

10
вариантов
с решениями

ОГЭ

2021

В. В. Мирошин

МАТЕМАТИКА

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ



УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
М64

Мирошин, Владимир Васильевич.
М64 ОГЭ 2021. Математика : тренировочные варианты : 10 вариантов с решениями / В. В. Мирошин. — Москва : Эксмо, 2020. — 168 с. — (ОГЭ. Тренировочные варианты).

ISBN 978-5-04-112927-9

Книга предназначена для подготовки учащихся к ОГЭ по математике. Публикуемые в пособии материалы дадут полное представление обо всех типах заданий и содержании экзаменационной работы.

Издание содержит:

- 10 тренировочных вариантов, составленных в соответствии с демоверсией;
- подробные решения всех заданий;
- критерии оценивания.

Пособие будет полезно учителям математики, так как даёт возможность эффективно организовать учебный процесс и подготовку к экзамену.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-112927-9

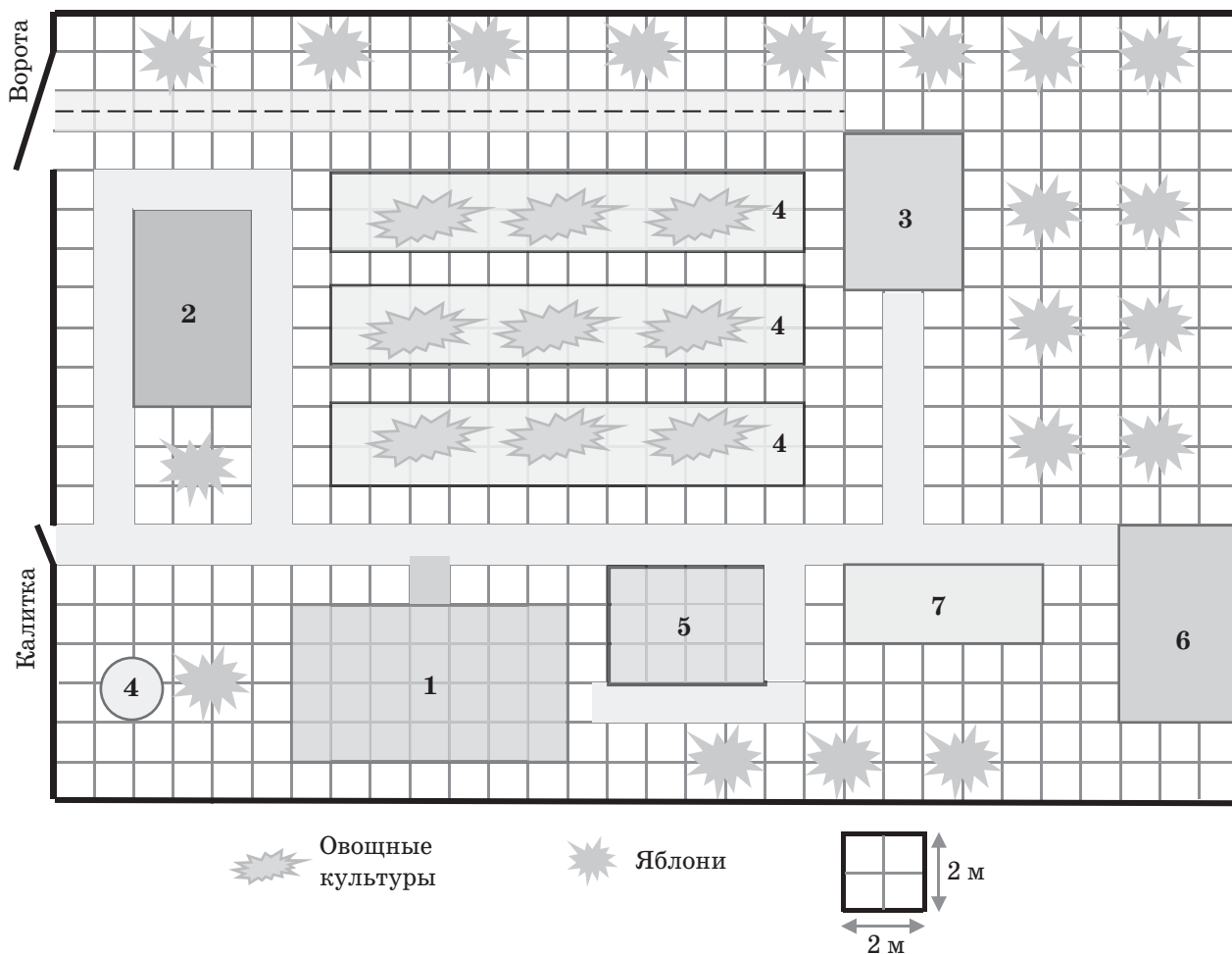
© Мирошин В.В., 2020
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2020

ВАРИАНТ 1

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. При входе на участок через калитку справа расположен круглый колодец. Далее справа расположен жилой дом, за ним находится беседка. За беседкой находится зона барбекю. Дорожка, ведущая от калитки, упирается в хозблок. Слева от входа расположена баня, вокруг которой проходит дорожка. Кроме того, на участке расположена теплица, к которой ведёт дорожка от зоны барбекю. Между баней и теплицей расположены посадки овощных культур, а по периметру высажены яблони. Дорожки на дачном участке вымощены одинаковой тротуарной плиткой.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Баня	Жилой дом	Хозблок	Зона барбекю
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот до теплицы. (Путь указан пунктиром.)
Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите площадь, которую занимают на участке посадки овощей. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец дачного участка в целях улучшения состава почвы решил приобрести 25 тонн почвенного материала. В распоряжении транспортной компании находятся машины двух типов, как показано в таблице.

Машины	1	2
Грузоподъёмность	3 тонны	4 тонны
Стоимость рейса	2000 рублей	3000 рублей

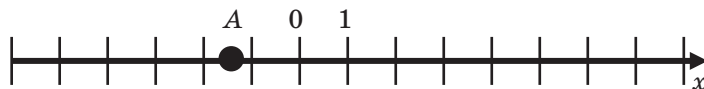
Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в рублях.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $3\frac{1}{2} \cdot \left(2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{5}\right)$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $-0,7$ 2) $-2,5$ 3) $-\pi$ 4) $-\sqrt{2}$

Ответ

8 Найдите значение выражения $\sqrt{16,2} \cdot \sqrt{20}$.

Ответ _____

9 Решите уравнение $\frac{(x^2-4)(x-4)}{\sqrt{x^2-7x-8}} = 0$.

Если корней несколько, то в ответе укажите больший из них.

Ответ _____

10 На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ _____

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

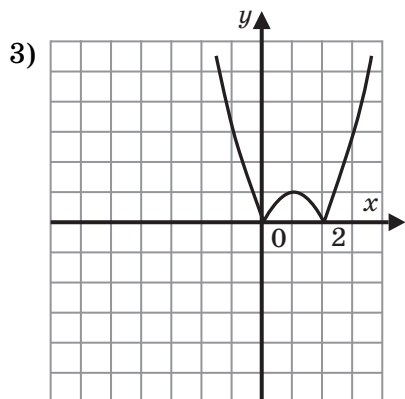
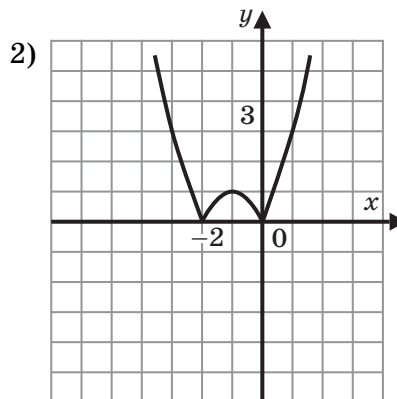
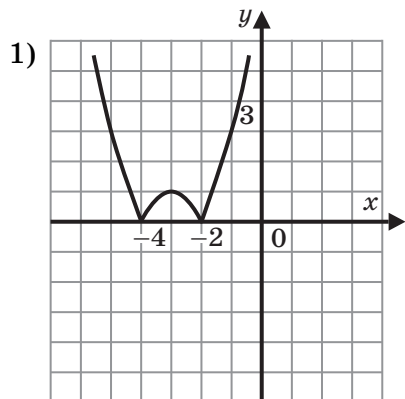
ФУНКЦИИ

A) $y = |x^2 - 2x|$

Б) $y = |x^2 + 6x + 8|$

В) $y = |x^2 + 2x|$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ	А	Б	В

- 12** Альпинист Валера, тренируясь, совершает восхождение на гору, высота которой равна 3000 метров. За первый час, двигаясь равномерно, он прошёл 800 метров подъёма, затем сделал пятнадцатиминутный привал, за второй час он прошёл на 100 метров меньше, но сделал привал на 5 минут больше. Затем снова на 100 метров меньше, чем в предыдущий час, но привал увеличил на 5 минут и так далее, пока не достиг вершины. За какое время альпинист Валера достиг вершины? Время укажите в часах.

Ответ _____

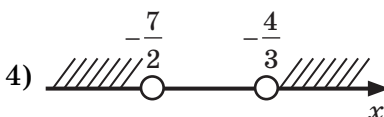
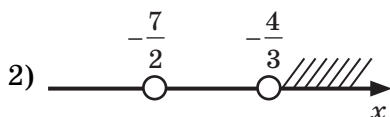
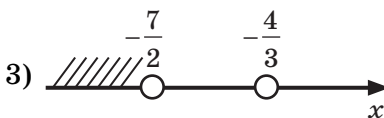
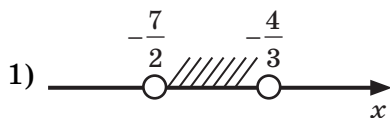
- 13** Найдите значение выражения $a - \frac{5a^2 - 3b}{5a}$ при $a = 3$, $b = 20$.

Ответ _____

- 14** Если шарик массой m абсолютно упруго ударяется о брусок массой M , закреплённый на пружине жёсткостью k кг/с² (н/м) и имеет перед соударением скорость v_0 , то максимальное сжатие пружины x находится по формуле $x = \frac{2mv_0}{m+M} \cdot \sqrt{\frac{M}{k}}$. Найдите жёсткость пружины, если $m = 0,6$ кг, $M = 1$ кг, $v_0 = 2$ м/с, а сжатие $x = 6$ см. Ответ укажите в н/м.

Ответ _____

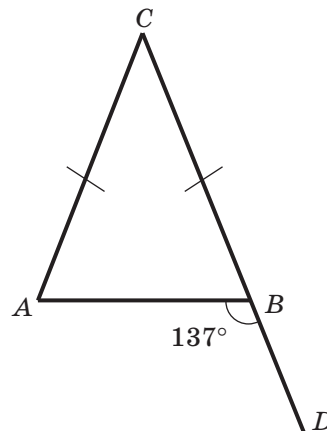
- 15** Укажите решение системы неравенств $\begin{cases} 2x + 7 < 0; \\ 3x + 4 < 0. \end{cases}$



Ответ

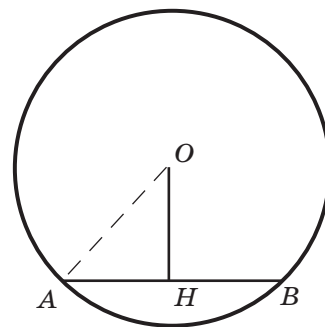
- 16** В равнобедренном треугольнике ABC , $AC = BC$, внешний угол ABD при вершине B треугольника равен 137° . Найдите величину угла CAB треугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ _____

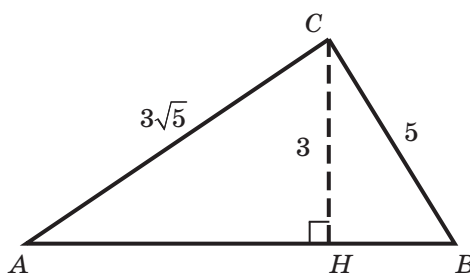


- 17 Найдите длину хорды AB окружности с центром в точке O , если радиус окружности равен 29, а расстояние от центра окружности до хорды равно 20.

Ответ _____

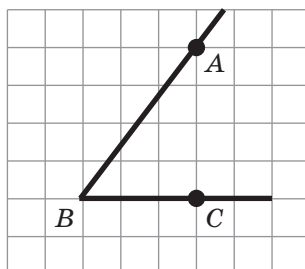


- 18 Найдите площадь треугольника ABC , изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 19 Найдите косинус острого угла, изображённого на рисунке.



Ответ _____

- 20 Дан треугольник ABC . Укажите верные утверждения.

- 1) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит внутри треугольника.
- 2) В любом треугольнике центр описанной окружности лежит вне треугольника.
- 3) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит внутри треугольника.
- 4) Существует треугольник, у которого центр описанной окружности лежит вне треугольника.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $x^4 = (4x + 5)^2$.

22 Из пункта A со скоростью 8 км/ч выехал велосипедист. Через 3 часа следом за ним со скоростью 24 км/ч выехал мотоциклист. Найдите время, через которое мотоциклист догонит велосипедиста. Ответ дайте в часах.

23 Постройте график функции $y = |x - 2| + |x + 1|$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции более одной общей точки.

24 Площадь равнобедренного прямоугольного треугольника равна 36. Найдите длину гипотенузы треугольника.

25 Окружности, радиусы которых равны r и R , касаются внутренним образом в точке A . Продолжение хорды AB меньшей окружности пересекает большую окружность в точке B_1 , а продолжение хорды AC меньшей окружности пересекает большую окружность в точке C_1 . Докажите, что четырёхугольник BB_1C_1C — трапеция.

26 В трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, биссектриса угла D перпендикулярна боковой стороне AB и пересекает её в точке F . Найдите отношение площади четырёхугольника $BCDF$ к площади треугольника AFD , если $AF:FB = 2:1$.



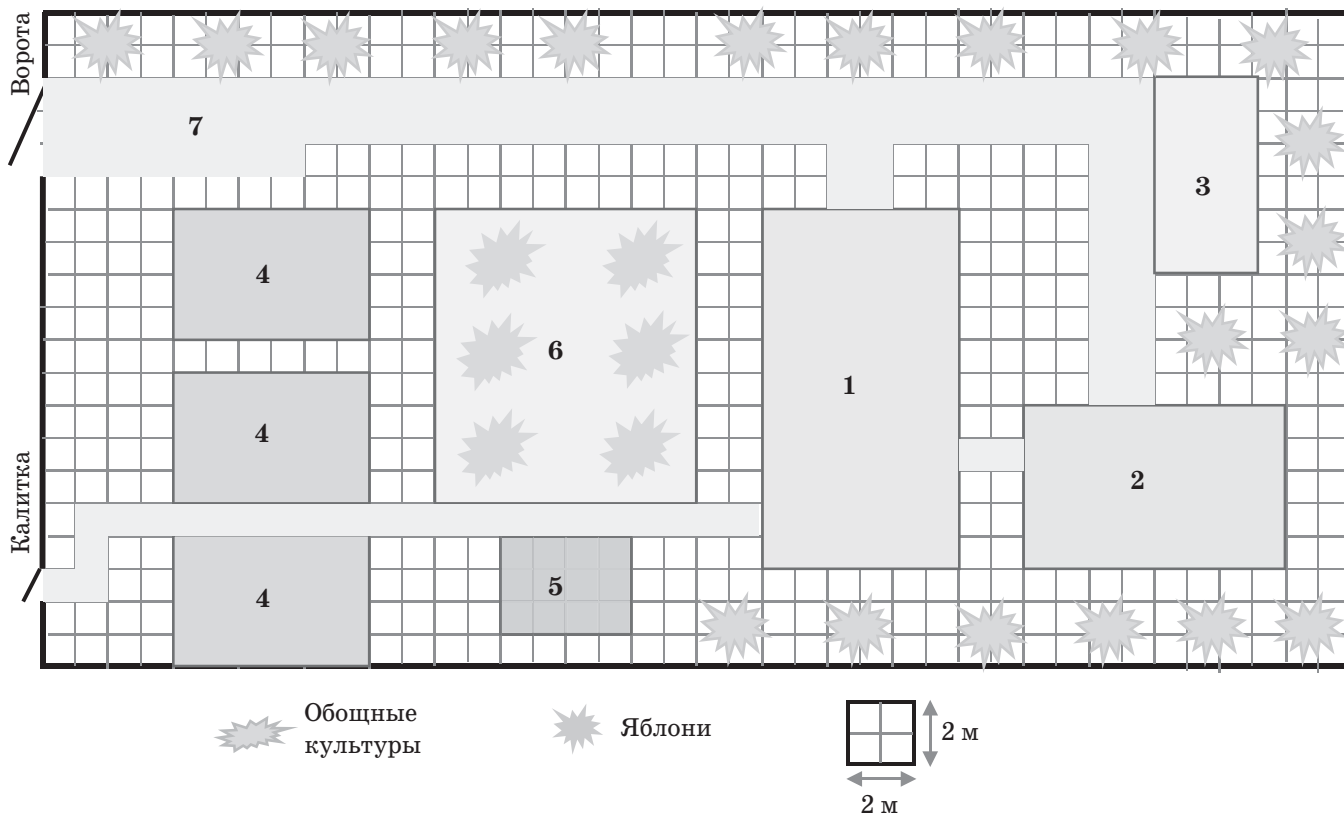
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. Дорога, покрытая плиткой, ведёт от ворот мимо главного двухэтажного дома к хозблоку и далее к гаражу. От дома отходят дорожки, ведущие к гаражу, расположенному справа, бане и въездной дороге. Участок обнесён забором, в котором сделаны ворота и задняя калитка. На участке находятся три одинаковые теплицы, а также отведено большое место для овощных культур, выращиваемых на свежем воздухе. Вдоль забора участка высажены фруктовые деревья и кустарники.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Хозблок	Гараж
Цифры				

Ответ _____

- 2 Найдите площадь дачного участка. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 3 Найдите длину дорожки, ведущей от ворот участка до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 4 Найдите площадь, которую занимают на участке теплицы. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец участков СНТ требуется перевезти груз сыпучих материалов массой 73 тонны. В распоряжении транспортной компании находятся машины 3 типов, характеристики которых представлены в таблице.

Тип машины	Грузоподъёмность, т	Стоимость рейса, руб.
1	2,5	1200
2	3	1800
3	5	2500

Какова будет наименьшая оплата перевозки груза, если известно, что машины загружаются полностью? Ответ дайте в рублях.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $\left(\frac{29}{35} - \frac{4}{7}\right) \cdot 0,147 : 0,03$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

- 1) $\sqrt{55}$ 2) $\sqrt{42}$ 3) $\sqrt{64}$ 4) $\sqrt{75}$

Ответ

8 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{9,1} \cdot \sqrt{14,3}}{\sqrt{0,77}}$.

Ответ _____

9 Решите уравнение $|x - 7| = 2$.

Если корней несколько, в ответе укажите больший корень.

Ответ _____

10 Найдите вероятность того, что наудачу выбранное число от 1 до 200 оканчивается на 7.

Ответ _____

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

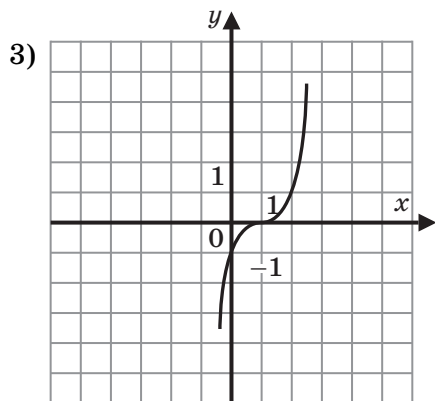
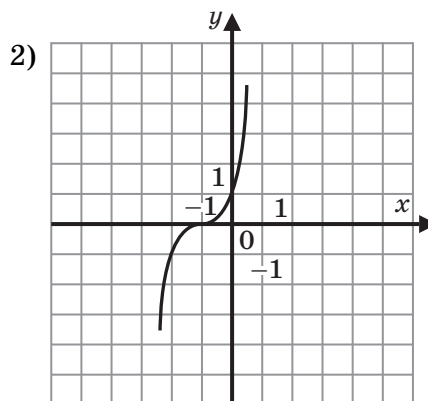
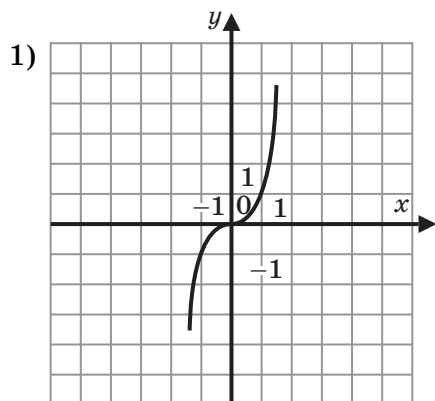
ФУНКЦИИ

A) $y = (x - 1)^3$

Б) $y = (x + 1)^3$

В) $y = x^3$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ

- 12** Девятиклассник Алексей, готовясь к экзамену по математике, начал решать задачи, причём каждый день количество задач увеличивалось на одно и то же число. Через неделю выяснилось, что общее количество решённых им задач больше 43, но меньше 50. Найдите количество задач, решённых Алексеем в четвёртый день.

Ответ _____

- 13** Найдите значение выражения $\frac{a^2 - 289b^2}{a + 17b}$, если $a = 18$, $b = 1$.

Ответ _____

- 14** Если на нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый блок, подвешены два груза неравной массы m_1 и m_2 ($m_2 > m_1$), то ускорение a_c центра масс системы находится по формуле $a_c = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right)^2 \cdot g$, где $g = 10$ м/с² — ускорение свободного падения.

Найдите массу меньшего груза, если масса большего груза равна 3 кг, а ускорение системы грузов — 0,4 м/с². Ответ дайте в килограммах.

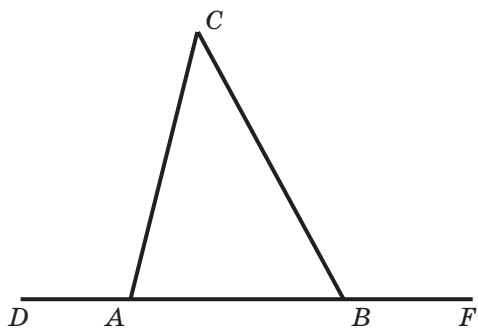
Ответ _____

- 15** Решите систему неравенств $\begin{cases} 8x + 25 > 0; \\ 5x - 8 < 0. \end{cases}$

В ответе запишите сумму целых решений системы.

Ответ

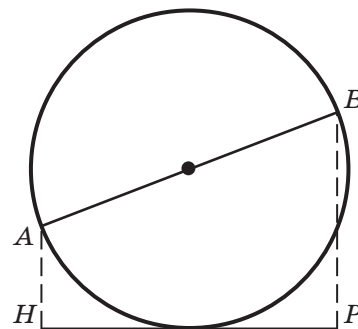
- 16** Сумма внешних углов CAD и CBF треугольника ABC равна 236° . Найдите величину угла ACB . Ответ дайте в градусах.



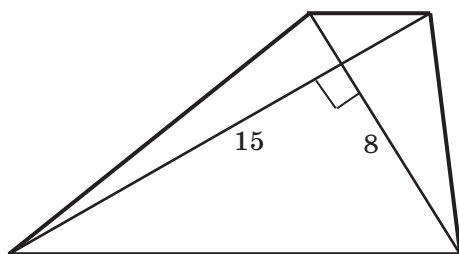
Ответ _____

- 17** Концы диаметра AB удалены от касательной HP на расстояния $AH = 1,6$, $BP = 2,4$. Найдите длину диаметра AB .

Ответ _____



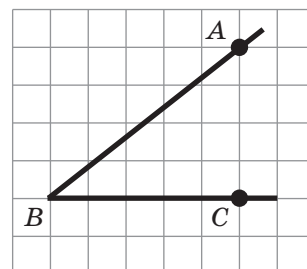
- 18** Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке, длины диагоналей которой заданы.



Ответ _____

- 19** Найдите значение выражения $\sqrt{41}(\sin B \cos B)$, где B — острый угол, изображённый на рисунке.

Ответ _____



- 20** Дан четырёхугольник $ABCD$. Укажите верные утверждения.

- 1) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
- 2) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle C = 180^\circ$, можно описать окружность.
- 3) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle B = 180^\circ$, можно описать окружность.
- 4) Вокруг любого четырёхугольника $ABCD$, такого, что $\angle A + \angle D = 180^\circ$, можно описать окружность.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ _____



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите уравнение $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) - 24 = 0$.

22 Катер прошёл против течения реки 16 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на $\frac{1}{3}$ часа меньше, чем против течения. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 2 км/ч.

23 Постройте график функции $y = (x - 3) \cdot |x - 1|$.

Определите, при каких значениях параметра c прямая, заданная уравнением $y = c$, имеет с графиком функции более одной общей точки.

24 В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 14$, $BC = 6$ и боковой стороной $AB = 6$ проведена диагональ AC . В каждый из треугольников ADC и ACB вписаны окружности. Найдите расстояние между точками касания окружностей и диагональю AC .

25 Докажите, что сумма длин перпендикуляров, проведённых из произвольной точки M , лежащей на стороне прямоугольника $ABCD$, к его диагоналям, не зависит от положения точки M .

26 Площадь равнобедренной трапеции, в которую можно вписать окружность, равна 144,5. Острый угол при основании трапеции равен 30° . Найдите радиус окружности.



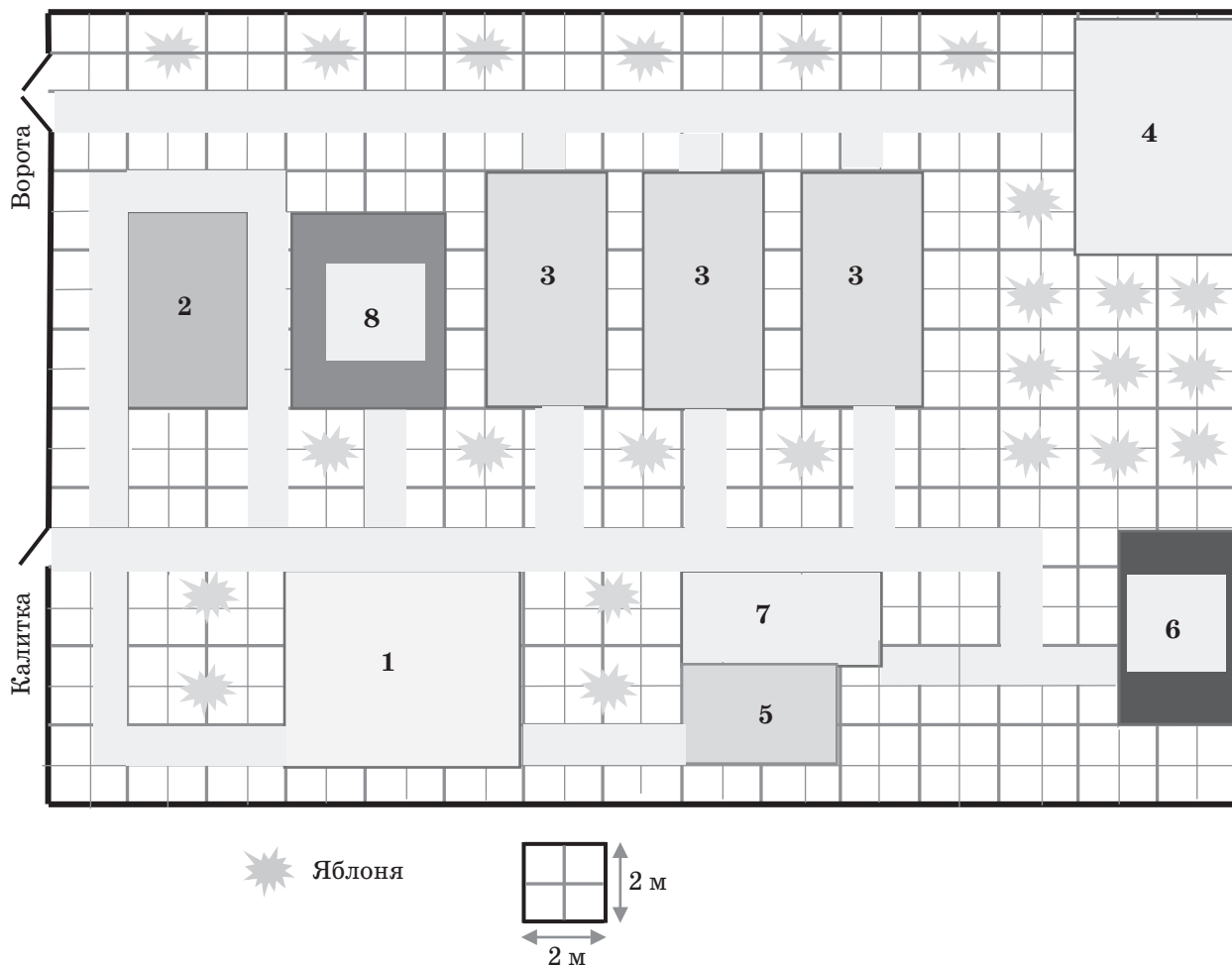
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ВАРИАНТ 3

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план дачного участка, расположенного в одном из садоводческих товариществ Московской области. На участке разбит яблоневый сад. От калитки к хозблоку ведёт дорожка, проходящая мимо главного двухэтажного дома, далее — мимо зоны барбекю, за которой расположена беседка.

От ворот для въезда на участок также выложена дорожка, последовательно проходящая мимо бани, бассейна, трёх теплиц и ведущая к тенту для автомобиля.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	Жилой дом	Баня	Теплицы	Хозблок
Цифры				

Ответ _____

- 2 Определите объём бассейна на участке, если его высота равна 1,2 м. Ответ дайте в кубических метрах.

Ответ _____

- 3 Используя масштаб, заданный на рисунке, укажите площадь дачного участка. Ответ дайте в гектарах (1 га = 100 м · 100 м).

Ответ _____

- 4 Укажите расстояние, которое нужно пройти по дорожке от калитки до хозблока. Ответ дайте в метрах.

Ответ _____

- 5 Владелец хочет обнести участок забором из специального профнастила, причём внешнюю сторону забора, кроме калитки и ворот, выполнить из профнастила сорта премиум, а другие стороны — из профнастила сорта стандарт. Калитку и ворота хозяин участка хочет сделать деревянными. При этом фирма, устанавливающая забор, предоставляет скидку на стоимость профнастила. Используя данные, приведённые в таблице, рассчитайте стоимость забора.

Вид материала	Стоимость погонного метра забора, руб.	Скидка, % от общей цены материала
Профнастил премиум	1340	5
Профнастил стандарт	1062	10
Дерево премиум	1542	нет

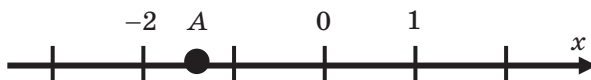
Ответ дайте в рублях.

Ответ _____

- 6 Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{18} + \frac{4}{9}\right) \cdot 0,009 : 2,6$.

Ответ _____

- 7 На координатной прямой отмечена точка A.



Известно, что она соответствует одному из четырёх указанных ниже чисел. Какому из чисел соответствует точка A?

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Инструкция	4
Вариант 1	5
Вариант 2	11
Вариант 3	17
Вариант 4	23
Вариант 5	28
Вариант 6	34
Вариант 7	39
Вариант 8	45
Вариант 9	50
Вариант 10	56
Решения заданий варианта 1	62
Решения заданий варианта 2	71
Решения заданий варианта 3	80
Решения заданий варианта 4	90
Решения заданий варианта 5	99
Решения заданий варианта 6	109
Решения заданий варианта 7	118
Решения заданий варианта 8	128
Решения заданий варианта 9	138
Решения заданий варианта 10	148
Ответы	158