А. Ф. Ан
А. В. Самохин

ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

«Инфра-Инженерия»

УДК 537.8 (075.8)
ББК 22.313
А64

Ан, А. Ф.

А64 Основы классической электродинамики : учебное пособие / А. Ф. Ан, А. В. Самохин. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2020. – 204 с.
ISBN 978-5-9729-0485-3

Предложен материал по семи разделам электродинамики вузовской учебной дисциплины «Физика». Рассмотрены основные вопросы электростатики, законы цепей постоянного электрического тока, элементы теории магнитного поля, индукционные явления, основы электромагнитной теории Максвелла, физические основы электромагнитных колебаний и волн. Даны вопросы для самоконтроля, примеры решения задач и упражнения для самостоятельной подготовки.

Для студентов, обучающихся по техническим направлениям бакалавриата. Может быть полезно учащимся общеобразовательных школ, занимающимся в системе довузовской подготовки.

УДК 537.8 (075.8)
ББК 22.313

ISBN 978-5-9729-0485-3

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

1.1. Исходные положения. Основные понятия и определения

Взаимодействие между электрически заряженными частицами или телами осуществляется посредством электромагнитного поля, которое представляет собой совокупность двух взаимосвязанных силовых полей – электрического и магнитного. Раздел физической науки, в котором изучаются законы электромагнитного поля, называется *электродинамикой*.

Характерной особенностью электрического поля является то, что оно действует как на неподвижные, так и на движущиеся заряженные тела. Характерная особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует только на движущиеся заряженные частицы (сила Лоренца, сила Ампера).

Электрическое поле неподвижных заряженных тел, осуществляющее взаимодействие между ними, называется *электростатическим полем*. Соответственно теория такого поля рассматривается в разделе электродинамики, называемом *электростатикой*. Силы, действующие на заряженные частицы со стороны электростатического поля, называются электростатическими силами.

Для того чтобы количественно охарактеризовать способность тел вступать в электрическое взаимодействие, в электродинамике введено понятие электрического заряда. *Электрический заряд* – это физическая величина, характеризующая свойство тел или частиц вступать в электромагнитное взаимодействие. Это понятие в электродинамике является основным, первичным (подобно точке в геометрии, алгоритму в информатике).

В природе существуют два рода электрических зарядов – положительные и отрицательные. Разноименно заряженные тела притягиваются, а одноименно заряженные отталкиваются друг от друга.

Опытным путем установлено, что электрический заряд обладает свойством дискретности, то есть заряд q любого тела состоит из целого числа N *элементарных зарядов*, приближенно равных e = 1,6·10^{-19} Кл ($q = \pm Ne$). Носителями элементарного отрицательного и положительного зарядов являются соответственно электрон (масса покоя 9,11·10^{-31} кг) и протон (масса покоя 1,67·10^{-27} кг). Электроны и протоны входят в состав всех атомов и молекул. Элементарный заряд впервые был измерен Р.Э. Милликеном в 1909 г.

Система тел или частиц называется *электрически изолированной*, или *замкнутой*, если между нею и внешними телами отсутствует обмен электрическими зарядами. В результате обобщения опытных данных был установлен фундаментальный закон природы – *закон сохранения электрического заряда*: алгебраическая сумма электрических зарядов любой электрически замкнутой системы сохраняется, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы, то есть

$$\sum_{i=1}^{n} q_i = const, \tag{1.1}$$

где n – количество зарядов в системе. Другими словами, в замкнутой системе могут образовываться или исчезать электрически заряженные частицы; однако при этом одновременно рождаются или исчезают частицы, заряды которых противоположны по знаку и в сумме равны нулю. Например, при ионизации нейтрального атома образуется пара частиц – свободный электрон и положительный ион, однако алгебраическая сумма зарядов остается неизменной.

Существующие в природе вещества можно разделить на две большие группы, отличающиеся друг от друга по своим электрическим качествам. Одни из них называются *проводниками*, а другие *диэлектриками*, или *изоляторами*.

В атомах проводников (например, металлов) некоторые электроны слабо связаны с ядрами и поэтому могут легко покидать атомы. Такие электроны называются свободными. Свободные электроны постоянно перемещаются и находятся в беспорядочном движении внутри проводника. В процессе этого движения электроны сталкиваются с атомами, в результате чего ими выбиваются новые свободные электроны; места вылетевших электронов занимают электроны, вызвавшие это явление и т.д. Таким образом, проводниками называются вещества, по которым могут перемещаться свободные электрические заряды (электроны, положительные и отрицательные ионы). Хорошими проводниками электричества являются металлы, уголь, водные растворы солей и кислот.

Диэлектрики – вещества, в которых практически отсутствуют свободные электрические заряды. К ним относятся стекло, фарфор, резина, различные масла, некоторые виды пластмасс.

Кроме этих двух крайних по электрическим свойствам групп веществ имеются такие, которые занимают промежуточное положение – *полупроводники*. К ним относятся германий, кремний, селен, закись меди и др.

Во многих задачах электродинамики пользуются моделью точечного электрического заряда. *Точечный электрический заряд* – это заряженное тело, размерами и формой которого можно пренебречь в рассматриваемой задаче. Например, изучая электростатическое взаимодействие двух заряженных тел, их можно считать точечными зарядами, если размеры этих тел намного меньше расстояния между ними.

Единица электрического заряда в СИ – *кулон* (Кл): 1 Кл – это электрический заряд, проходящий за 1 с через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А.

1.2. Основной закон электростатики

Закон взаимодействия неподвижных точечных электрических зарядов экспериментально установлен в 1785 г. французским физиком Ш. Кулоном с помощью крутильных весов. Поэтому силы электростатического взаимодействия часто называют кулоновскими силами. Этот закон формулируется следующим образом: *сила взаимодействия между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна произведению модулей этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль соединяющей их прямой.*

Закон Кулона в векторной форме записывается в виде

$$\overline{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\overline{r}_{12}}{r},$$

или

$$\overline{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\overline{r}_{21}}{r}, \qquad (1.2)$$

где $\overline{F}_{12}$ – сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2;

$\overline{r}_{12}$ – радиус-вектор, соединяющий заряд q_2 с зарядом q_1;

$r = |\overline{r}_{12}|$;

k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц физических величин. На заряд q_2 со стороны заряда q_1 действует сила $\overline{F}_{21} = -\overline{F}_{12}$, то есть взаимодействие электрических точечных зарядов подчиняется третьему закону Ньютона (рис. 1.1).

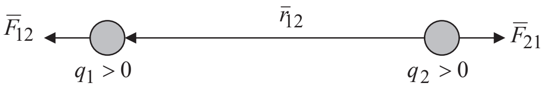


Рис. 1.1

В скалярной форме закон Кулона имеет следующий вид:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Коэффициент пропорциональности k в СИ равен

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Н·м^2), или $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – *электрическая постоянная*. Тогда $k = 9 \cdot 10^9$ (Н·м^2)/Кл^2. Закон Кулона в СИ обычно записывают в виде

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{1.3}$$

Если взять два точечных электрических заряда по 1 Кл и расположить их на расстоянии 1 м в вакууме, то, пользуясь (1.3), получим

$$F = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}\frac{1\,\text{Кл} \cdot 1\,\text{Кл}}{1\,\text{м}^2} = 9 \cdot 10^9\ \text{Н}.$$

Отсюда можно дать следующее определение единице электрического заряда *кулону*: 1 Кл – это такой точечный электрический заряд, который действует в вакууме на равный ему точечный заряд, расположенный на расстоянии 1 м, с силой $9 \cdot 10^9$ Н. Следовательно, 1 Кл – это очень большой по величине заряд; в опытах имеют дело с телами, заряды которых составляют милликулон (мКл), микрокулон (мкКл), нанокулон (нКл).

Если неподвижные точечные электрические заряды взаимодействуют в какой-либо среде (масле, керосине и т.п.), то сила взаимодействия между ними определяется выражением

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} = \frac{F_0}{\varepsilon}, \tag{1.4}$$

где ε – *диэлектрическая проницаемость среды* ($\varepsilon > 1$);

F_0 – сила взаимодействия между теми же зарядами в вакууме. Следовательно, ε – это безразмерная физическая величина, показывающая, во сколько раз кулоновское взаимодействие между двумя точечными электрическими зарядами в данной среде меньше, чем в вакууме.

1.3. Электростатическое поле. Напряженность поля

Если в пространство, окружающее электрический заряд, внести другой заряд, то между ними возникнет кулоновское взаимодействие. Следовательно, в пространстве, окружающем электрические заряды, существует силовое поле, в данном случае электрическое поле, являющееся средой взаимодействия между зарядами. Так как рассматриваются неподвижные заряды, то поле, создаваемое ими, называется *электростатическим*.

Для обнаружения и исследования электростатического поля используется *пробный заряд* – такой точечный положительный заряд, который не искажает исследуемое поле, то есть не вызывает в нем перераспределения зарядов (собственным полем пробного заряда пренебрегают).

Если в поле, создаваемое зарядом q, в разных точках помещать пробный заряд q_0, то на него будет действовать сила $\overline{F}$, различная в этих точках поля и согласно (1.3) пропорциональная величине пробного заряда (рис. 1.2). Однако отношение $\overline{F}/q_0$ не зависит от q_0 и характеризует электрическое поле в точке, куда помещен пробный заряд. Эта величина называется *напряженностью* и является *силовой характеристикой электростатического поля.*

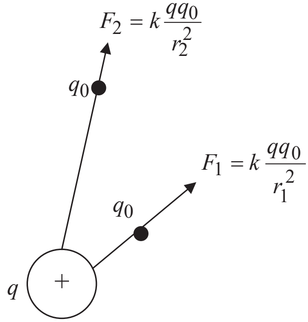


Рис. 1.2

Таким образом, *напряженность электростатического поля в данной точке есть векторная физическая величина, определяемая силой, действующей со стороны поля на неподвижный единичный пробный заряд, помещенный в эту точку поля:*

$$\overline{E} = \frac{\overline{F}}{q_0}. \tag{1.5}$$

Как следует из формул (1.5) и (1.2), напряженность поля точечного электрического заряда в вакууме

$$\overline{E} = k\frac{q}{r^2}\frac{\overline{r}}{r},$$

или в скалярной форме

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}. \tag{1.6}$$

Направление вектора $\overline{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом (рис. 1.3), то вектор $\overline{E}$ направлен вдоль радиус-вектора от заряда во внешнее пространство; если поле создается отрицательным зарядом, то вектор $\overline{E}$ направлен к заряду.

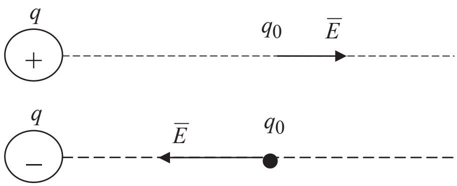


Рис. 1.3

Из формулы (1.5) следует, что единица напряженности электростатического поля – *ньютон на кулон* (Н/Кл): 1 Н/Кл – напряженность такого поля, которое на точечный заряд в 1 Кл действует с силой 1 Н.

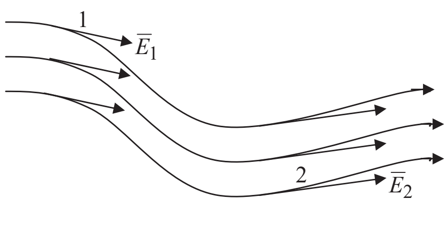
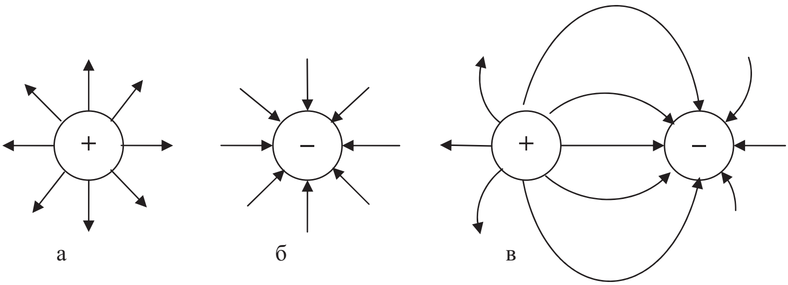


Рис. 1.4

Графически электростатическое поле изображают с помощью *линий напряженности* – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\overline{E}$ (рис. 1.4). Силовым линиям поля приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в каждой данной точке пространства вектор $\overline{E}$ имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Густотой силовых линий характеризуют напряженность поля: в местах, где напряженность поля меньше, линии проходят реже. Примеры простейших электростатических полей приведены на рис. 1.5, а – в.



а б в

Рис. 1.5

Электрическое поле называется *однородным*, если во всех его точках напряженность поля одинакова по модулю и направлению ($\overline{E} = \text{const}$). Примером такого поля может быть электростатическое поле плоского конденсатора вдали от краев его обкладок.

Рассмотрим метод определения значения и направления вектора напряженности $\overline{E}$ в каждой точке электростатического поля, создаваемого системой неподвижных точечных зарядов $q_1, q_2, ..., q_n$, находящейся в вакууме.

Опытным путем доказано, что к кулоновским силам применим принцип независимости действия сил, рассмотренный в механике, то есть результирующая сила $\overline{F}$, действующая со стороны поля на пробный заряд q_0, равна векторной сумме сил $\overline{F}_i$, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов q_i системы:

$$\overline{F} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i. \qquad (1.7)$$

Согласно (1.5) $\overline{F} = q_0 \overline{E}$ и $\overline{F}_i = q_0 \overline{E}_i$, где $\overline{E}$ – напряженность результирующего поля, $\overline{E}_i$ – напряженность поля, создаваемого зарядом q_i. Подставляя последние выражения в (1.7), получим:

$$q_0 \overline{E} = q_0 \sum_{i=1}^{n} \overline{E}_i ,$$

или

$$\overline{E} = \sum_{i=1}^{n} \overline{E}_i . \tag{1.8}$$

Формула (1.8) выражает *принцип суперпозиции* (наложения) электростатических полей, согласно которому напряженность результирующего поля, создаваемого в данной точке пространства системой зарядов или заряженных тел, равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в этой точке каждым из зарядов системы в отдельности.

Применим принцип суперпозиции для расчета электростатического поля электрического диполя. *Электрический диполь* – это система двух равных по модулю разноименных точечных зарядов, расстояние между которыми значительно меньше расстояний до рассматриваемых точек поля.

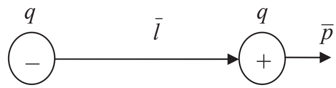


Рис. 1.6

Вектор, направленный по оси диполя (прямой, проходящей через оба заряда) от отрицательного заряда к положительному и равный расстоянию между ними, называется *плечом диполя* $\overline{l}$ (рис. 1.6). Вектор совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению величины заряда на плечо, называется *электрическим моментом диполя* $\overline{p}$ или дипольным моментом.

$$\overline{p} = |q| \overline{l} , \tag{1.9}$$

Согласно принципу суперпозиции (1.8), напряженность поля диполя в произвольной точке

$$\overline{E} = \overline{E}_+ + \overline{E}_- ,$$

где $\overline{E}_+ , \overline{E}_-$ – напряженности полей, создаваемых соответственно положительным и отрицательным зарядами диполя. В качестве примера рассчитаем напряженность поля на продолжении оси диполя (в точке А на рис. 1.7).

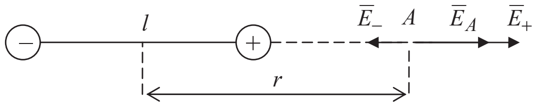


Рис. 1.7

В данном случае вектор напряженности результирующего поля в точке А направлен по оси диполя и по модулю равен

$$E_A = E_+ - E_- .$$

Обозначив расстояние от точки А до середины оси диполя через r, на основании формулы (1.6) для вакуума можно записать

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{(r-l/2)^2} - \frac{q}{(r+l/2)^2}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(r+l/2)^2-(r-l/2)^2}{(r-l/2)^2\cdot(r+l/2)^2}.$$

Согласно определению диполя, $l/2 << r$, поэтому

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p}{r^3}.$$

1.4. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля. Потенциал поля

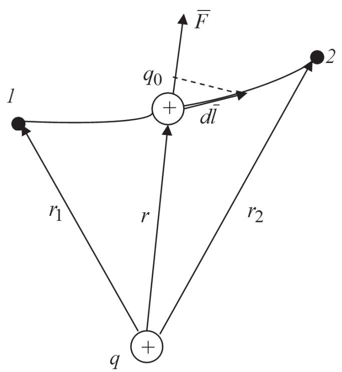


Рис. 1.8

Если в электростатическом поле точечного заряда q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории перемещается другой точечный заряд q_0 (рис. 1.8), то кулоновская сила $\bar{F}$, приложенная к заряду, совершает работу. Работа, совершаемая силой $\bar{F}$ на элементарном перемещении $d\bar{l}$ равна

$$dA = \bar{F}d\bar{l} = F\cos\alpha \cdot dl = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\cos\alpha \cdot dl.$$

Так как $dl\cos\alpha = dr$, то $dA = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qq_0}{r^2}dr.$

Работа при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2 определяется выражением:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r^2}dr = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \qquad (1.10)$$

то есть не зависит от траектории перемещения заряда, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, *электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а кулоновские силы – консервативными силами*.

Из формулы (1.10) следует, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути L, равна нулю, то есть

$$\oint_L dA = 0. \qquad (1.11)$$

Если в качестве заряда, переносимого в электростатическом поле, взять положительный единичный точечный заряд, то элементарная работа сил поля на перемещении $d\bar{l}$ будет равна $\bar{E}d\bar{l} = E\cos\alpha \cdot dl$, где $E\cos\alpha$ – проекция вектора $\bar{E}$ на направление элементарного перемещения. Тогда формулу (1.11) можно записать в виде

$$\oint_L \bar{E}d\bar{l} = \oint_L E\cos\alpha \cdot dl = 0 \qquad (1.12)$$

Этот интеграл называется *циркуляцией вектора напряженности*. Следовательно, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю. Силовое поле, обладающее свойством (1.12), является *потенциальным*. Из обращения в нуль циркуляции вектора $\bar{E}$ следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми: они начинаются и оканчиваются на зарядах (положительных и отрицательных) или же уходят в бесконечность.

Формула (1.12) справедлива только для электростатического поля; для электрического поля движущихся зарядов циркуляция вектора напряжен ности отлична от нуля.

Тело, находящееся в потенциальном поле сил, в частности, в электростатическом поле, обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Поэтому работу кулоновских сил (формула (1.10)) можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд q_0 в начальной и конечной точках поля заряда q:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_2} = U_1 - U_2. \qquad (1.13)$$

Таким образом, потенциальная энергия заряда q_0 в поле заряда q равна

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r} + C,$$

где C – постоянная интегрирования, которая определяется из граничных условий. При $r \to \infty$ потенциальная энергия $U = 0$ и $C = 0$. Следовательно, потенциальная энергия заряда q_0, находящегося в поле заряда q на расстоянии r от него, равна

$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r}. \tag{1.14}$$

Если поле создается системой из n точечных зарядов $q_1, q_2, ..., q_n$, то работа электростатических сил, совершаемая над зарядом q_0, равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности. Поэтому потенциальная энергия U заряда q_0, находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий U_i в полях, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$U=\sum_{i=1}^{n}U_i=q_0\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}. \tag{1.15}$$

Из формул (1.14) и (1.15) можно выделить отношение U/q_0, которое называется *потенциалом* и является *энергетической характеристикой электростатического поля:*

$$\varphi=\frac{U}{q_0}. \tag{1.16}$$

Таким образом, *потенциал в какой-либо точке электростатического поля есть физическая скалярная величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.*

Из формулы (1.16) с учетом (1.14) следует, что потенциал точки поля точечного заряда q:

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}, \tag{1.17}$$

где r – расстояние от заряда до заданной точки.

Работа, совершаемая силами электростатического поля по перемещению заряда q_0 из точки 1 в точку 2 (выражение (1.13)) может быть представлена как:

$$A_{12}=U_1-U_2=q_0\left(\varphi_1-\varphi_2\right), \tag{1.18}$$

то есть работа кулоновских сил численно равна произведению величины перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках поля. Из формулы (1.18) следует, что *разность потенциалов двух точек электростатического поля – это физическая скалярная величина, определяемая работой, совершаемой кулоновскими силами при перемещении единичного положительного заряда из одной точки в другую.*

Если перемещать заряд q_0 из произвольной точки за пределы поля, то есть в бесконечность, где по условию потенциал равен нулю, то согласно (1.18) работа сил электростатического поля $A_\infty=q_0\varphi,$ откуда

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}. \tag{1.19}$$

Таким образом, *потенциал – это физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.*

Единица потенциала – *вольт* (В): 1 В – это потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией в 1 Дж (см. формулу (1.16)):

$$1\,\text{В} = 1\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}.$$

Из формул (1.15) и (1.16) вытекает, что если электростатическое поле создается несколькими зарядами, то потенциал точки поля системы зарядов равен алгебраической сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}.$$

1.5. Связь между силовой и энергетической характеристиками электростатического поля

Напряженность и потенциал – различные характеристики одной и той же точки поля. Следовательно, между ними должна существовать однозначная связь.

Работа по перемещению положительного единичного точечного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси x на элементарное расстояние dx равна $E_x dx$. С другой стороны, эту работу можно выразить через разность потенциалов на концах отрезка dx, то есть $\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$. Приравнивая оба выражения для работы, получим $E_x dx = -d\varphi$, откуда

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

где символ частной производной подчеркивает, что дифференцирование производится только по оси x. Повторив аналогичные рассуждения для осей y и z, можем найти вектор

$$\overline{E} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \bar{k} \right), \tag{1.20}$$

где $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ – единичные векторы координатных осей x, y и z (орты).

В математике вектор, показывающий направление наибольшего роста скалярной функции Π, называется *градиентом* (обозначается $grad\Pi$). Таким образом, формулу (1.20) можно представить в виде:

$$\overline{E} = -grad\varphi, \tag{1.21}$$

то есть напряженность поля равна градиенту потенциала со знаком «минус». Это означает, что *вектор напряженности электростатического поля направлен в сторону убывания потенциала.*

В случае однородного поля (например, поля плоского конденсатора) модуль напряженности определяется по формуле

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \tag{1.22}$$

где d – расстояние;

$(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между обкладками конденсатора. Из формулы (1.22) следует, что напряженность электрического поля можно выражать в *вольтах на метр* (В/м).

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля пользуются *эквипотенциальными поверхностями* – поверхностями, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение.

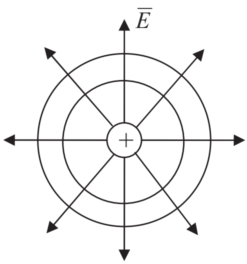


Рис. 1.9

Если поле создается точечным зарядом (рис. 1.9), то его потенциал равен $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$. Таким образом, эквипотенциальные поверхности в данном случае – концентрические сферы, охватывающие заряд. С другой стороны, линии напряженности поля точечного заряда – радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности в случае точечного заряда *перпендикулярны* эквипотенциальным поверхностям.

Можно доказать, что силовые линии поля всегда нормальны к эквипотенциальным поверхностям. Действительно, все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, поэтому работа по перемещению заряда вдоль этой поверхности $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$. Это означает, что электростатические силы, действующие на заряд, всегда направлены по нормали к эквипотенциальным поверхностям, следовательно, вектор $\overline{E} = \overline{F} / q$ всегда нормален к эквипотенциальным поверхностям и поэтому линии напряженности ортогональны этим поверхностям.

Эквипотенциальных поверхностей вокруг каждого заряда и системы зарядов можно провести бесчисленное множество. Обычно их проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними поверх-ностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках: там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше.

1.6. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

Вычисление напряженности поля большой системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей можно существенно упростить, используя теорему Гаусса. Эта теорема определяет *поток вектора напряженности* электрического поля через произвольную замкнутую поверхность.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора напряженности $\overline{E}$ через эту поверхность определяется выражением

$$\Phi_E = \oint_S \overline{E} d\overline{S} = \oint_S E_n dS, \qquad (1.23)$$

где E_n – проекция вектора $\overline{E}$ на нормаль $\overline{n}$ к площадке dS (рис. 1.10);

$d\overline{S}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали к площадке ($d\overline{S} = dS \cdot \overline{n}$).

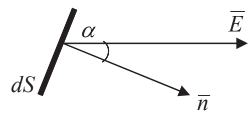


Рис. 1.10

Рассмотрим сферическую поверхность радиуса r, охватывающую точечный заряд q, находящийся в ее центре (рис. 1.11). В соответствии с формулой (1.23) поток вектора напряженности сквозь эту поверхность равен

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_{4\pi r^2} E_n dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}. \quad (1.24)$$

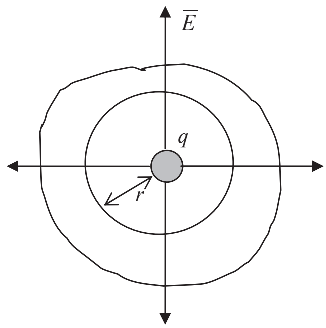


Рис. 1.11

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы: если окружить рассматриваемую сферу произвольной замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность.

Рассмотрим теперь общий случай произвольной замкнутой поверхности, окружающей n зарядов. В соответствии с принципом суперпозиции напряженность $\overline{E}$ поля, создаваемого всеми зарядами, равна векторной сумме напряженностей $\overline{E}_i$ полей, обусловленных каждым зарядом в отдельности; поэтому поток вектора напряженности результирующего поля равен

$$\Phi_E = \oint_S \overline{E} d\overline{S} = \oint_S \left(\sum_{i=1}^{n} \overline{E}_i \right) d\overline{S} = \sum_{i=1}^{n} \oint_S \overline{E}_i d\overline{S}.$$

Согласно (1.24), каждый из интегралов, стоящий под знаком суммы, равен q_i / ε_0. Следовательно,

$$\oint\limits_S \overline{E}d\overline{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i\,, \qquad (1.25)$$

то есть *поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на электрическую постоянную.*

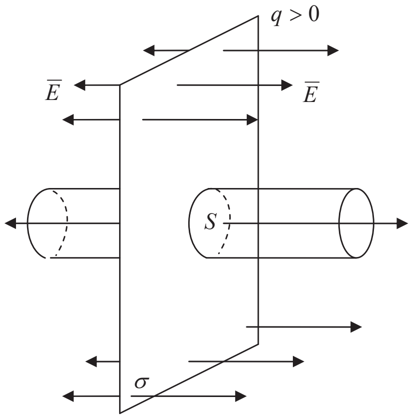


Рис. 1.12

Применим теорему Гаусса для определения напряженности поля равномерно заряженной бесконечной плоскости. В этом случае ее поверхностная плотность заряда $\sigma = \dfrac{q}{S}$ одинакова в любом месте плоскости. Это означает, что линии напряженности перпендикулярны плоскости в любой точке, то есть поле заряженной плоскости однородно (рис. 1.12).

Мысленно выделим в пространстве цилиндр, ось которого перпендикулярна плоскости и одно из оснований проходит через интересующую нас точку. Согласно теореме Гаусса,

$$\Phi_E = \oint\limits_S \overline{E}d\overline{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}.$$

С другой стороны, так как линии напряженности пересекают только основания цилиндра, поток вектора E можно выразить через напряженность электрического поля у обоих оснований цилиндра, то есть

$$\Phi_E = 2ES.$$

Тогда

$$2ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0},$$

откуда

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \qquad (1.26)$$

Приведем (без вывода) выражения для расчета напряженности электростатического поля, образованного некоторыми другими заряженными телами:

1. Напряженность поля, создаваемого разноименно заряженными параллельными бесконечно протяженными плоскостями (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}. \qquad (1.27)$$

2. Напряженность поля, образованного заряженным шаром

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon\, r^2}, \qquad (1.28)$$

где q – заряд шара радиуса R;

r – расстояние от центра шара до точки поля ($r > R$).

3. Напряженность поля равномерно заряженной бесконечно длинной нити (цилиндра)

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon\, r}, \qquad (1.29)$$

где $\tau = \frac{dq}{dl}$ – линейная плотность заряда на нити (заряд, приходящийся на единицу длины);

r – расстояние от нити до точки поля.

1.7. Диэлектрики в электростатическом поле. Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Диэлектриками называют вещества, которые при обычных условиях практически не проводят электрический ток. Согласно представлениям классической физики, в диэлектриках, в отличие от проводников, нет свободных зарядов – заряженных частиц, которые могли бы прийти под действием электрического поля в упорядоченное движение и образовать электрический ток. К диэлектрикам относятся все газы, если они не подвергаются ионизации, некоторые жидкости (бензол, растительные и синтетические масла) и твердые вещества (фарфор, стекло, парафин, кварц и др.). Удельное электрическое сопротивление диэлектриков $\rho \sim 10^6 - 10^{15}$ Ом·м, тогда как у металлических проводников $\rho \sim 10^{-8} - 10^{-6}$ Ом·м.

Все молекулы диэлектрика электрически нейтральны, то есть суммарный заряд электронов и атомных ядер, входящих в состав молекулы, равен нулю. Тем не менее, *молекулы обладают электрическими свойствами*. Приближенно молекулу можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом $\bar{p} = q\bar{l}$, где q – суммарный положительный заряд всех атомных ядер в молекуле; $\bar{l}$ – вектор, проведенный из «центра тяжести» электронов в молекуле в «центр тяжести» положительных зарядов атомных ядер.

Чтобы понять, как незаряженный диэлектрик создает электрическое поле, рассмотрим электрические свойства нейтральных атомов и молекул.

СОДЕРЖАНИЕ