сигналов	721
П2.1.6. Моделирование процесса фильтрации.....	722
П2.1.7. Расчет и визуализация спектров входного и выходного сигналов.....	723
П2.2. Выход из программы SPTool.....	724
П2.3. Экспортирование результатов моделирования в MATLAB	725

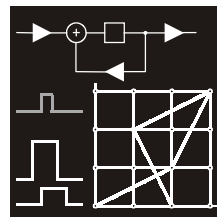
Приложение 3. Массивы записей в программной среде MATLAB	728
Приложение 4. Необходимые сведения из теории матриц	735
Список литературы.....	741
Дополнительная литература.....	745
Предметный указатель	747

Принятые сокращения

АЦП — аналого-цифровой преобразователь;
АЧХ — амплитудно-частотная характеристика;
БИХ — бесконечная импульсная характеристика (тип фильтра);
БПФ — быстрое преобразование Фурье;
ГВЗ — групповое время задержки;
ДПФ — дискретное преобразование Фурье;
ИХ — импульсная характеристика;
КИХ — конечная импульсная характеристика (тип фильтра);
КНП — карта нулей и полюсов;
КФНЧ — комплексный фильтр нижних частот;
КЧХ — комплексная частотная характеристика;
ЛДС — линейная дискретная система;
ЛП — линейное предсказание;
ЛСК — линейные спектральные корни;
ЛСП — линейные спектральные пары;
МНК — метод наименьших квадратов;
НУН — начальные условия нулевые;
ОБП — одна боковая полоса (спектра сигнала);
ОДПФ — обратное дискретное преобразование Фурье;
ПСС — позиционная система счисления;
ПФ — передаточная функция;
ПФ — полосовой фильтр;

РУ — разностное уравнение;
РФ — режекторный фильтр;
СС — система счисления;
СФНЧ — сглаживающий фильтр нижних частот;
ФВЧ — фильтр верхних частот;
ФНЧ — фильтр нижних частот;
ФЧХ — фазочастотная характеристика;
ЦАП — цифро-аналоговый преобразователь;
ЦОС — цифровая обработка сигналов;
ЦПГ — цифровой преобразователь Гильберта;
ЦПОС — цифровой процессор обработки сигналов;
ЦСП — цифровой сигнальный процессор;
ЦФ — цифровой фильтр;
ЧРК — частотное разделение каналов;
ЧХ — частотная характеристика.

Лекция 1



Введение в ЦОС

Цифровая обработка сигналов (ЦОС) — это область науки и техники, в которой изучаются общие для различных технических приложений принципы, методы и алгоритмы обработки сигналов средствами цифровой вычислительной техники.

1.1. Обобщенная схема цифровой обработки сигналов

Обобщенная схема ЦОС (рис. 1.1) отображает последовательность процедур, необходимых для преобразования исходного аналогового сигнала $x(t)$ в другой аналоговый сигнал $y(t)$ по заданному алгоритму средствами цифровой вычислительной техники.

В цифровой обработке сигнала можно выделить *три* основных этапа:

- ❑ формирование *цифрового* сигнала $x_{\text{ц}}(nT)$ из исходного *аналогового* сигнала $x(t)$;
- ❑ преобразование *цифрового* сигнала $x_{\text{ц}}(nT)$ в *цифровой* сигнал $y_{\text{ц}}(nT)$ по заданному алгоритму;
- ❑ формирование результирующего *аналогового* сигнала $y(t)$ из *цифрового* сигнала $y_{\text{ц}}(nT)$.

В обобщенной схеме ЦОС этим этапам соответствуют *три* функциональных устройства:

- ❑ кодер;
- ❑ устройство ЦОС;
- ❑ декодер.

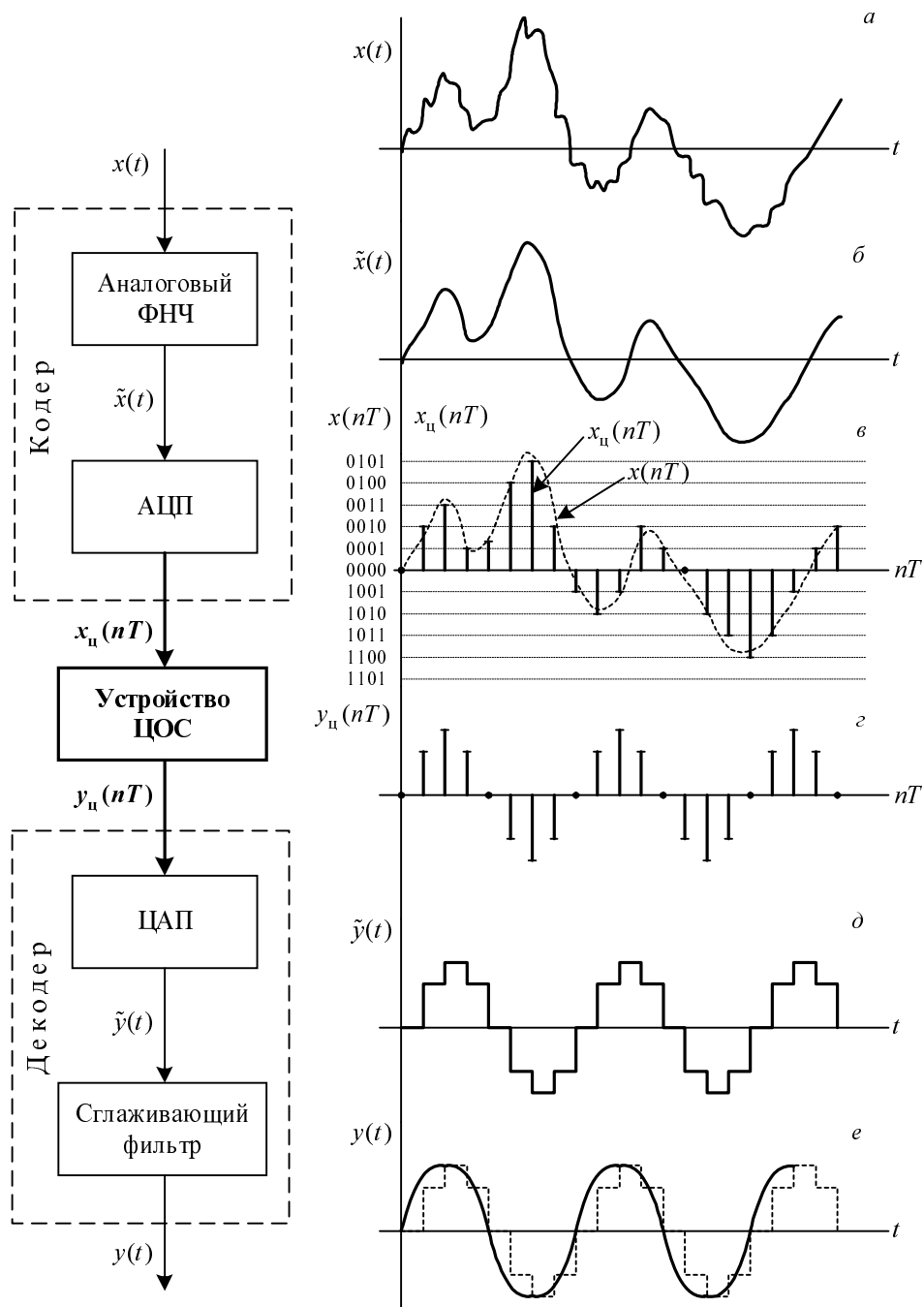


Рис. 1.1. Обобщенная схема цифровой обработки сигнала

Обобщенная схема и временные диаграммы поэтапного процесса ЦОС приведены на рис. 1.1, *а—е*. Рассмотрим каждый из этапов:

1. На *первом* этапе *кодер* из исходного *аналогового* сигнала $x(t)$ (рис. 1.1, *а*) формирует *цифровой* сигнал $x_{\text{ц}}(nT)$ (рис. 1.1, *б*), без чего принципиально невозможна *цифровая* обработка. В состав кодера входят аналоговый фильтр нижних частот (ФНЧ) и аналого-цифровой преобразователь (АЦП).

Аналоговый фильтр нижних частот предназначен для ограничения спектра $X(j\omega)$ исходного аналогового сигнала $x(t)$.

Необходимость ограничения спектра вытекает из теоремы Котельникова, в соответствии с которой частота дискретизации $f_{\text{д}}$ выбирается из условия: $f_{\text{д}} \geq 2f_{\text{в}}$, где $f_{\text{в}}$ — верхняя частота спектра сигнала.

Возможность ограничения спектра связана с особенностями частотного распределения энергии сигнала: основная часть его энергии сосредоточена в области $f \leq f_{\text{в}}$, т. е. амплитуды спектральных составляющих, начиная с некоторой частоты $f > f_{\text{в}}$, существенно снижаются (рис. 1.2, *а*). Выбор значения $f_{\text{в}}$ определяется конкретным типом сигнала и решаемой задачей. При обработке аудио- и видеосигналов выбор $f_{\text{в}}$ зависит от особенностей психофизического восприятия этих сигналов. Например, для стандартного телефонного сигнала верхняя частота $f_{\text{в}}$ равна 3,4 кГц, а минимальная стандартная частота дискретизации $f_{\text{д}}$ — 8 кГц.

На выходе ФНЧ получают аналоговый сигнал $\tilde{x}(t)$ с *финитным* (ограниченным по частоте) спектром $\tilde{X}(j\omega)$ (рис. 1.2, *б*). Оценка погрешности при переходе от сигнала $x(t)$ к сигналу $\tilde{x}(t)$ дается в [50].

Аналого-цифровой преобразователь формирует цифровой сигнал $x_{\text{ц}}(nT)$ посредством дискретизации и квантования сигнала $\tilde{x}(t)$ (рис. 1.1, *в*).

Дискретизация по времени (дискретизация) представляет собой процедуру взятия мгновенных значений — *отсчетов* — аналогового сигнала $\tilde{x}(t)$ с интервалом времени, равным периоду дискретизации¹ T . Значения отсчетов $x(nT)$ совпадают со значениями сигнала $\tilde{x}(t)$ в моменты времени $t = nT$:

$$x(nT) = \tilde{x}(t) \Big|_{t=nT}.$$

¹ По умолчанию будем подразумевать равномерную (эквидистантную) дискретизацию.

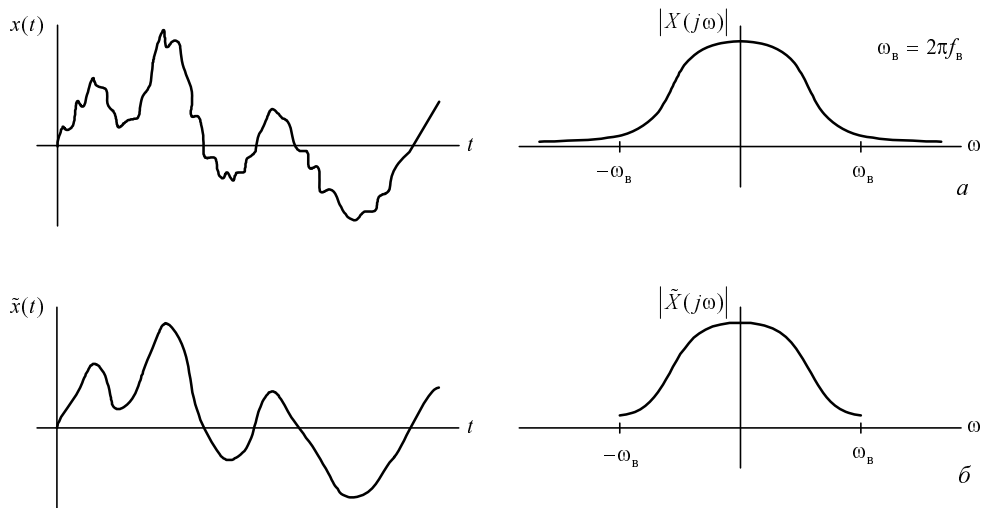


Рис. 1.2. Сигналы и их амплитудные спектры на входе (а) и выходе (б) ФНЧ

Совокупность отсчетов $x(nT)$, $n = 0, 1, \dots$ называют *дискретным сигналом*.

Квантование по уровню (квантование) производится с целью представления точных значений отсчетов $x(nT)$ в виде двоичных чисел конечной разрядности — *квантованных отсчетов* $x_{\text{ц}}(nT)$. Для этого динамический диапазон дискретного сигнала $x(nT)$ разбивается на конечное число дискретных уровней — *уровней квантования* — и каждому отсчету по определенному правилу присваивается значение одного из ближайших уровней, между которыми он оказывается. Уровни квантования кодируются двоичными числами разрядности b , зависящей от числа уровней квантования R :

$$R \leq 2^b,$$

откуда $b = \text{int}(\log_2 R)$. На временной диаграмме (рис. 1.1, в) для примера выбрано 5 уровней квантования (без учета знака), поэтому $b = 3$ и отсчеты $x_{\text{ц}}(nT)$ кодируются четырехразрядными двоичными числами: один разряд знаковый, три значащих.

Совокупность квантованных отсчетов $x_{\text{ц}}(nT)$, $n = 0, 1, \dots$ называют *цифровым сигналом*.

Детерминированные и вероятностные оценки ошибки квантования $e_{\text{кв}}(n)$ за счет АЦП

$$e_{\text{кв}}(n) = x(nT) - x_{\text{ц}}(nT)$$

будут изучаться в Лекции 15.

2. На *втором* этапе устройство ЦОС преобразует *цифровой* сигнал $x_{\text{ц}}(nT)$ (рис. 1.1, в) в *цифровой* сигнал $y_{\text{ц}}(nT)$ (рис. 1.1, г) по заданному алгоритму.

Устройство ЦОС может быть реализовано *аппаратно* или *программно*. В первом случае — в виде специализированного цифрового устройства, во втором — в виде *программы* на компьютере или цифровом процессоре обработки сигналов (ЦПОС). Программная реализация преобладает.

Устройства ЦОС могут работать в реальном или нереальном времени.

В *реальном времени* обработка сигналов должна выполняться в темпе поступления отсчетов входного сигнала $x_{\text{ц}}(nT)$, $n = 0, 1, \dots$ и отвечать следующим требованиям:

- время цикла $\Delta t_{\text{ц}}$ при вычислении отсчета $y_{\text{ц}}(nT)$ не должно превышать интервала между двумя соседними отсчетами $x_{\text{ц}}(nT)$, т. е. периода дискретизации T

$$\Delta t_{\text{ц}} \leq T ;$$

- тактовая частота $f_{\text{т}}$ процессора должна быть много выше частоты дискретизации $f_{\text{д}}$ сигнала $x_{\text{ц}}(nT)$

$$f_{\text{т}} \gg f_{\text{д}}.$$

Последнее вызвано тем, что в алгоритмах ЦОС количество операций в цикле, необходимое для вычисления одного отсчета $y_{\text{ц}}(nT)$, весьма велико. Например, для стандартного телефонного сигнала с частотой дискретизации 8 кГц тактовая частота должна быть не менее 6 МГц.

В *реальном времени* выполняется обработка сигналов, связанная с их передачей по каналам связи, в том числе, по сети Internet. К типовым задачам ЦОС в реальном времени относятся: обнаружение, фильтрация, сжатие, распознавание сигналов и др.

В *нереальном времени* выполняется обработка сигналов, связанная, прежде всего, с их исследованием. К типовым задачам ЦОС в нереальном времени относятся: студийная обработка аудио- и видеосигналов; обработка данных различной физической природы, полученная от датчиков, и др.

3. На *третьем* этапе *декодер* формирует результирующий *аналоговый* сигнал $y(t)$ из *цифрового* сигнала $y_{\text{ц}}(nT)$. В состав декодера входят цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) и сглаживающий фильтр.

Цифро-аналоговый преобразователь формирует из цифрового сигнала $y_{\text{ц}}(nT)$ (рис. 1.1, *з*) ступенчатый аналоговый сигнал $\tilde{y}(t)$ (рис. 1.1, *д*).

Сглаживающий фильтр (низкочастотный) устраняет ступенчатый эффект (скачки) в выходном сигнале ЦАП $\tilde{y}(t)$. На выходе сглаживающего фильтра получаем аналоговый сигнал $y(t)$ (рис. 1.1, *е*) — результат преобразования исходного сигнала $x(t)$.

Предметами изучения в настоящем курсе лекций являются (на рис. 1.1 выделено полужирным шрифтом):

- дискретные и цифровые сигналы;
- устройства ЦОС: линейные и нелинейные дискретные системы, методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов.

1.2. Основные типы сигналов и их математическое описание.

Нормирование времени

Сигналом называют физический процесс, несущий в себе информацию [17]. Математически сигналы описываются *функциями времени*, тип которых зависит от типа сигнала. К основным типам сигналов относят: *аналоговый*, *дискретный* и *цифровой*.

Аналоговым называют сигнал, непрерывный по времени и состоянию (рис. 1.3, *а*). Такой сигнал описывается *непрерывной* или кусочно-непрерывной функцией $x(t)$, при этом и аргумент, и функция могут принимать любые значения из некоторых интервалов $t_1 \leq t \leq t_2$, $x_1 \leq x \leq x_2$ соответственно.

Дискретным называют сигнал, дискретный по времени и непрерывный по состоянию (рис. 1.3, *б*). Такой сигнал описывается решетчатой функцией (*последовательностью*) $x(nT)$, $n = 0, 1, 2, \dots$, которая определена только в дискретные моменты времени nT и может принимать любые значения из некоторого интервала $x_1 \leq x \leq x_2$.

Интервал T называют *периодом* дискретизации, а обратную величину — *частотой* дискретизации

$$f_{\text{д}} = \frac{1}{T}. \quad (1.1)$$

Значения последовательности в моменты времени nT называют *отсчетами*. Дискретный сигнал может быть как *вещественным*, так и *комплексным*. В последнем случае его вещественная и мнимая части описываются вещественными последовательностями

$$x(nT) = x_1(nT) + jx_2(nT).$$

Цифровым называют сигнал, дискретный по времени и квантованный по состоянию (рис. 1.3, в). Такой сигнал описывается квантованной решетчатой функцией (*квантованной последовательностью*) $x_{\text{к}}(nT)$, отсчеты которой в каждый момент времени nT принимают дискретные значения уровней квантования из некоторого интервала $x_1 \leq x \leq x_2$.

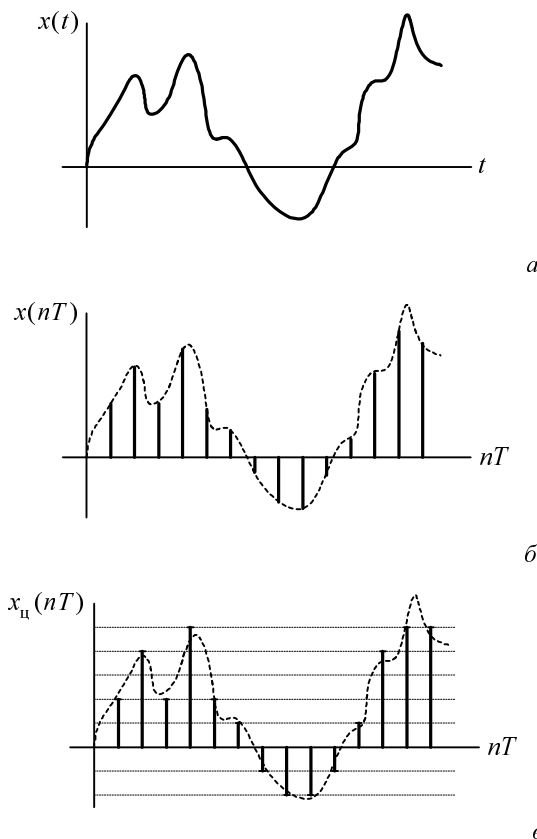


Рис. 1.3. Основные типы сигналов: аналоговый (а), дискретный (б) и цифровой (в)

При описании дискретных и цифровых сигналов удобно пользоваться *нормированным временем* $\hat{t}$

$$\hat{t} = \frac{t}{T},$$

которое при $t = nT$ имеет смысл *номера* отсчета n

$$\hat{t} = \frac{t}{T} = \frac{nT}{T} = n \quad (1.2)$$

и означает, что отсчет взят в момент nT . Это позволяет описывать дискретный сигнал функцией целочисленной переменной $x(n)$ и считать тождественными обозначения дискретного сигнала $x(n)$ и $x(nT)$:

$$x(nT) \equiv x(n).$$

1.3. Типовые дискретные сигналы

В ЦОС ряд дискретных сигналов используют в качестве испытательных воздействий и называют *типовыми*. К ним относятся:

1. *Цифровой единичный импульс*, описываемый последовательностью

$$u_0(n) = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & n \neq 0, \end{cases} \quad (1.3)$$

т. е. этот сигнал равен единице при $n = 0$ и нулю при всех остальных значениях n (рис. 1.4, а).

Задержанный цифровой единичный импульс описывается последовательностью

$$u_0(n - m) = \begin{cases} 1, & n = m; \\ 0, & n \neq m, \end{cases} \quad (1.4)$$

т. е. этот сигнал, в отличие от незадержанного, равен единице при $n = m$ и нулю при всех остальных значениях n (рис. 1.4, б).

Из определения задержанного цифрового единичного импульса (1.4) вытекает важное соотношение

$$x(n) = \sum_{m=0}^{\infty} x(m) u_0(n - m). \quad (1.5)$$