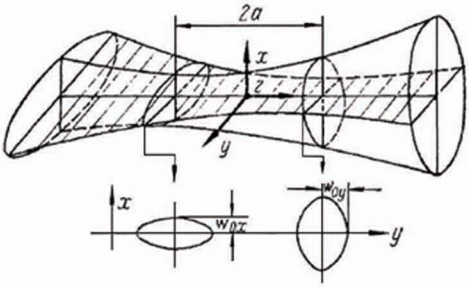
А. М. Гончаренко

ОПТИЧЕСКИЕ ГАУССОВЫ ПУЧКИ И СОЛИТОНЫ



УДК 535

Гончаренко, А. М. Оптические гауссовы пучки и солитоны / А. М. Гончаренко. – Минск : Беларус. навука, 2011. – 125 с. – ISBN 978-985-08-1294-0.

Гауссовы световые пучки достаточно хорошо описывают свойства реальных узких световых (лазерных) пучков и оптических трехмерных солитонов. В монографии рассмотрены свойства гауссовых пучков в изотропных и анизотропных средах. Исследованы особенности распространения круговых и эллиптических гауссовых пучков и солитонов в однородных средах и оптических неоднородных волноводах. На основе приближенных решений нелинейных уравнений Шредингера изучены пространственно-временные солитоны как постоянного, так и переменного профиля.

Монография будет полезна студентам старших курсов физических факультетов ВУЗов, преподавателям и научным сотрудникам.

Ил. 11. Библиогр.: 54 назв.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор В. Н. Белый,
кандидат физико-математических наук А. С. Ясюкевич

ISBN 978-985-08-1294-0

ВВЕДЕНИЕ

При первоначальном описании или исследовании оптических явлений в большинстве случаев используются плоские волны как наиболее простой и часто достаточно эффективный метод. Это же относится и к теории солитонов. Для плоской волны предполагается неизменность в пространстве и времени формы фазовой поверхности и амплитуды. Реальные же оптические пучки и солитоны всегда ограничены. Существующая при этом дифракция вызывает изменение их амплитуды и искривление фазовой поверхности. Однако во многих случаях световые пучки имеют поперечные размеры, намного большие длины волны. Поэтому их дифракционная расходимость сравнительно невелика, а амплитуда медленно уменьшается с продольной координатой. Такие пучки достаточно хорошо описываются гауссовыми пучками [1], в которых амплитуда в поперечной плоскости изменяется по закону Гаусса–Эрмита, а фазовая поверхность искривляется. Наиболее плодотворно метод гауссовых пучков проявил себя в теории оптического квантового генератора (ОКГ) с малыми дифракционными потерями и теории линзоподобных неоднородных волноводов [1, 2].

Оптические солитоны, формирующиеся в нелинейных средах при достаточной мощности светового импульса [3–8], относятся к более сложным явлениям нелинейных процессов и представляют особый вид решений нелинейных уравнений. Строгое решение соответствующих уравнений

существует только в простейших случаях плосковолновых солитонов. Реальные же солитоны имеют конечные пространственные и временные размеры и для них не существует точных решений. Трудности теоретического анализа трехмерных солитонов обусловлены невозможностью разделения переменных в нелинейных уравнениях, описывающих свойства таких солитонов. Для них оказался эффективным приближенный метод гауссовых пучков [9, 10]. При этом предполагается, что лазерный импульс гауссова профиля индуцирует в нелинейной среде поле аналогичного профиля. Это подтверждается численными расчетами и приближенными оценками [3]. Лазерный импульс имеет колоколообразную форму, размеры которого намного больше длины волны. Такие импульсы достаточно хорошо описываются гауссовыми функциями. Светлые солитоны также имеют форму колоколообразных импульсов и поэтому успешно моделируются гауссовыми пучками.

Термин «солитон» используется для уединенных волн, подобных по своим свойствам на частицу (электрон, протон). Впервые уединенную волну наблюдал шотландский ученый инженер Д. С. Рассел на водном канале в 1834 году. Спустя полвека датчане Д. И. Кортвег и Г. де Фриз дали теоретическое обоснование образованию таких волн.

К числу уравнений, имеющих решение в виде солитонов, относится и нелинейное уравнение Шредингера, которое описывает явления атомной физики и физики волновых процессов. Солитонным решениям уравнения Шредингера с кубической нелинейностью соответствуют волновые пакеты, огибающая которых близка к гауссовому импульсу. Оптический волновой пакет-солитон, локализованный в пространстве в виде узкого пучка и во времени в виде короткого импульса, при распространении в реальной физической среде расширяется. Пространственное расширение обусловлено дифракцией, временное – хроматической дисперсией, характеризующейся тем, что различные частотные компоненты импульса имеют разные фазовые скорости.

Пространственное расширение солитонов ограничивается волноводным эффектом, временное компенсируется отрицательной дисперсией.

В данной монографии изложены основные особенности свойств гауссовых световых пучков, а также результаты приближенной теории оптических солитонов. Автор выражает искреннюю благодарность сотрудникам лаборатории систем преобразования световых полей Института физики им. Б. И. Степанова и персонально С. П. Апанасевичу, А. В. Казберуку и М. В. Роговой за постоянную помощь при компьютерном оформлении рукописи. Считаю своим приятным долгом выразить благодарность рецензентам доктору физико-математических наук, профессору В. Н. Белому и кандидату физико-математических наук А. С. Ясюкевичу за ценные советы и замечания.

Глава 1

ГАУССОВЫ СВЕТОВЫЕ ПУЧКИ В ОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

§ 1. Уравнения Максвелла. Плоские волны

При рассмотрении свойств световых пучков естественно воспользоваться следующими уравнениями Максвелла:

$$rot\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \tag{1.1}$$

$$div\vec{D} = 0\,,\ div\vec{B} = 0\,. \tag{1.2}$$

Здесь $\vec{E}, \vec{H}$ – векторы напряженности электрического и магнитного полей соответственно, $\vec{D}, \vec{B}$ – векторы электрической и магнитной индукции. Предполагается, что поглощение, заряды и токи в среде отсутствуют. К уравнениям (1.1), (1.2) необходимо добавить материальные уравнения связи, которые в линейных средах можно записать в виде

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}, \vec{B} = \mu\vec{H}\ . \tag{1.3}$$

Тем самым считается, что диэлектрическая и магнитная проницаемости (ε и μ соответственно) не зависят от времени и интенсивности светового излучения. Физическая сущность уравнений (1.3) состоит в том, что значения векторов индукции $\vec{D}$ и $\vec{B}$ полностью определяются значениями полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в данный момент времени и в данной точке пространства.

В изотропной прозрачной среде величины ε, μ – вещественные скаляры, т. е. простые коэффициенты пропорциональности; в анизотропных средах – тензоры. Мы ограничиваемся рассмотрением немагнитных и негиротропных сред.

В этом случае магнитная проницаемость μ совпадает с проницаемостью вакуума, а диэлектрическая проницаемость есть вещественный симметричный тензор второго ранга.

Простейшими решениями уравнений Максвелла (1.1), (1.2) являются плоские монохроматические волны

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r})], \tag{1.4}$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r})]. \tag{1.5}$$

Здесь ω – циклическая частота, $\vec{k}$ – волновой вектор, $\vec{r}$ – радиус-вектор точки пространства.

Для плоских волн получаем уравнения [11, 12]

$$\omega\varepsilon\vec{E} = -[\vec{k}, \vec{H}], \tag{1.6}$$

$$\omega\mu\vec{H} = [\vec{k}, \vec{E}], \tag{1.7}$$

где квадратные скобки означают векторное произведение. Соотношения (1.6) и (1.7) иногда называют уравнениями Максвелла для плоских волн. Из них с очевидностью следует поперечность плоских электромагнитных волн, синфазность векторов $\vec{E}, \vec{H}$ и их взаимная перпендикулярность, а также дисперсионное уравнение

$$k^2 = \varepsilon\mu\omega^2, \tag{1.8}$$

которое связывает постоянную распространения плоских волн с частотой света и параметрами изотропной среды.

§ 2. Волновое и параболическое уравнения

При исследовании волновых электромагнитных процессов обычно от уравнений Максвелла переходят к волновому уравнению, которое для гармонических волн имеет вид

$$\Delta u + k^2 u = 0. \tag{2.1}$$

Здесь Δ – оператор Лапласа

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \tag{2.2}$$

u – любая из компонент векторов электромагнитного поля.

Если среды изотропные и однородные, то уравнение (2.1) удовлетворяется точно. Однако реальные среды не всегда однородны. Неоднородность проявляется в зависимости диэлектрической проницаемости среды от пространственных координат. Свойства электромагнитных волн в неоднородных средах, следовательно, определяются видом функции $\varepsilon(x, y, z)$. При этом поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\Delta\vec{E} + \omega^2\mu\varepsilon(x, y, z)\vec{E} + \text{grad}\,[\varepsilon^{-1}(\text{grad}\,\varepsilon, \vec{E})] = 0, \qquad (2.3)$$

$$\Delta\vec{H} + \omega^2\mu\varepsilon(x, y, z)\vec{H} + \varepsilon^{-1}[\text{grad}\,\varepsilon, rot\vec{H}] = 0. \qquad (2.4)$$

Если неоднородность среды невелика, так что можно пренебречь последними членами в этих уравнениях, то опять приходим к уравнениям вида (2.1). Следовательно, в неоднородных средах уравнение (2.1) удовлетворяется приближенно при условии, что изменения диэлектрической проницаемости среды незначительны на расстояниях порядка длины волны. Мы предполагаем, что для световых волн такие условия выполняются достаточно хорошо. При этом, однако, «постоянная» распространения $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ является некоторой заданной функцией координат.

Волновое уравнение (2.1) описывает электромагнитное поле во всех точках пространства. В узких световых пучках поле сконцентрировано около одной продольной координаты (оси пучка) и быстро спадает до нуля в поперечных направлениях. Учесть это можно, предположив, что распространяющаяся световая волна резко уменьшается в поперечных направлениях и достаточно медленно в направлении распространения. В этом случае любую из компонент поля можно записать в виде:

$$u = \varphi(x, y, z)\exp(-ikz), \qquad (2.5)$$

где φ – медленно уменьшающаяся с ростом z комплексная функция. Подставляя (2.5) в уравнение (2.1) и пренебрегая

членом $\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$ по сравнению с $k\,\partial\varphi/\partial z$ и другими членами, получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}-2ik\frac{\partial\varphi}{\partial z}=0. \qquad (2.6)$$

Уравнение (2.6) называется параболическим. Переход от волнового к параболическому уравнению в теории распространения волн был впервые применен М. А. Леонтовичем и В. А. Фоком [13]. Сейчас этот метод широко используется в теории дифракции волн и теории лазерных пучков и резонаторов ОКГ [14, 15]. В работах [16–18] дано обобщение этого метода параболического уравнения на случай анизотропных сред. Данное уравнение используется нами для рассмотрения свойств гауссовых пучков в различных линейных и нелинейных средах.

§ 3. Круговые гауссовы пучки

Простейшим решением параболического уравнения (2.6) является функция [2]

$$\varphi=\exp\left\{-i\left[P+\frac{k}{2q}(x^2+y^2)\right]\right\}. \qquad (3.1)$$

Здесь P, q – комплексные функции продольной координаты z. Постоянная распространения k и двойка в знаменателе экспоненты введены для удобства. Параметр $P(z)$ определяет комплексное смещение фазы, а $q(z)$ – распределение амплитуды в поперечных плоскостях и кривизну фазовой поверхности. Соотношение (3.1) представляет простейший тип гауссовых пучков, так называемую нулевую моду круговых гауссовых пучков. Поле такого пучка имеет круговую симметрию и спадает в поперечной плоскости по закону $\exp(-ar^2)$. Рассмотрим подробнее свойства этой основной моды.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Научное издание

Гончаренко Андрей Маркович

ОПТИЧЕСКИЕ ГАУССОВЫ ПУЧКИ И СОЛИТОНЫ

Редактор *И. С. Александрович*
Художественный редактор *Т. Д. Царева*
Технический редактор *М. В. Савицкая*
Компьютерная верстка *Л. В. Харитонова*

Подписано в печать 21.06.2011. Формат $84\times108^{1}/_{32}$. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 6,62. Уч.-изд. л. 3,7. Тираж 120 экз.
Заказ 155.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука». ЛИ № 02330/0494405 от 27.03.2009.
Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск.