

КОСМОНАВТИКА И РАКЕТОСТРОЕНИЕ

Г.Г. Райкунов

ОПТИМИЗАЦИЯ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО
ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОБЛЕТА СИСТЕМЫ
КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
НА КРУГОВОЙ ОРБИТЕ



Райкунов Г.Г.

**Баллистическое
обеспечение
обслуживания
системы летательных
аппаратов на
круговой орбите**



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ ®

УДК 629.78

ББК 39.66

Р 18

Райкунов Г. Г. **Оптимизация баллистического обеспечения облета системы космических аппаратов на круговой орбите.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 214 с. — ISBN 978-5-9221-1341-0.

Изложены основные положения, методы и методики оптимизации баллистического обеспечения облета системы летательных аппаратов (ЛА), движущихся в центральном ньютоновском гравитационном поле, с помощью маневрирующего транспортного аппарата (МТА) с двигательными установками (ДУ) большой тяги при наличии ограничения на время обслуживания и фазового ограничения на минимальное и максимальное расстояние МТА до Земли.

Представлены алгоритмы определения параметров баллистического обеспечения облета системы ЛА. Приведены примеры и результаты соответствующих численных расчетов. Проведен достаточно полный качественный и количественный анализ решения рассматриваемой задачи.

Предложены рациональные схемы трех- и четырехимпульсных перелетов между двумя космическими аппаратами (КА), дающие в ряде случаев существенный выигрыш в энергетике.

Рецензенты:

член-корреспондент РАН, доктор технических наук, проф. Иванов Н. М.
доктор технических наук, проф. Почукаев В. Н.

Научное издание

РАЙКУНОВ Геннадий Геннадьевич

ОПТИМИЗАЦИЯ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОБЛЕТА СИСТЕМЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА КРУГОВОЙ ОРБИТЕ

Редактор *О. В. Максимова*

Оригинал-макет: *Д. А. Воробьев*

Оформление переплета: *Д. Б. Белуха*

Подписано в печать 08.07.11. Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 13,25. Уч.-изд. л. 14,5. Тираж 1000 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»

МАИК «Наука/Интерпериодика»

117997, Москва, ул. Профсоюзная, 90

E-mail: fizmat@mail.ru, fmlsale@mail.ru;

http://www.fml.ru

Отпечатано в ГУП

«ИПК Чувашия», 428019

г. Чебоксары, пр-т И. Яковлева, 13

ISBN 978-5-9221-1341-0



9 785922 113410

ISBN 978-5-9221-1341-0

© ФИЗМАТЛИТ, 2011

© Г. Г. Райкунов, 2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	7
Глава 1. Методика определения параметров баллистического обеспечения обслуживания системы летательных аппаратов	17
1.1. Постановка и анализ методов решения задачи баллистического обеспечения обслуживания системы летательных аппаратов	17
1.2. Постановка задачи и метод определения рациональной траектории маневра встречи двух аппаратов	28
1.3. Постановка задачи и методика оптимизации двухимпульсного маневра встречи двух аппаратов	32
1.4. Метод анализа двухимпульсной траектории маневра встречи	39
Глава 2. Оптимизация двухимпульсного маневра встречи двух аппаратов, движущихся по одной круговой орбите	45
2.1. Постановка задачи	45
2.2. Предварительный анализ	47
2.3. Задача встречи с фиксированным временем	54
2.4. Анализ апсидальных решений	65
2.5. Задача с ограниченным временем перелета	74

Глава 3. Способы улучшения двухимпульсных маневров встречи двух аппаратов, движущихся по одной круговой орбите	89
3.1. Введение	89
3.2. Анализ оптимальности двухимпульсных маневров встречи с фиксированным временем перелета	90
3.3. Анализ оптимальности двухимпульсных маневров встречи с ограниченным временем перелета	105
3.4. Основные подходы к формированию эвристических многоимпульсных решений	111
3.5. Симметричное апсидальное четырехимпульсное решение	112
3.6. Симметричное апсидальное трехимпульсное решение ..	116
3.7. Несимметричное апсидальное трехимпульсное решение	124
3.8. Эвристические многоимпульсные решения с ограниченным временем	129
3.9. Сравнительный анализ двухимпульсных решений с эвристическими трех- и четырехимпульсными решениями	130
 Глава 4. Методы и результаты анализа баллистического обеспечения обслуживания системы аппаратов, движущихся по круговой орбите	145
4.1. Задача одиночного обслуживания с фиксированным временем облета в четырехимпульсной постановке	145
4.2. Задача одиночного обслуживания с ограниченным временем облета в четырехимпульсной постановке	151
4.3. Задача группового обслуживания с фиксированным маршрутом облета аппаратов для двухимпульсных составляющих маневров встречи	161
4.4. Выбор последовательности (маршрута) облета аппаратов	183
4.5. Задача группового обслуживания для многоимпульсных составляющих маневров встречи	194
Заключение	201
Литература	204

Введение

Характерными особенностями освоения космического пространства на настоящем этапе являются:

- разработка, создание и эксплуатация сложных много-спутниковых систем (МСС) с большими сроками активного существования входящих в них летательных аппаратов;
- разработка и развертывание на орбитах тяжелых крупногабаритных конструкций (КГК);
- разработка и эксплуатация обслуживаемых летательных аппаратов (ЛА), построенных на базе унифицированных модулей;
- комплексирование задач, выполняемых одним ЛА.

Для обеспечения эффективного функционирования сложных и дорогостоящих МСС необходимо их обслуживание. Под обслуживанием понимается выполнение следующих операций: проведение всех видов ремонта ЛА из состава МСС; восполнение на ЛА расходующихся компонентов; дооснащение и переоснащение ЛА; возвращение с ЛА на Землю и долговременную орбитальную станцию (ДОС) результатов экспериментов и уникального оборудования; смена экипажей на ДОСах; сборка КГК из модулей непосредственно на орбите; облет группы ЛА и встречи с ними на орбите; облет группы ЛА и встречи с ними на орбите для инспекции их состояния; изменение орбитальной структуры; сочетание перечисленных операций.

Для обслуживания МСС требуются маневрирующие транспортные летательные аппараты (МТА), способные

выполнять определенную совокупность орбитальных маневров встречи.

В ряде случаев для обеспечения требуемой эффективности функционирования МСС может потребоваться восстановить ее работоспособность [1] или провести инспекцию состояния МСС за время, не превышающее предельное $t_{\text{макс}}$. Таким образом, на время обслуживания МСС может быть наложено временное ограничение вида $t \leq t_{\text{макс}}$.

Учитывая, что для ряда задач предельное время выполнения операций обслуживания может быть небольшим, целесообразно для данного класса задач в качестве МТА выбрать летательные аппараты с двигательными установками (ДУ) большой тяги. Для таких аппаратов продолжительность активных участков по сравнению с полным временем полета незначительна. Это позволяет при исследовании динамики полета МТА с ДУ большой тяги использовать импульсную аппроксимацию активных участков траектории [2–4].

В окончательном виде решение задачи управления должно учитывать нецентральность силового поля и случайные возмущения при движении ЛА. Однако часто для широкого класса задач управления, в том числе для задач маневрирования в околоземном космическом пространстве, на первом этапе анализа можно считать возмущения несущественными и не влияющими на процесс выбора проектных параметров МТА, а также на выбор программы управления. В этом случае решение задачи оптимального управления в детерминированной постановке сводится к решению задачи оптимального управления в центральном поле и приводит к рассмотрению кеплеровских траекторий.

Для того чтобы учесть в практических расчетах конечные размеры планеты, высоту плотных слоев атмосферы, а также радиус сферы гравитационного влияния Земли, необходимо ограничить возможности маневрирования МТА шаровым кольцом с внешним радиусом $r_{\text{макс}}$ и внутренним

радиусом $r_{\min}$. Это означает, что на модуль радиуса-вектора МТА наложено фазовое ограничение вида $r_{\min} \leq r \leq r_{\max}$.

На практике ресурс ДУ МТА по количеству включений и суммарному времени наработки является ограниченным. В связи с этим, а также для проведения предварительных проектно-поисковых исследований по определению основных особенностей и характеристик баллистики обслуживания возникает необходимость искать не оптимальные, а рациональные маневры обслуживания (перелеты между МТА и ЛА). Для них количество включений ДУ МТА на единичный перелет между двумя аппаратами не превышает трех–четырёх, структура составляющих маневров является простейшей, а время расчетов таких маневров на ЭВМ и потребные ресурсы оперативной памяти ЭВМ являются незначительными. При этом желательно иметь достаточно простые и физически наглядные модели, методики и программы расчетов таких маневров.

Большая часть МСС образует симметричные структуры из ЛА, движущихся по орбитам, близким к круговым. К таким системам относятся, например, навигационные космические системы: GPS, состоящая из 30 аппаратов на шести круговых орбитах высотой $\sim 20\,000$ км; ГЛОНАСС в составе 24–30 аппаратов на трех круговых орбитах высотой 19 100 км; Galileo с планируемым составом до 30 аппаратов на трех круговых орбитах высотой 23 600 км; космические системы связи Intelsat, Eutelsat, SES, включающие 106 КА на геостационарной орбите, системы военных спутников связи (DSCS, Milstar, UHF, SDS) в составе до 30 КА на геостационарной орбите, метеорологическая система полярно-орбитальных аппаратов (DMSP, POES, MetOp), состоящая из 11 аппаратов на круговых орбитах, а также ряд других космических систем.

Вследствие этого в работе уделяется основное внимание решению задач баллистического обеспечения обслуживания системы ЛА, движущихся по круговой орбите. Среди

круговых орбит особенно выделена геостационарная орбита, на которой в 2011 г. одновременно находится около 380 аппаратов.

При выборе проектных параметров МТА в общем случае опираются на методы теории принятия решений и системного анализа [5–11]. В работе [11] в рамках системного подхода сформулирован принцип корректного разделения общей задачи оптимального проектирования МТА на параметрическую (собственно проектную) и динамическую (траекторную) части. Динамическая часть включает задачу оптимального (рационального) маневрирования или, иначе, задачу оптимального (рационального) баллистического обеспечения обслуживания.

Предметом исследований настоящей работы является решение динамической части задачи рационального проектирования многоцелевого МТА с ДУ большой тяги: разработка методов решения задачи баллистического обеспечения обслуживания, выбор и анализ особенностей и характеристик рациональных траекторий маневрирования МТА с ДУ большой тяги для обслуживания системы ЛА, движущихся по круговой орбите в центральном ньютоновском гравитационном поле Земли, при наличии временного и фазового ограничений. Данная задача находится на стыке практики космических исследований, динамики космических полетов [12–15] и теории оптимального управления [16–29]. Методологической основой решения этой задачи является теория оптимального маневрирования и прикладная небесная механика [12, 30–43].

Задача оптимального маневрирования считается одной из наиболее сложных в механике космического полета [44]. Не случайно этой задаче посвящено достаточно много работ [4]. Библиография их включает основополагающие труды российских [11, 33, 39, 40, 45–50 и др.] и зарубежных [30–32, 41–43, 51–57 и др.] ученых. Несмотря на это,

решение задач теории оптимального маневрирования продолжает оставаться актуальным.

Во-первых, даже для классической задачи оптимального маневрирования между двумя аппаратами получено еще сравнительно мало законченных результатов [11, 30, 33, 39–44, 56, 57].

Во-вторых, рассматриваемая в настоящей работе задача отличается от классической тем, что подразумевает облет МТА системы ЛА и тем самым требует совместного решения нескольких задач оптимальных перелетов с учетом возвращения МТА к базовой станции, распределения времен перелета МТА между ЛА, а также решения задачи выбора оптимальной последовательности (маршрута) облета ЛА. Работ, в которых ставятся подобные задачи, еще мало [49, 58–69]. В них, в основном, рассмотрены методы решения и получены частные результаты. Комплексные результаты исследования рассматриваемой задачи практически отсутствуют.

В-третьих, помимо того, что решение задачи актуально с теоретической точки зрения, оно имеет важное практическое значение для развития ракетно-космической техники и проведения операций в космосе. При этом продолжают оставаться актуальными решения задачи в упрощенных постановках, где отражаются наиболее существенные особенности реальных маневров.

Задача оптимизации межорбитального маневра МТА с ДУ большой тяги равносильна задаче определения минимальных затрат топлива на реализацию маневра, т.е. минимизации простого кинематического параметра — характеристической скорости [39]. В этом случае требуется определить оптимальные (рациональные) моменты времени приложения импульсов скорости, направления их приложения и величины этих импульсов.

В общем случае решения таких задач могут быть определены лишь численными методами с использованием

ЭВМ, что требует разработки соответствующего эффективного программного обеспечения. Не менее важно разработать аналитические и численно-аналитические методы анализа подобных задач, которые позволяют дать качественную оценку изменениям решений при смене начальных условий и отразить наиболее существенные качественные особенности реальных маневров. Поэтому в настоящей работе основное внимание уделяется как теоретическим и методическим вопросам, так и вопросам построения эффективного алгоритмического и программного обеспечения решения указанных задач, включая получение конкретных качественных и количественных решений.

Целью настоящей работы является проведение исследования качественных и количественных характеристик двухимпульсных траекторий встречи двух аппаратов (МТА и ЛА), движущихся первоначально по одной круговой орбите, при наличии временного и фазового ограничений, включая:

- *определение областей оптимальности двух- и многоимпульсных решений указанной задачи;*
- *разработку простых методик численного определения параметров рациональных трех- и четырехимпульсных маневров встречи двух аппаратов, движущихся первоначально по одной круговой орбите, при наличии временного и фазового ограничений, а также оценку возможностей улучшения по энергетике двухимпульсных маневров за счет использования предложенных многоимпульсных маневров;*
- *проведение анализа качественных и количественных характеристик баллистического обеспечения облета системы ЛА с помощью МТА с возвращением последнего к базовой ДОС при движении всех ЛА, МТА и ДОС первоначально по одной круговой орбите и наличии временного и фазового ограничений;*

- *определение оптимальной последовательности (маршрута) облета системы ЛА с помощью МТА с учетом возвращения последнего к базовой ДОС при наличии временного и фазового ограничений для случая вращения всех ЛА, МТА и ДОС на одной круговой орбите.*

В данной монографии проведен достаточно полный качественный анализ решения задачи двухимпульсной встречи двух аппаратов, движущихся первоначально по одной базовой круговой орбите в центральном гравитационном поле, при наличии временного и фазового ограничений. Получены качественные оценки для случая геостационарной базовой орбиты. Для рассматриваемой задачи встречи двух аппаратов определены области оптимальности двух- и многоимпульсных решений при наличии временного и фазового ограничений. Предложены схемы и разработаны оригинальные методы и алгоритмы построения рациональных трех- и четырехимпульсных решений указанной задачи, которые часто позволяют получить существенный выигрыш в энергетике по сравнению с двухимпульсными решениями. Проведен достаточно полный качественный анализ решения задачи облета маневрирующим транспортным аппаратом системы ЛА при наличии временного и фазового ограничений для случая, когда все ЛА и МТА движутся первоначально по одной круговой орбите, задана последовательность (маршрут) облета, а перелет МТА от каждого предыдущего ЛА к последующему выполняется либо по двухимпульсной схеме, либо по предложенной трех- или четырехимпульсной схеме. В линейном приближении доказано, что при достаточно большом количестве ЛА в составе МСС последовательный облет маневрирующим аппаратом всех ЛА является предпочтительным при наличии временного и фазового ограничений.

Разработанные методики, методы, алгоритмы, а также результаты выполненного качественного и количественного

анализа задачи могут быть использованы в проектно-поисковых баллистических исследованиях по внешнему проектированию МТА, а также при оптимизации баллистического обеспечения обслуживания системы летательных аппаратов.

В главе 1 сформулирована задача баллистического обеспечения обслуживания системы ЛА, движущихся по эллиптическим кеплеровским орбитам в ньютоновском гравитационном поле, с помощью МТА с ДУ большой тяги при наличии временного и фазового ограничений. Проведен анализ методов решения указанной задачи. Представлен обзор литературы по состоянию проблемы. Сформулирована задача и изложен метод определения рациональной траектории маневра встречи двух аппаратов. Дан обзор литературы по этой задаче и приведен сравнительный анализ различных существующих методов ее решения. Приведены необходимые условия оптимальности, которым должны удовлетворять траектории встречи. Дана постановка и представлен алгоритм решения задачи оптимального двухимпульсного маневра встречи двух аппаратов, движущихся по эллиптическим орбитам в центральном ньютоновском гравитационном поле, при наличии временного и фазового ограничений. Дан обзор состояния вопроса и проведен сравнительный анализ различных возможных методов его решения. Проведен подробный анализ особенностей численного решения задачи двухимпульсного маневра встречи. Представлен алгоритм проверки оптимальности исходного решения (двухимпульсного участка M -импульсной траектории маневра). Указаны некоторые особенности численной реализации данного алгоритма.

В главе 2 решена задача оптимизации двухимпульсного маневра встречи двух аппаратов, движущихся первоначально по одной круговой орбите, при наличии временного и фазового ограничений.

Поставленная задача решена в два этапа: сначала вспомогательная задача с фиксированным временем перелета, а затем основная задача с ограниченным временем перелета. В обоих случаях определены: области существования двухимпульсных решений, точки разрывов решений, тип решений (гиперболические, параболические и эллиптические), их геометрические и энергетические характеристики, положения точек локальных минимумов решений. Исследована асимптотика поведения локально оптимальных двухимпульсных решений при стремлении предельного времени к бесконечности. Показано, что локально оптимальные двухимпульсные решения по своим геометрическим, временным и энергетическим характеристикам близки к так называемым апсидальным двухимпульсным решениям. В связи с этим проведен подробный анализ характерных свойств апсидальных решений. Кроме того, исследована структура двухимпульсных решений в зависимости от начальных условий и конкретных временных и фазовых ограничений.

Определены области оптимальности внутренних по времени (время встречи меньше заданного предельного времени) и граничных (время встречи равно предельному времени) двухимпульсных решений. Приведены результаты численного анализа структуры оптимальных двухимпульсных решений, основных энергетических и геометрических характеристик переходов.

В главе 3 проведен анализ оптимальности двухимпульсных маневров встречи двух аппаратов, движущихся первоначально по круговой орбите, в классе многоимпульсных маневров встречи при наличии временного и фазового ограничений. Определены области оптимальности двух- и многоимпульсных решений. Предложены оригинальные эвристические схемы и алгоритмы определения симметричных трех- и четырехимпульсных решений. Приведены оценки

возможных выигрышей в энергетике при переходе от двухимпульсных к указанным многоимпульсным маневрам.

В главе 4 исследована малоизученная задача облета маневрирующим транспортным аппаратом системы ЛА с возвращением МТА к базовой ДОС после облета, когда все аппараты — ЛА, МТА и ДОС — движутся первоначально по одной круговой орбите, на время и геометрию облета наложены ограничения, а каждый составляющий маневр перелета МТА от предыдущего ЛА к последующему либо двухимпульсный, либо предложенный трех- или четырехимпульсный. Сначала задача исследована для случая заданного маршрута облета аппаратов. При этом исследованы структура и свойства решений в зависимости от исходных данных и конкретных ограничений. Выработаны простые приближенные критерии улучшения внутренних по времени локально оптимальных решений в пределах ограничений на время и геометрию перелетов. Приведен алгоритм отыскания лучшего внутреннего (по времени) апсидального решения задачи, которое по своим временным, геометрическим и энергетическим характеристикам близко к локально оптимальному решению. Затем исследована маршрутная задача облета системы ЛА, движущихся по одной круговой орбите, с помощью МТА, движущегося первоначально по той же круговой орбите. При этом в линейном приближении доказано, что независимо от расположения системы ЛА вдоль базовой круговой орбиты при заданном предельном времени облета среди всех возможных апсидальных маршрутов облета последовательный апсидальный маршрут является энергетически наилучшим.

В заключении перечислены основные результаты, полученные в работе.

Глава 1

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ СИСТЕМЫ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

1.1. Постановка и анализ методов решения задачи баллистического обеспечения обслуживания системы летательных аппаратов

Рассмотрим обслуживающую систему летательных аппаратов, включающую в себя маневрирующий транспортный аппарат (A) и долговременную орбитальную станцию-пристань (A_1). Имеется также система обслуживаемых летательных аппаратов ($A_2, A_3, \dots, A_N$). Аппарат A обладает ДУ большой тяги, с помощью которой может как совершать межорбитальные маневры, так и корректировать параметры собственной орбиты. Аппараты $A_1, A_2, A_3, \dots, A_N$ обладают только ДУ коррекции и стабилизации параметров своих орбит. В начальный момент времени аппараты A и A_1 совершают совместный полет. Все аппараты $A_1, A_2, \dots, A_N$ вращаются на произвольных эллиптических орбитах в центральном ньютоновском гравитационном поле планеты. Обозначим через $\mathbf{q}_i$ вектор элементов орбиты T_i аппарата A_i ($1 \leq i \leq N$), через $\mathbf{q}$ — вектор элементов орбиты T аппарата A . Орбиту, по которой движется аппарат A_1 , будем в дальнейшем называть базовой орбитой. Известны параметры движения всех аппаратов

на исходных траекториях в некоторый начальный момент времени t_0 .

В момент времени $t_n \geq t_0$ поступает команда на выполнение маневра встречи аппарата A , находящегося в совместном полете с аппаратом A_1 , по одному разу с каждым аппаратом $A_2, A_3, \dots, A_N$ и последующим возвращением аппарата A к аппарату A_1 . При этом под встречей двух аппаратов в некоторый момент времени будем понимать совпадение в этот момент времени как вектора положения, так и вектора скорости обоих аппаратов. Маршрут (последовательность) облета аппаратов $A_2, A_3, \dots, A_N$ аппаратом A может быть как задан, так и не задан.

Обозначим времена встречи аппарата A с аппаратами A_i ($2 \leq i \leq N$) через t_{vi} , а время окончания выполнения маневра, т. е. время возвращения аппарата A к аппарату A_1 , через t_k . Потребуем, чтобы полное время выполнения маневра $t_m = (t_k - t_n)$ не превосходило заданного предельного времени $t_{\max}$, т. е.

$$t_m = t_k - t_n \leq t_{\max}. \quad (1.1.1)$$

Назовем данное ограничение временным.

Положим, что после встречи с аппаратом A_i ($i = 2, 3, \dots, N$) аппарат A совершает с этим аппаратом обязательный совместный полет в течение фиксированного времени t_{ci} . После этого, начиная с момента времени $(t_{vi} + t_{ci})$, аппарат A может начать маневр встречи с очередным аппаратом. В том случае, если отлет аппарата A от аппарата A_i начинается не сразу в момент времени $(t_{vi} + t_{ci})$, а несколько позднее, например в момент времени $(t_{vi} + t_{ci} + t_{\phi i})$, то в течение времени $t_{\phi i}$ аппарат A будет продолжать совместный полет с аппаратом A_i . Назовем время $t_{\phi i}$ временем фазирования аппарата A с аппаратом A_i . Обозначим через t_{pi} время перелета аппарата A от аппарата A_i к очередному аппарату, а через t_{mi} — сумму времен $t_{\phi i}$ и t_{pi} , т. е. $t_{mi} = t_{\phi i} + t_{pi}$. Для того, чтобы учесть

конечные размеры планеты, высоту плотных слоев атмосферы планеты, а также ограничить максимальное расстояние отлета от планеты, наложим на радиус-вектор $\mathbf{r}(t)$ траектории маневра облета фазовое ограничение

$$r_{\min} \leq r(t) \leq r_{\max}, \quad t \in [t_n, t_k]. \quad (1.1.2)$$

Любую траекторию маневра облета, удовлетворяющую этому фазовому ограничению, будем называть допустимой.

В качестве ДУ аппарата A будем рассматривать химические или ядерные ДУ большой тяги. В этом случае обычно время работы ДУ на траектории перелета существенно меньше времени перелета. Поэтому можно воспользоваться гипотезой об импульсном изменении скорости, т. е. аппроксимировать реальный процесс импульсным. Импульсная аппроксимация заключается в замене активных участков с конечной тягой и конечной длительностью работы ДУ мгновенными изменениями скорости. В работах [2, 4] и других делается вывод о том, что такая аппроксимация обеспечивает хорошую оценку траекторных параметров и потребного количества топлива в широком диапазоне тяговооруженности с химическими и ядерными ДУ и может быть использована для детального анализа траектории. Аналитическая оценка ошибок, обусловленных импульсной аппроксимацией участков активного движения, приведена в работах [2, 39, 47]. Кроме того, в случае необходимости, определив оптимальную траекторию в импульсной постановке, можно, используя ее в качестве хорошего начального приближения, осуществить переход к оптимальной траектории с конечной тягой [2, 41, 70–72]. Использование импульсной аппроксимации позволяет отделить рассмотрение вопросов оптимизации траекторий межорбитальных перелетов от вопросов весовой оптимизации ЛА [11, 39].

Итак, будем рассматривать движение аппарата A с импульсной тягой. При этом, согласно [30, 33, 39], под движением с импульсной тягой будем понимать такое движение

аппарата, при котором не ограничен верхний предел реактивной тяги и допускаются скачки вектора скорости $\mathbf{V}(t)$ в моменты времени t_i , где i — конечное число. Скачки скорости в моменты времени t_i в дальнейшем будем называть импульсами скорости и обозначать $J(t_i)$. Вектор скорости $\mathbf{J}(t_i)$ определяется следующим образом: $\mathbf{J}(t_i) = J(t_i) \cdot \mathbf{e}(t_i) = \mathbf{V}(t_i + 0) - \mathbf{V}(t_i - 0)$. Здесь $\mathbf{V}(t_i + 0)$ — вектор скорости аппарата A сразу после приложения импульса скорости в момент времени t_i ; $\mathbf{V}(t_i - 0)$ — вектор скорости аппарата A непосредственно перед приложением импульса скорости в момент времени t_i ; $\mathbf{e}(t_i)$ — единичный вектор, определяющий направление приложения импульса скорости в момент времени t_i , такой, что $|\mathbf{e}(t_i)| = 1$. При этом радиус-вектор $\mathbf{r}(t)$ аппарата A не меняется при сообщении импульсов в моменты времени t_i , т. е. $\mathbf{r}(t_i + 0) = \mathbf{r}(t_i - 0) = \mathbf{r}(t_i)$. Суммарный импульс скорости J_Σ (суммарная характеристическая скорость), требуемый для реализации маневра встречи аппарата A с аппаратами $A_2, A_3, \dots, A_N$ и последующего возвращения аппарата A к аппарату A_1 , определим как

$$J_\Sigma = \sum_{i=1}^M J(t_i), \quad (1.1.3)$$

где M — количество импульсов, прикладываемых вдоль траектории маневра облета аппаратом A аппаратами $A_2, A_3, \dots, A_N$ с последующим возвращением к аппарату A_1 .

Сформулируем сначала общую задачу, которую назовем *задачей оптимального баллистического обеспечения обслуживания (облета) системы ЛА. Требуется определить на множестве всех допустимых маневров встречи аппарата A (движущегося первоначально совместно с аппаратом A_1) по одному разу со всеми аппаратами $A_2, A_3, \dots, A_N$ с последующим возвращением к аппарату A_1 , выполняемых за время t_m , не превышающее*

заданное предельное время $t_{\text{макс}}$, энергетически оптимальный маневр облета, т. е. такой, который позволяет осуществить облет с минимальными затратами характеристической скорости J_{Σ} . Если существует несколько равноценных в смысле энергетики решений, соответствующих различным временам облета $t_m \in (0, t_{\text{макс}}]$, то необходимо выбрать среди них то решение, которое соответствует минимальному времени t_m .

Часто определить энергетически оптимальный маневр встречи бывает достаточно сложно и трудоемко. В общем случае необходимо иметь достаточно сложные машинные программы численной оптимизации, требующие больших объемов оперативной памяти и значительного времени счета на ЭВМ. Кроме того, на практике ресурс ДУ по количеству включений и суммарному времени наработки является ограниченным. Ряд исследований показал, что часто энергетически оптимальные траектории перелетов между двумя аппаратами приводят к незначительному выигрышу в энергетике по сравнению с простейшими двух-, трех- и четырехимпульсными траекториями перелетов, среди которых к тому же они чаще всего и бывают (см., например, [34–37, 48, 73, 74]). Поэтому в настоящей работе не будут определяться энергетически оптимальные траектории. Особое внимание будет уделено двухимпульсным составляющим маневр облета перелетам между двумя аппаратами. Для основного рассматриваемого в работе случая распределения всех аппаратов вдоль одной круговой орбиты будут рассмотрены разработанные в настоящей работе специальные эвристические трех- и четырехимпульсные траектории перелетов между двумя аппаратами. Для них количество включений ДУ МТА на траектории перелета между двумя аппаратами не превышает двух–четырёх, структура составляющих маневров встречи является простейшей, а время расчетов на ЭВМ и потребные ресурсы ОЗУ являются незначительными. Будем называть такие перелеты

рациональными, а маневр встречи аппарата A по одному разу с каждым из аппаратов $A_2, A_3, \dots, A_N$ с последующим возвращением к аппарату A_1 рациональным маневром, если каждый составляющий перелет между двумя аппаратами является рациональным.

Сформулируем в свете сказанного частную задачу, которой в дальнейшем будет уделено основное внимание и которую назовем *задачей рационального баллистического обеспечения обслуживания (облета) системы ЛА*. **Требуется определить на множестве всех допустимых рациональных маневров встречи аппарата A (движущегося первоначально совместно с аппаратом A_1) по одному разу со всеми аппаратами $A_2, A_3, \dots, A_N$ с последующим возвращением к аппарату A_1 , выполняемых за время t_m , не превышающее заданное предельное время $t_{\max}$, такой, который позволяет осуществить облет с минимальными затратами характеристической скорости J_Σ . Если существует несколько равноценных в смысле энергетики решений, соответствующих различным временам облета $t_m \in (0, t_{\max}]$, то необходимо выбрать среди них то решение, которое соответствует минимальному времени t_m .**

Назовем сформулированную задачу для случая $N = 2$ (т. е. когда аппарату A требуется перелететь от аппарата A_1 к аппарату A_2 , а затем вернуться к аппарату A_1) *задачей одиночного обслуживания*, а для случая $N > 2$ (т. е. когда аппарату A требуется встретиться с несколькими аппаратами $A_2, A_3, \dots, A_N$, а затем вернуться к аппарату A_1) — *задачей группового обслуживания*. При решении задачи группового обслуживания необходимо определить оптимальную последовательность (маршрут) облета аппаратов $A_2, A_3, \dots, A_N$.

Похожие или близкие задачи ставились в ряде работ. В основном рассматривались межпланетные перелеты