

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

В. Я. Трофимец
А. В. Коновалова

ОСНОВЫ
ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Учебное пособие

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по направлению Экономика

Ярославль
ЯрГУ
2013

УДК 336(075.8)
ББК У9(2)26я73
Т 76

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2013 года*

Рецензенты:

Аникин А. В., кандидат экономических наук, доцент,
заместитель директора по учебной работе
Ярославского филиала НОУ ВПО «Институт управления»;
кафедра экономики и менеджмента Ярославского филиала
Академии труда и социальных отношений

Трофимец, В. Я. Основы финансовых вычислений :
Т 76 учебное пособие / В. Я. Трофимец, А. В. Коновалова ;
Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ,
2013. – 116 с.

ISBN 978-5-8397-0942-3

В учебном пособии рассмотрены вопросы классической финансовой математики, в доступной форме изложены количественные методы анализа финансовых и кредитных операций, оценки потоков платежей, методы анализа инвестиционных проектов. Включены упражнения и задачи, на практических примерах раскрыта технология компьютерной реализации рассматриваемых методов анализа и моделирования с использованием табличного процессора MS Excel.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 080100.62 Экономика (дисциплина «Основы финансовых вычислений», цикл Б2), очной, очно-заочной и заочной форм обучения.

УДК 336(075.8)
ББК У9(2)26я73

ISBN 978-5-8397-0942-3

© ЯрГУ, 2013

1. Процентные ставки и методы их начисления

- 1.1. Понятие финансовых вычислений
- 1.2. Виды процентных ставок
- 1.3. Эквивалентность процентных ставок
- 1.4. Эффективная годовая процентная ставка
- 1.5. Обыкновенный и точный процент
- 1.6. Учет векселей в банке
- 1.7. Реализация финансовых операций с элементарными потоками платежей с помощью ППП MS Excel

1.1. Понятие финансовых вычислений

Финансовыми вычислениями называются расчеты, производимые с данными, выраженными в стоимостной оценке, или производными от них.

Как и большинство расчетов, выполняемых в экономической среде, финансовые вычисления связаны с определением эффективности финансово-коммерческих сделок с целью принятия управленческих решений.

Ключевой особенностью финансовых вычислений является принятие во внимание концепции временной стоимости денег.

Финансовые вычисления основываются на следующих законах:

- 1)любое решение финансового характера должно основываться на принципе экономической целесообразности;
- 2)проявлением данной экономической целесообразности является получение дохода от финансовой сделки;
- 3)следствием неиспользования (бездействия) любого финансового ресурса (в том числе денежных средств) являются прямые и косвенные издержки.

Прямые издержки связаны с обесценением денежных средств вследствие инфляционных процессов. Покупательная способность денег с течением времени падает, т. е. в будущем потребуется больше денежных средств для приобретения аналогичных ценностей. К примеру, предприятие располагает 1 млн руб. свободных денежных средств. При индексе инфляции 10 % в год предприятию потребуется 1,1 млн руб. для поддержания стабильного финансирования своей деятельности. В то же время те-

кущая покупательная способность 1 млн руб. через год при том же индексе инфляции оценивается как 909 тыс. руб.

Косвенные издержки связаны с обращением капитала и упущенной выгодой при возможном инвестировании средств. Денежные средства, функционирующие в экономической среде, являются активом, а следовательно, должны приносить доход. Например, при наличии возможности выбора получения дохода сегодня и через год по 1 млн руб. или 2 млн руб. через год очевидной является рациональность выбора первого варианта: 1 млн можно реинвестировать уже сейчас и получить дополнительный доход.

Итак, базовой концепцией финансового менеджмента является **принцип оценки денег во времени**. Сущность данной концепции заключается в том, что денежная единица, имеющаяся сегодня, и денежная единица, ожидаемая к получению через какое-то время, неравноценны: денежная единица в будущем всегда обладает меньшей ценностью, чем денежная единица сегодня. Это значит, что в момент времени в будущем для осуществления привычных операций нам потребуется больше денег, чем в текущий момент времени.

Из этого базового принципа вытекает необходимость оценки всех денежных поступлений и платежей в едином формате времени. В противном случае данные суммирования будут некорректно отражать стоимость финансовых сделок.

Принцип ценности денег во времени используется во всех базовых вычислениях инвестиционно-финансового характера: оценке эффективности инвестиционных проектов, в ссудных операциях, операциях на рынке ценных бумаг, при оценке бизнеса и т. д.

В финансовом менеджменте фактор времени учитывается с помощью методов дисконтирования и наращения, которые в свою очередь базируются на технике процентных вычислений.

Идея учета фактора времени зародилась еще в XVI в.: известные математики Я. Тренчен и Н. Стевин разработали и опубликовали таблицы сложных процентов, причем именно Стевин впервые высказал идею о возможности использования чистой дисконтированной стоимости при оценке финансовых инвестиций. Однако идея получила свое развитие лишь в XIX в.: в 1887 г. американский инженер А. Веллингтон опубликовал работу, в ко-

торой обосновывал целесообразность сопоставления дисконтированных притоков и оттоков денежных средств. Идея учета фактора времени также нашла отражение в работе Ф. Мора, посвященной оценке гудвилла, и трудах А. Маршалла и И. Фишера при изложении логики и техники бюджетирования капиталовложений и оценки инвестиционных альтернатив.

Экономический смысл метода **компаундирования (наращения)** состоит в определении величины денежных средств, которая может быть получена из первоначально инвестированной (текущей) суммы в результате проведения операции.

Дисконтирование (приведение) представляет собой процесс оценки величины денежных средств в текущем моменте времени по ее известному или прогнозируемому значению в будущем, исходя из заданной процентной ставки. Используемую при этом процентную ставку называют **нормой дисконта** или **ставкой дисконтирования**.

Обозначим величину первоначальной денежной суммы как PV (от англ. Present Value – текущая оценка/стоимость); а наращенную сумму в будущем – как FV (от англ. Future Value – оценка в будущем, будущая стоимость). Таким образом, процесс наращения позволяет получить оценку FV , которая ожидается в будущем при инвестировании в текущий момент времени суммы PV . Дисконтирование позволяет дать оценку ценности ожидаемой суммы с позиции более раннего момента времени (как правило, текущего) и учета принципа ценности денег во времени. В известном смысле PV и FV равны, т. е. данные величины отражают количественное изменение одной и той же суммы денег в течение заданного промежутка времени. Т. е. PV является более осторожной оценкой FV , и чем выше ставка и больше базисных периодов между текущим моментом времени и моментом времени в будущем, тем больше различие между PV и FV .

Процесс наращения и процесс дисконтирования являются обратными, разнонаправленными процессами, которые согласуются логически и алгоритмически (рис. 1.1).

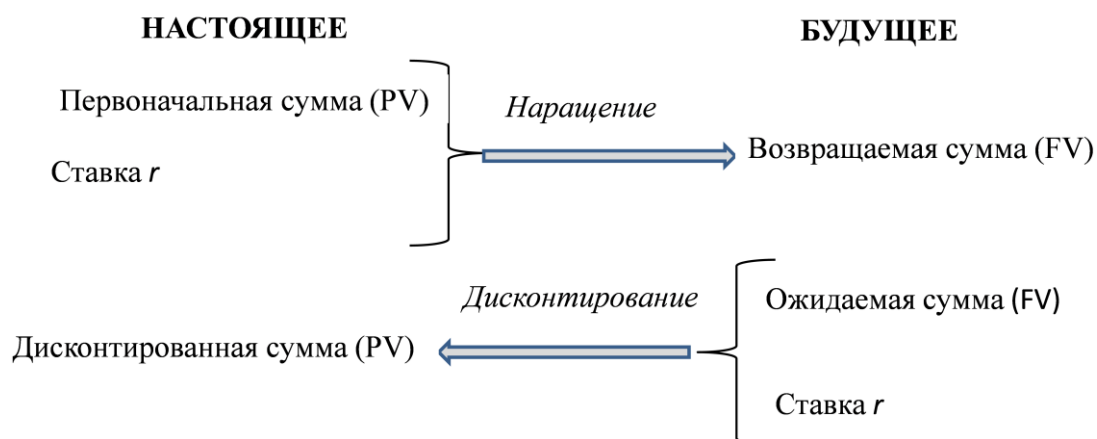


Рис. 1.1. Сущность операций наращивания и приведения

Дисконтирование и наращивание обеспечивают сопоставление величин PV и FV с учетом фактора времени и предполагаемой (требуемой) нормы доходности. Поскольку продолжительность операции, как правило, predetermined, осторожность в оценке денежных сумм в различные моменты времени достигается за счет варьирования процентной ставкой, причем чем выше значение ставки, тем более осторожно оценивается ценность денежных средств.

1.2. Виды процентных ставок

Ясно, что сущность финансовой сделки состоит в получении экономической выгоды, которая может быть выражена количественно. Количественное выражение эффективности финансовой сделки проявляется прежде всего в форме **процента**.

В экономической сфере **процент** представляет собой доход от предоставления капитала в долг в различных формах (ссуды, кредиты) либо от инвестиций производственного и финансового характера (имеет стоимостное измерение), т. е. процент – абсолютный показатель доходности сделки. При соотнесении суммы процентного дохода с инвестированной суммой возникает понятие относительного показателя доходности сделки – **процентная ставка**.

Процентная ставка – величина, характеризующая интенсивность начисления процентов, выраженная в процентах или сотых долях от суммы долга.

Следует отметить, что процент в экономической сделке трактуется сторонами сделки прямо противоположно: для кредитора

процент выражает доход от сделанной им инвестиции, для дебитора (заемщика) процент представляет собой стоимость кредита, а значит, расценивается как издержки по сделке.

Процентная ставка не только выражает цену финансовых ресурсов, она выступает прежде всего в качестве измерителя нормы доходности финансовых операций.

Рассмотрим другие базовые понятия финансовой сделки.

Интервал начисления – минимальный период, по прошествии которого происходит начисление процентов.

Период начисления – период, на который деньги предоставлены в долг или инвестированы (включает, как правило, несколько интервалов начисления).

Существуют две концепции начисления процентов.

Декурсивный способ – проценты начисляются в конце каждого интервала начислений. Их величина определяется исходя из величины предоставляемого капитала.

Декурсивная (или ссудная) процентная ставка – выраженное в процентах отношение суммы начисленного процента за определенный интервал дохода к сумме, имеющейся на начало данного интервала или к первоначально инвестированной сумме.

Антисипативный способ (предварительный) – процент начисляется в начале каждого интервала начислений. Сумма процентных денег определяется исходя из наращенной суммы.

Антисипативная (учетная, дисконтная, дисконт) процентная ставка – выраженное в процентах отношение суммы дохода, выплачиваемого за определенный интервал к величине наращенной суммы.

Наиболее широкое распространение в мировой практике получил декурсивный процент. Антисипативный метод целесообразно применять в условиях инфляции.

В обоих случаях начисления процентов процентные ставки могут быть **простыми** и **сложными**.

Простые процентные ставки применяются к одной и той же первоначальной денежной сумме в течение всего периода начисления. Как правило, простые проценты применяются в краткосрочных финансовых операциях.

Сложные процентные ставки применяются к наращенной сумме, начисленной за предыдущий интервал. В этом случае происходит капитализация процентов по мере начисления процентов, что подразумевает, что база, с которой начисляются проценты, все время возрастает.

Если объединить описанные принципы, можно выделить четыре разновидности процентных ставок:

- 1) простой ссудный процент;
- 2) сложный ссудный процент;
- 3) простой учетный процент;
- 4) сложный учетный процент.

Введем обозначения:

FV – наращенная сумма;

PV – величина первоначальной денежной суммы;

n – количество интервалов начисления;

i – простая ссудная процентная ставка;

ic – сложная ссудная процентная ставка;

I – общая сумма ссудных процентов, начисленных за весь период начисления;

d – простая учетная процентная ставка;

dc – сложная учетная процентная ставка;

D – сумма учетных процентов, начисленных за весь период начисления, дисконт.

Заметим, что FV , PV – величины, относящиеся к моментам времени, а остальные величины i , ic , d , dc , I , D , n – интервальные, относящиеся к промежутку времени (сроку финансовой сделки).

Рассмотрим порядок выведения формулы для расчета **простых ссудных процентов**.

Согласно определению ссудного процента, наращенная сумма определяется по формуле:

$$FV = PV + I. \quad (1.1)$$

Общая величина процентных денег за весь период начисления рассчитывается следующим образом:

$$I = PV \cdot n \cdot i. \quad (1.2)$$

Применяя формулы (1.1) и (1.2), получим формулу определения наращенной суммы:

$$FV = PV + PV \cdot n \cdot i = PV (1 + n \cdot i). \quad (1.3)$$

♦ *Замечание.* Формулу (1.3) можно использовать только для целого числа лет n , в противном случае необходимо пользоваться формулами смешанных вычислений.

Если финансовая операция длится меньше года, то формула расчета наращенной суммы имеет вид:

$$FV = PV \left(1 + \frac{\sigma}{K} i\right), \quad (1.4)$$

где σ – продолжительность финансовой операции в днях;

K – продолжительность финансового года.

На практике нередко возникает обратная задача: исчислить величину суммы PV , зная ее будущий эквивалент FV . В этом случае сумма PV называется современной (текущей, приведенной) величиной суммы FV .

Рассмотренные формулы (1.3) и (1.4) раскрывают суть операции компаундирования (наращения) первоначальной суммы, а дисконтирование рассчитывается по формуле:

$$PV = \frac{FV}{1 + i \cdot n}. \quad (1.5)$$

При антисипативном способе проценты начисляются в начале каждого интервала начисления, а заемщик получает сумму денежных средств за вычетом процентов. Такая операция называется **дисконтированием по учетной ставке** (коммерческим, или банковским, учетом).

Дисконтом называют доход, получаемый по учетной ставке, т. е. определяемый как разница между размером кредита и непосредственно выдаваемой суммой.

Согласно определению учетного процента, сумма, получаемая заемщиком, определяется по формуле:

$$PV = FV - D. \quad (1.6)$$

Общая величина процентных денег за весь период начисления рассчитывается следующим образом:

$$D = FV \cdot n \cdot d. \quad (1.7)$$

Таким образом, формула расчета наращенной суммы в случае простого учетного процента имеет вид:

$$PV = FV - FV \cdot n \cdot d = FV(1 - n \cdot d). \quad (1.8)$$

Тогда как:

$$FV = \frac{PV}{1 - n \cdot d}. \quad (1.9)$$

По аналогии с судным процентом, в случае продолжительности финансовой операции менее года, наращенная сумма определяется по формуле:

$$FV = \frac{PV}{1 - \frac{\sigma}{K} \cdot d} \quad (1.10)$$

Поскольку базой для расчета величины дисконта выступает конечная (наращенная сумма), в данных сделках наиболее распространен процесс нахождения приведенной величины PV .

Если после очередного интервала начисления доход не выплачивается, а присоединяется к денежной сумме, имеющейся на начало этого интервала, то для определения наращенной суммы применяются формулы **сложных процентов**.

Если ic – относительная величина годовой ставки сложных ссудных процентов и если за интервал начисления применяется год, то наращенная сумма FV составит:

$$\text{За 1 год: } FV_1 = PV(1 + ic)$$

$$\text{За 2 года: } FV_2 = FV_1(1 + ic) = PV(1 + ic)^2$$

$$\text{За 3 года: } FV_3 = FV_2(1 + ic) = PV(1 + ic)^3$$

$$\text{За } n \text{ лет: } FV = PV(1 + ic)^n \quad (1.11)$$

Соответственно, обратная операция (операция приведения) будет осуществляться с использованием формулы:

$$PV = \frac{FV}{(1 + ic)^n} \quad (1.12)$$

Чем больше период времени, тем больше разница в величине наращенной суммы при начислении простых и сложных процентов. Поэтому, находясь на позициях заемщика, в случае возникновения возможности выбора между низкой сложной процентной ставкой и более высокой простой, следует отдавать предпочтение первому варианту, т. к. уже через небольшое количество интервалов сумма, наращенная по сложной ставке, превысит сумму, наращенную по простой.

Формула сложных процентов (1.10) является одной из базовых в финансовых вычислениях, на основе данной формулы

строятся более сложные финансовые модели, которые будут рассмотрены в следующих темах.

Множитель $FM1 = (1+ic)^n$ или, если выразить через универсальную ставку, $1+r = (1+ic)^n$ называется **мультиплицирующим множителем (коэффициентом наращивания) для единичного платежа**. Экономический смысл данного множителя заключается в том, что он показывает, чему равна денежная единица через n периодов при заданной процентной ставке, т. е. он оценивает будущую стоимость суммы, равной одной денежной единице. Он инвариантен по отношению к суммовым величинам, поэтому его можно табулировать для различных сочетаний значений количества лет и процентной ставки (см. Приложение 1).

Для упрощения расчетов в случае нахождения дисконтированной стоимости для единичного платежа по формуле (1.12) также можно использовать табличные значения **дисконтирующего множителя (коэффициента приведения)** $FM1 = \frac{1}{(1+r)^n}$ (см. Приложение 2).

В практических расчетах для быстрой и наглядной оценки эффективности сделки при использовании сложного процента используют так называемое **«правило 72»**. Это правило заключается в следующем: если r – процентная ставка, выраженная в процентах, то приблизительный период, за который первоначально инвестированная сумма удвоится, можно найти по формуле $\frac{72}{r}$. Это правило наиболее точно срабатывает для небольших значений процентной ставки (до 20 % годовых).

♦ **Замечание.** Несмотря на то что большинство финансовых расчетов подразумевают использование значения процентной ставки в долях единицы, в формуле «правила 72» процентная ставка берется в процентах. Кроме того, особое внимание нужно обращать на связь процентной ставки и продолжительности периода (чаще всего применяется годовая процентная ставка).

Вывод формул для величин ic и n при применении ставки сложного ссудного процента является несколько более сложным, так как требует применения операций логарифмирования (для величины n) и взятия корня n -й степени (для величины ic). После