

Маркус дю Сотой



Путешествие
к рубежам знаний

Захватывающая книга. Маркус обладает редким умением излагать сложный материал предельно понятно и увлекательно.

Билл Брайсон

Маркус дю Сотой

**О том, чего мы не можем знать.
Путешествие к рубежам знаний**

«Азбука-Аттикус»

2016

УДК 501
ББК 22.3

дю Сотой М.

О том, чего мы не можем знать. Путешествие к рубежам
знаний / М. дю Сотой — «Азбука-Аттикус», 2016

ISBN 978-5-389-12646-6

«Хотя эта книга посвящена тому, чего мы знать не можем, также очень важно понять, что мы знаем. В этом путешествии к пределам знаний мы пройдем через области, уже нанесенные учеными на карты, до самых пределов последних на сегодняшний день достижений науки. В пути мы будем задерживаться, чтобы рассмотреть те моменты, когда ученые считали, что зашли в тупик и дальнейшее продвижение вперед невозможно, но следующее поколение исследователей находило иные пути. Это позволит нам по-новому взглянуть на то, что мы сегодня можем считать непознаваемым. Я надеюсь, что к концу нашего путешествия эта книга станет всеобъемлющим обзором не только того, чего мы не можем узнать, но и того, что мы уже знаем».

УДК 501
ББК 22.3

ISBN 978-5-389-12646-6

© дю Сотой М., 2016
© Азбука-Аттикус, 2016

Содержание

Рубеж нулевой: известное неизвестное	7
То, что мы знаем	9
Профессор всех наук	10
То, чего мы не знаем	12
То, чего мы не узнаем никогда	14
Запредельность	17
Рубеж первый: игральная кость	19
1	19
Познать волю богов	20
Поиск чисел в костях	21
Прерванная игра	22
Пари паскаля	24
Математика природы	25
Математические фотографии	26
Правила игры	28
Ньютонова «теория всего»	29
Судьба Солнечной системы	31
Маленькая ошибка и ее большие последствия	33
2	35
Дьявол после запятой	36
Месть кузнечика	37
Осознание невозможности познания	39
Политика хаоса	41
Человеческое уравнение	43
Жизнь – случайный бросок кости?	44
Откуда мы произошли?	45
Фрактальное дерево жизни	47
Бабочка по имени Меркурий	48
Бесконечная сложность	50
Знай свою кость	52
Играет ли Бог в кости?	54
На грани хаоса	55
Рубеж второй: Виолончель	57
3	57
Увеличение картинки	57
Музыка сфер	58
Числа на грани	60
Иррациональный восторг	62
Гармония маленьких сфер	64
Атомная алгебра	65
Рецепт приготовления игровой кости	67
Пылевой пинг-понг	68
Разборка атома	71
Следующий уровень	73
Баллистика и папиросная бумага	74
4	76

Зверинец частиц	76
План зоопарка частиц	78
Красота должна быть странной	80
Симметричное просветление	81
Конец ознакомительного фрагмента.	84

Маркус Сотой

О том, чего мы не можем знать.

Путешествие к рубежам знаний

Marcus du Sautoy

WHAT WE CANNOT KNOW

Explorations at the Edge of Knowledge

Copyright © Marcus du Sautoy, 2016

© Прокофьев Д. А., перевод на русский язык, 2016

*Моим родителям, которые отправили меня в путешествие к
рубежам знаний*

Рубеж нулевой: известное неизвестное

Все люди от природы стремятся к знанию.
Аристотель. Метафизика¹

Наука царит над миром.

Каждую неделю заголовки новостей сообщают о новых прорывах в нашем понимании Вселенной, новых технологиях, преобразующих наш мир, новых успехах медицины, обещающих продлить нашу жизнь. Наука позволяет нам беспрецедентно глубоко проникать в суть некоторых из тех великих вопросов, которые стояли перед человечеством с тех самых пор, как мы смогли их сформулировать. Откуда мы произошли? Какая судьба ожидает Вселенную? Из чего построен физический мир? Как скопление клеток обрело сознание?

Только за последние десять лет мы посадили космический корабль на комету, разработали роботов, способных создать собственный язык, научились восстанавливать поджелудочную железу больных диабетом при помощи стволовых клеток, узнали, как управлять манипулятором робота одной лишь силой мысли, секвенировали ДНК пещерной девочки, жившей 50 000 лет назад. Научные журналы переполнены отчетами о новейших достижениях, поступающими из лабораторий всего мира. Мы знаем так много. Успехи науки опьяняют.

Наука дала нам наилучшее оружие в борьбе с фатумом. Вместо пассивного подчинения губительному действию болезней и стихийных бедствий она создала вакцины, позволяющие бороться со смертельными вирусами полиомиелита и даже лихорадкой Эбола. Именно научный прогресс в условиях стремительного роста мирового населения позволяет надеяться, что нам удастся прокормить те 9,6 миллиарда человек, которые, как ожидается, будут жить на Земле в 2050 г. Именно наука предупреждает нас о том губительном воздействии, которое мы оказываем на окружающую среду, и дает нам шанс, пока не поздно, исправить это положение. Возможно, падение астероида и уничтожило в свое время динозавров, но наука, которую создал человек, – наша лучшая защита от любых прямых попаданий в будущем. Наука – лучший союзник рода человеческого в его непрерывной битве со смертью.

Наука царит не только там, где дело касается борьбы за выживание, но и там, где речь идет о повышении качества жизни. Мы можем общаться с друзьями и родными, находящимися на огромном расстоянии. Мы располагаем небывалыми возможностями доступа к собранию знаний, накопленным многими поколениями исследователей. Мы создаем виртуальные миры, в которые можем выбираться в свободное время. Одним нажатием кнопки мы можем заставить звучать в своей гостиной великие исполнения Моцарта, Майлза Дэвиса и «Металлики».

Это стремление к знанию запрограммировано в душе человека. Выжили, приспособились, преобразовали окружающую среду те древние люди, которые испытывали жажду знаний. Те, для кого она не была движущей силой, остались позади. Эволюция благоприятствует разуму, который хочет узнать, как устроена Вселенная. Выброс адреналина, сопровождающий открытие нового знания, – это знак, которым природа дает нам понять, что стремление к знанию не менее важно, чем стремление к воспроизводству. Как сказал Аристотель в первой строке своей «Метафизики», понимание устройства мира есть одна из основных потребностей человека.

Наука быстро заманила меня в свои объятия, еще когда я учился в школе. Я влюбился в ее необычайную мощь, позволяющую ей так много рассказать нам о мире. Фантастиче-

¹ Перевод А. В. Кубицкого.

ские истории, которые рассказывали нам учителя-естественники, были еще затейливее, чем художественная литература, которую я читал дома. Все больше подпадая под очарование науки, я поглощал ее во всех доступных мне видах.

Я уговорил родителей подписать меня на журнал *New Scientist*. Я заглатывал в местной библиотеке номера *Scientific American*. Каждую неделю я узурпировал телевизор, чтобы посмотреть очередные выпуски моих любимых научно-популярных передач, *Horizon* и *Tomorrow's World*. Я был заворожен программами *Ascent of Man* Джейкоба Броновски, *Cosmos* Карла Сагана, *Body in Question* Джонатана Миллера. Рождественские лекции Королевского института добавляли солидную порцию науки к каждой рождественской индейке в нашей семье. Я находил под елкой книги Гамова и Фейнмана. Это было головокружительное время, когда каждая неделя приносила сообщения о новых достижениях.

Читая все эти истории об открытии того, что мы знаем, я постепенно начал все больше интересоваться историями, еще не рассказанными. То, что мы уже знаем, принадлежит прошлому, а то, что нам еще неизвестно, относится к будущему – моему будущему. Я был одержим книгой головоломок математика Мартина Гарднера, которую дал мне мой учитель математики. Эмоциональное напряжение борьбы с задачами и внезапные всплески эйфории от решения каждой следующей головоломки подсадили меня на наркотик открытий. Эти головоломки подготовили меня к более серьезным задачам, к решению вопросов, на которые в конце книги не было ответов. Именно вопросы, не имеющие ответов, нераскрытые математические тайны и нерешенные научные головоломки стали впоследствии источником энергии для моей жизни в науке.

То, что мы знаем

Вспоминая 1970-е, когда я ходил в школу, и сравнивая то, что мы знали тогда, с тем, что мы знаем сейчас, я поражаюсь, сколь многое мы поняли о Вселенной всего за полвека моей жизни. Технологии настолько расширили наше восприятие, что мы можем видеть вещи, которые даже не входили в круг понятий тех ученых, которые так восхищали меня в детстве.

Телескопы нового поколения открыли в ночном небе похожие на Землю планеты, на которых может существовать разумная жизнь. Они выявили тот поразительный факт, что через три четверти времени существования нашей Вселенной ее расширение начало ускоряться. Я, помнится, читал в детстве, что в будущем нас ожидает «Большое сжатие», но теперь дело выглядит так, что нам уготована совершенно другая участь.

Коллайдеры элементарных частиц, такие как Большой адронный коллайдер в ЦЕРН (Европейской организации ядерных исследований, расположенной в Швейцарии), позволили нам проникнуть во внутренние механизмы самой материи и обнаружить новые частицы, например топ-кварк, открытый в 1994 г., или бозон Хиггса, открытый в 2012-м. Когда я школьником читал журнал *New Scientist*, эти частицы еще принадлежали к области гипотетической математики.

А в начале 1990-х появились аппараты функциональной МРТ, позволившие заглянуть внутрь мозга и открыть там такие вещи, которые в 70-х, честно говоря, даже не считались входящими в компетенцию ученых. Тогда мозг был заповедной территорией философов и богословов, а теперь техника может показать, когда вы думаете об актрисе Дженнифер Энистон, или предсказать, что вы сейчас сделаете, еще до того, как вы сами об этом узнаете.

Развитие биологии было взрывообразным. В 2003 г. было объявлено, что ученые расшифровали одну полную последовательность человеческой ДНК, состоящую из трех миллиардов букв генетического кода. В 2011 г. была опубликована полная нейронная сеть нематоды *C. elegans*, дающая исчерпывающую картину связей между 302 нейронами этого червя.

Химики также осваивали новые территории. В 1985 г. была открыта совершенно новая форма углерода, в которой атомы соединены в подобие футбольного мяча, а в 2003 г. химики снова удивили нас, создав первые образцы графена и продемонстрировав, как углерод может образовывать гексагональные решетки толщиной в один атом.

В течение моей жизни были наконец решены и некоторые из величайших загадок математики – той области, которой я в конце концов посвятил себя. Задачи, подобные Великой теореме Ферма и гипотезе Пуанкаре, приводили в замешательство многие поколения математиков. Новые математические методы и идеи открыли ранее скрытые пути для странствий по миру математики.

Даже уследить за всеми этими достижениями – не говоря уже о том, чтобы внести в них свой собственный вклад, – стало непростой задачей.

Профессор всех наук

Несколько лет назад я получил новую должность в дополнение к моей работе профессора математики в Оксфордском университете. Ее название меня часто смешит: «профессор популяризации науки»². По-видимому, считается, что человек, занимающий эту должность, должен знать все. Мне звонят, рассчитывая, что я могу ответить на любые вопросы, касающиеся науки. Вскоре после того, как я занял эту должность, было объявлено о присуждении Нобелевской премии по медицине и биологии. Мне позвонил один журналист, который надеялся, что ему объяснят то достижение, за которое была присуждена эта премия, – открытие теломеров.

Я никогда не был особенно силен в биологии, но в тот момент я сидел за компьютером. Признаться в своем невежестве было неудобно, так что я открыл Википедию и, быстро просмотрев статью, посвященную теломерам, авторитетно объяснил, что это участки генетического кода, расположенные на концах наших хромосом, которые управляют, в частности, старением. Технология, которая имеется сейчас у нас под рукой, усилила ощущение нашей способности знать все что угодно. Стоит мне всего лишь вбить вопрос в окно поисковой программы, и машине, как кажется, удастся предсказать, что именно я хочу узнать, и выдать список тех мест, в которых можно найти ответ, еще до того, как я закончу набирать свой вопрос.

Но понимание не сводится к перечню фактов. Может ли какой бы то ни было ученый знать все? Знать, как решать нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных? Знать, как группа $SU(3)$ определяет связи между фундаментальными частицами? Знать, как космическая инфляция порождает состояние Вселенной? Как решать уравнения общей теории относительности Эйнштейна или волновое уравнение Шредингера? Как нейроны и синапсы порождают мысли? Возможно, последними учеными, знавшими все, что было известно, были Ньютон, Лейбниц и Галилей.

Должен признаться, что юношеская самонадеянность вселяла в меня веру в способность понять все, что известно человеку. Если чей-то человеческий мозг смог найти путь к новому знанию, значит, раз это доказательство работает в чьем-то мозгу, оно должно работать и в моем. Если у меня будет достаточно времени, думал я, я смогу разгадать тайны математики и Вселенной или, по крайней мере, разобраться в нынешнем положении вещей. Но теперь я испытываю все большие сомнения в этой вере, все больше беспокоюсь, что некоторые вещи так и останутся за пределами моего понимания. Моему мозгу часто бывает трудно разобраться в уже известной нам науке. На то, чтобы узнать все, просто не хватает времени.

Даже мои собственные исследования в математике уже, кажется, доходят до предела того, что способен понять мой человеческий мозг. Более десяти лет я работаю над одной гипотезой, которая упорно сопротивляется моим попыткам доказать ее. Но моя новая роль профессора популяризации науки заставляет меня выходить из привычной области математики в дебри запутанных концепций нейробиологии, ускользающих идей философии, шатких теорий физики. Она требует иного образа мыслей, чуждого моему математическому способу мышления, работающему с несомненными фактами, доказательствами и точностью. Мои попытки понять все, что считается сейчас относящимся к научному знанию, подвергают серьезному испытанию границы моих собственных способностей к пониманию.

² Профессор популяризации науки (Simonyi Professor for Popular Understanding of Science) – должность, учрежденная в 1985 г. на средства программиста и предпринимателя Чарльза Симони. – *Здесь и далее, если не указано иное, прим. перев.*

Чтобы обрести знание, мы неизбежно должны «стоять на плечах гигантов», если использовать знаменитое выражение, которым Ньютон объяснял собственные открытия³. Поэтому мое путешествие к пределам знания включает в себя чтение того, что сказано другими о современном состоянии знания, посещение лекций и семинаров специалистов в тех областях, в которых я пытаюсь разобраться, общение с теми, кто открывает новые горизонты, критическое рассмотрение противоречивых историй, знакомство с опубликованными в научных журналах свидетельствами и данными в поддержку той или иной теории и даже, время от времени, поиск каких-нибудь понятий в Википедии. Хотя мы и учим своих студентов подвергать сомнению любую информацию, которую выдает поиск в Google, исследования показывают, что статьи Википедии по темам, относящимся к менее спорной части научного спектра, – например по общей теории относительности, – считаются сравнимыми по качеству с публикациями в научной литературе. Однако стоит выбрать более спорную тему – например изменения климата, – и содержание статьи может меняться изо дня в день.

Отсюда возникает вопрос: насколько можно верить хоть каким-нибудь из этих историй? Одно то, что научное сообщество считает некое объяснение лучшим на данный момент, не значит, что оно истинно. История снова и снова дает нам примеры обратного, и они должны служить вечным напоминанием о том, что существующее научное знание никогда не окончательно. Возможно, математика несколько отличается в этом отношении, как будет обсуждаться в двух последних главах этой книги. Но следует отметить, что, даже когда я разрабатываю новую математику, я часто ссылаюсь на результаты других математиков, чьи доказательства я сам не проверял. Иначе мне приходилось бы бежать со всех ног, чтобы только остаться на том же месте.

И главная задача, стоящая перед каждым ученым, состоит в том, чтобы не оставаться в надежном саду известного, но отважиться выйти из него в дебри неизвестного. Именно этой задаче и посвящена книга.

³ Эта формулировка, часто приписываемая Ньютону, существовала задолго до него – она встречается уже у Бернара Шартрского, французского философа XI–XII вв.

То, чего мы не знаем

Несмотря на все успехи, достигнутые наукой за последние столетия, многие глубокие тайны все еще остаются нераскрытыми. То, чего мы не знаем, разрастается быстрее, чем список наших открытий. Известное неизвестное обгоняет известное известное. Но именно это неизвестное движет науку вперед. Ученых больше интересует то, чего они не понимают, чем пересказ уже известного. Наука остается живой и развивающейся именно благодаря тем вопросам, на которые у нас нет ответов.

Например, материя, составляющая тот физический мир, с которым мы взаимодействуем, по-видимому, составляет лишь 4,9 % всего вещества, содержащегося в нашей Вселенной. Из чего же состоят оставшиеся 95,1 % так называемой темной материи и темной энергии? Если расширение нашей Вселенной ускоряется, откуда берется вся та энергия, за счет которой происходит это ускорение?

Бесконечна ли наша Вселенная? Существует ли бесконечное число других бесконечных вселенных, параллельных нашей? Если они существуют, отличаются ли их физические законы от наших? Существовали ли эти другие вселенные до того, как возникла наша в результате Большого взрыва? Существовало ли время до Большого взрыва? Вообще, существует ли время как таковое, или оно появляется как следствие более фундаментальных концепций?

Почему в дополнение к одному семейству элементарных частиц существуют еще две почти точные копии этого семейства, но с большей массой, так называемые три поколения элементарных частиц? Существуют ли другие частицы, которые мы еще не открыли? Являются ли элементарные частицы на самом деле тончайшими струнами, вибрирующими в 11-мерном пространстве?⁴

Как объединить общую теорию относительности Эйнштейна, физику предельно большого, с квантовой физикой, физикой предельно малого? Тут речь идет о поисках так называемой квантовой гравитации, абсолютно необходимой для понимания момента Большого взрыва, в который вся Вселенная была сжата до квантовых масштабов.

А как насчет нашего понимания человеческого тела, по сравнению со сложностью которого квантовая физика – просто школьная задачка? Мы все еще пытаемся разобраться со сложным взаимодействием между экспрессией генов и окружающей средой. Сможем ли мы найти лекарство от рака? Возможно ли победить старение? Родился ли уже человек, который сможет дожить до тысячи лет?

А происхождение человека? Если эволюция – это процесс случайных мутаций, то мог ли другой бросок игральных костей эволюции также привести к возникновению организмов, имеющих глаза? Если перемотать эволюцию назад и нажать на кнопку «пуск», получим ли мы разумную жизнь – или же мы появились в результате удачного броска костей? Существует ли разумная жизнь в других точках Вселенной? А технологии, которые мы создаем? Сможет ли компьютер стать разумным? Смогу ли я когда-нибудь скопировать свое сознание и пережить смерть собственного тела?

Математика тоже еще далека от завершения. В противоположность распространенному мнению Великая, или «последняя», теорема Ферма вовсе не была последней теоремой. Математика изобилует неизвестным. Существует ли в распределении простых чисел структура, или же они разбросаны случайным образом? Сможем ли мы решить математиче-

⁴ В теории суперструн выделена размерность $D = 10$ пространства-времени. Говоря о $D = 11$, автор, по-видимому, подразумевает М-теорию. – *Прим. науч. ред.*

ские уравнения турбулентности? Найдём ли когда-нибудь эффективный способ разложения больших чисел на множители?

Несмотря на то что столь многое ещё остается неизвестным, ученые верят, что на эти вопросы когда-нибудь будут получены ответы. Последние десятилетия позволяют полагать, что мы живем в золотом веке науки. Кажется, что скорость возникновения научных открытий возрастает экспоненциально. В 2014 г. журнал *Nature* сообщил, что начиная с конца Второй мировой войны число опубликованных научных статей удваивалось каждые девять лет. Компьютеры также развиваются с экспоненциальной скоростью. Законом Мура называется наблюдение, согласно которому производительность компьютерных процессоров, по-видимому, удваивается каждые два года⁵. Инженер Рэй Курцвейл полагает, что то же справедливо и для технологического прогресса: уровень изменения технологий в течение следующих ста лет будет сравним с тем, что человечество испытало за последние 20 000 лет.

И все же, может ли скорость совершения научных открытий оставаться экспоненциальной? Курцвейл говорит о «сингулярности» – моменте, в который сложность наших технологий превзойдет возможности человеческого разума. Обречен ли научный прогресс на достижение такой же сингулярности? Того момента, в который мы будем знать все. Конечно, на каком-то этапе мы действительно можем открыть основополагающие уравнения, объясняющие, как устроена Вселенная. Мы получим окончательный список частиц, составляющих структурные элементы физического мира, и поймем, как они взаимодействуют друг с другом. Некоторые ученые полагают, что на нынешней скорости научный прогресс может привести к созданию «теории всего». Для нее даже придумали обозначение – *ToE*⁶.

Хокинг заявил в «Краткой истории времени»: «Я уверен, что сейчас есть основания для осторожного оптимизма: мы, пожалуй, близки к завершению поисков окончательных законов природы» – и закончил свою книгу следующим провокационным утверждением: «Тогда нам станет понятен замысел Бога»⁷.

Возможно ли это? Возможно ли знать все? Хотим ли мы все знать? Если это случится, наука окостенеет. Ученые находятся в странных, шизофренических отношениях с неизвестным. Казалось бы, нас интересует и восхищает именно то, чего мы не знаем; и в то же время мерой успеха ученого являются решения и познание, то есть превращение неизвестного в известное.

Могут ли существовать задачи, которые никогда не будут решены? Есть ли пределы тому, что мы можем узнать о нашем физическом мире? Могут ли какие-нибудь участки будущего быть недоступны для предсказательной силы естественных наук и математики? Совершенно ли недоступно для нас время, предшествовавшее Большому взрыву? Существуют ли идеи, слишком сложные для осмысления конечным человеческим мозгом? Может ли мозг познать самого себя, или такой анализ входит в бесконечный замкнутый круг, из которого нет выхода? Существуют ли математические гипотезы, справедливость которых невозможно доказать?

⁵ Строго говоря, Гордон Мур утверждал, что число транзисторов в интегральной схеме микропроцессора удваивается каждые два года. Удвоение производительности микропроцессоров (зависящее не только от числа транзисторов, но и от их быстродействия, также растущего) раз в полтора года предсказал коллега Мура по компании Intel Дэвид Хаус.

⁶ От *англ.* «Theory of Everything».

⁷ Хокинг С. Краткая история времени: от Большого взрыва до черных дыр / Пер. с *англ.* Н. Я. Смородиной. СПб.: Амфора, 2001.

То, чего мы не узнаем никогда

Что, если в науке существуют такие вопросы, на которые невозможно найти ответ? Сама мысль о возможности существования таких вопросов кажется пораженческой, даже опасной. Незнание служит движущей силой науки, но непознаваемое – ее смертельный враг. Как полноценный представитель научного сообщества я надеюсь, что в конце концов мы все-таки сможем ответить на еще не разрешенные главные вопросы. Поэтому мне важно знать, достигнет ли экспедиция, в которой я принимаю участие, пределов, которые мы не сможем преодолеть. Вопросов, которые никогда не будут разрешены.

Именно эту задачу я ставил перед собой в этой книге. Я хочу узнать, существует ли то, чего мы никогда не сможем узнать по причине самой его природы. Существует ли что-либо, что навсегда останется за пределами наших знаний? Есть ли что-нибудь такое, что так и останется недостижимым даже для величайших ученых, несмотря на сокрушительные успехи науки? Останутся ли тайны, так и не поддавшиеся нашим попыткам приподнять завесы, которые не дают нам рассмотреть Вселенную?

Разумеется, пытаться сформулировать «то, чего мы знать не можем» – дело крайне рискованное в любой момент истории. Как можно предугадать, какие новые открытия внезапно превратят неизвестное в познаваемое? В частности, поэтому имеет смысл изучать историю познания того, что мы уже знаем, так как она показывает, как часто мы думали, что уже дошли до последнего предела, – и находили пути, ведущие за него.

Например, в 1835 г. французский философ Огюст Конт заявил о звездах следующее: «Мы никогда не сможем исследовать каким бы то ни было методом их химический состав или минералогическое строение»⁸. Это утверждение было совершенно справедливым, поскольку получение такого знания казалось возможным только в случае нашего путешествия к звездам. Однако Конт не учел, что сами звезды могут добраться до нас или что из фотонов испускаемого ими света можно получить по меньшей мере информацию об их химическом составе.

Через несколько десятилетий после пророчества Конта ученые определили химический состав нашей собственной звезды, Солнца, проанализировав спектр испускаемого ею света. Британский астроном XIX в. Уоррен де ля Рю провозгласил: «Даже если бы мы отправились на Солнце, привезли его частицы и проанализировали их в своих лабораториях, мы и тогда не смогли бы изучить их точнее, чем при помощи этого нового способа спектрального анализа».

Затем ученые определили химический состав звезд, до которых мы, вероятно, никогда не сможем добраться. По мере того как наука XIX в. продолжала давать нам все большее понимание тайн Вселенной, стало возникать ощущение того, что мы можем наконец получить полную картину мира.

В 1900 г. лорд Кельвин, величайший, по мнению многих, ученый своего времени, полагал, что такой момент наступил. Он заявил на заседании Британской научной ассоциации⁹: «В физике больше нет места для новых открытий. Нам остается только все более и более увеличивать точность измерений»¹⁰. С ним был согласен американский физик Альберт Абрахам Майкельсон. Он также считал, что будущее науки состоит в простом добавлении очередных

⁸ Здесь и далее, если не оговорено иное, перевод цитат выполнен Д. Прокофьевым.

⁹ British Science Association, называвшаяся до 2009 г. British Association for the Advancement of Sciences (Британская ассоциация содействия развитию наук).

¹⁰ Источник этой цитаты установить трудно, зато точно известно, что в том же 1900 г. Кельвин прочитал в Королевском институте лекцию, в которой говорил о двух крупных нерешенных проблемах физики: отсутствии свидетельств существования мирового эфира в опыте Майкельсона – Морли и тепловом излучении абсолютно черного тела.

знаков после запятой к уже полученным результатам: «Все наиболее важные фундаментальные законы и факты физической науки уже открыты [...] открытия будущего нам следует искать в шестом знаке после запятой».

Пять лет спустя Эйнштейн провозгласил свою необычайную новую концепцию времени и пространства, а вскоре после этого появились откровения квантовой физики. Представления Кельвина и Майкельсона о масштабах новой физики, которую еще предстояло открыть, не могли быть дальше от истины.

Я хочу выяснить, существуют ли такие задачи, решение которых заведомо останется невозможным, несмотря на любые новые открытия. Возможно, их нет. Я как ученый хотел бы на это надеяться. Одна из опасностей рассмотрения неразрешимых в данный момент задач заключается в слишком быстром примирении с их непознаваемостью. Но если неразрешимые вопросы существуют, какова их роль? Можно ли выбрать любой из возможных ответов, не заботясь о том, какой именно из них мы выбрали?

Рассуждения об известном неизвестном не относятся исключительно к миру науки. Вот, например, знаменитое заявление американского политика Дональда Рамсфелда, заведшее его в область философии познания:

Есть известное известное – то, о чем мы знаем, что знаем. Мы также знаем, что есть известное неизвестное – то есть мы знаем, что существует что-то, чего мы не знаем. Но существует и неизвестное неизвестное, то, о чем мы не знаем, что не знаем.

За этот запутанный ответ на вопрос об отсутствии доказательств связи правительства Ирака с оружием массового поражения, заданный на брифинге в Министерстве обороны, Рамсфелду основательно досталось. Журналисты и блогеры резвились вовсю, и дело кончилось тем, что Кампания за чистоту английского языка присудила ему премию «Foot in Mouth»¹¹. Тем не менее в заявлении Рамсфелда содержалось очень лаконичное определение разных типов знания. Возможно, он упустил из виду лишь одну интересную категорию – неизвестное известное. То, о чем мы знаем, но не решаемся в этом признаться. Как утверждает философ Славой Жижек, именно такие вещи наиболее опасны, особенно в руках людей, наделенных политической властью. Они относятся к области заблуждений. Подавленных мыслей. Фрейдистского бессознательного.

Я был бы рад рассказать вам о неизвестном неизвестном, но тогда оно было бы известным! Нассим Талеб, автор книги «Черный лебедь»¹², считает, что именно его появление вызывает самые значительные изменения в обществе. Для Кельвина таким неизвестным неизвестным, которое он был не в состоянии вообразить, стали теория относительности и квантовая физика. Поэтому в этой книге я могу в лучшем случае попытаться сформулировать известное неизвестное и спросить, останется ли оно навечно неизвестным. Существуют ли вопросы, ответы на которые не могут быть получены по самой их природе, независимо от развития нашего знания?

Я называю такое неизвестное *рубежами*. Они символизируют ту линию, за которую мы не можем заглянуть. Мое путешествие к «рубежам» знания для определения известного неизвестного пройдет через территорию известного известного, чтобы показать, как мы продвигались за пределы того, что ранее казалось нам пределами знания. Это путешествие также станет испытанием моих собственных способностей к познанию, поскольку знание даже известного становится все более трудной задачей для ученого.

¹¹ Буквально «нога во рту» – метафора необдуманного, бессмысленного высказывания.

¹² Талеб Н. Н. Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости / Пер. с англ. В. Сонькина и др. 2-е изд., доп. М.: Колибри, 2014.

Хотя эта книга посвящена тому, чего мы знать не можем, также очень важно понять, что мы знаем и как мы это знаем. В этом путешествии к пределам знаний мы пройдем через области, уже нанесенные учеными на карты, до самых пределов последних на сегодняшний день достижений науки. В пути мы будем задерживаться, чтобы рассмотреть те моменты, в которые ученые считали, что зашли в тупик, откуда дальнейшее продвижение вперед невозможно, но следующее поколение исследователей находило новые пути. Это позволит нам по-новому взглянуть на то, что мы сегодня можем считать непознаваемым. Я надеюсь, что к концу нашего путешествия эта книга станет всеобъемлющим обзором не только того, чего мы не можем узнать, но и того, что мы уже знаем.

Чтобы не заблудиться в тех отраслях науки, которые находятся вне привычной мне области, я прибегал к помощи специалистов, способных направить меня по мере приближения к каждому из пределов знаний и помочь понять, связана ли непознаваемость этих «рубежей» с моей собственной ограниченностью или с ограничениями, изначально присущими тому или иному рассматриваемому вопросу.

Что же происходит, когда мы сталкиваемся с вопросом, на который нельзя найти ответа? Что делать с незнанием? Могу ли я признаться самому себе, что некоторые вещи навечно останутся недоступными для меня? Что делает с незнанием человечество как биологический вид? За последние тысячелетия человек придумал несколько интересных решений этой проблемы, и одним из самых замечательных из них была идея Бога.

Запредельность

У моего исследования непознаваемого есть еще один стимул, также связанный с моей новой работой. Моим предшественником на кафедре популяризации науки был Ричард Докинз. Когда я принял от Докинза эту должность, я приготовился отражать шквал вопросов, которые мне будут задавать не о науке, а о религии. Публикация книги «Бог как иллюзия» и пылкие споры Докинза с креационистами привели к тому, что в последние годы своего пребывания на кафедре он вынужден был посвящать много времени обсуждению вопросов религии и Бога.

Поэтому, когда я занял эту кафедру, мое отношение к религии неизбежно должно было заинтересовать публику. Сначала я пытался отмежеваться от дискуссий о Боге. Моя работа состоит в пропаганде научного прогресса и в привлечении внимания общественности к достижениям, происходящим вокруг нее. Мне хотелось поскорее вернуть дискуссию к вопросам, связанным с наукой, а не с религией.

Чтобы избежать обсуждения вопросов о Боге, я использовал следующий метод: я признавал, что сам я человек верующий. Прежде чем журналисты успевали чересчур разволноваться по этому поводу, я добавлял, что верую я в футбольный клуб «Арсенал». Мой храм – стадион «Эмирейтс» (бывший «Хайбери») на севере Лондона, и каждую субботу я поклоняюсь своим кумирам и возношу им песнопения. А в начале каждого футбольного сезона я вновь провозглашаю свою веру в то, что в этом-то году мы наконец завоюем какой-нибудь кубок. В условиях большого города, такого как Лондон, футбол взял на себя те функции объединения человеческого сообщества и создания общих ритуалов, которые раньше принадлежали религии.

Наука, которую я начал узнавать подростком, была весьма действенным средством вытеснения тех смутных религиозных мыслей, которые были у меня в детстве. Поскольку я пел в местном церковном хоре, я имел представление об идеях о понимании устройства Вселенной, предлагаемых христианством. В 1970-х гг. британская школа еще сохраняла легкий религиозный оттенок: на школьных собраниях мы читали «Отче наш» и пели церковные гимны¹³. Религия подавалась в слишком упрощенном виде и не могла конкурировать с мощью и замысловатостью того, что я узнавал на лабораторных занятиях в средней школе. Вскоре религия была вытеснена гораздо более привлекательными вещами – наукой... и футболом.

Разумеется, такого непочтительного ответа было недостаточно, чтобы отмахнуться от вопросов о моем отношении к религии. Как-то раз воскресным утром, во время интервью на отделении радиостанции BBC в Северной Ирландии, я оказался постепенно втянут в рассмотрение вопроса о существовании Бога. Наверное, я должен был заметить признаки такой опасности. Воскресным утром Бог интересуется многих радиослушателей в Северной Ирландии.

Мне как математику часто приходится заниматься доказательством существования новых объектов или разработкой доводов, демонстрирующих, что такие объекты существовать не могут. Благодаря возможностям языка математики в области создания логических аргументов многие философы разных эпох пытались использовать математику для доказательства существования Бога. Однако мне такой подход всегда представлялся порочным. В математике для доказательства или опровержения существования чего-либо необходимо иметь ясное определение того, чье существование мы пытаемся доказать.

¹³ В оригинале упоминается «All Things Bright and Beautiful» – наверное, самый известный из англиканских гимнов (в частности, благодаря книгам Джеймса Хэрриота).

Поэтому после того, как интервьюер в течение некоторого времени поизводил меня вопросами о моих взглядах на существование Бога, я предложил ему определить, что означает для него Бог, чтобы я смог применить свой математический метод мышления. «Это нечто превосходящее человеческое понимание». Сначала я подумал: «Что за отговорка. Вы определили нечто такое, с чем я по определению не могу разобраться». Но определение это меня заинтриговало. Возможно, не такая уж это была и отговорка.

Что, если *определить* Бога как то, чего мы не можем знать? Во многих культурах древности боги занимали место того, чего мы не могли объяснить или понять. Извержения вулканов или затмения были настолько таинственны для наших предков, что стали деяниями богов. По мере того как наука разъясняла такие явления, эти боги отступали на задний план.

У этого определения есть общие черты с Богом, обычно называемым «Богом белых пятен». Это выражение часто используется в уничижительном смысле религиозными мыслителями, которые видят, что значение Бога уменьшается под напором научного знания, и слышат призывы к отвержению такого Бога. Выражение «Бог белых пятен» придумал оксфордский математик и методистский проповедник Чарльз Коулсон, заявивший: «Не существует “Бога белых пятен”, который заполнял бы те стратегически важные места, в которых наука бессильна».

Однако это выражение часто связывают с порочным доказательством существования Бога, опровержению которого Ричард Докинз уделяет некоторое время в своей книге «Бог как иллюзия»: если существует нечто, чего мы не можем объяснить или познать, то заполнение такого пробела должно быть делом рук Божьих. Но меня больше интересует не существование Бога, заполняющего пробелы, а утверждение о равенстве Бога абстрактной идее того, чего мы не можем знать. Не того, чего мы сейчас не знаем, а того, чего мы никогда не сможем узнать по самой его природе. Того, что навечно останется за пределами.

Религия сложнее, чем простой стереотип, часто предлагаемый взамен ее современным обществом. Для многих древних культур Индии, Китая и Ближнего Востока религия не сводилась к поклонению Сверхъестественному Разуму, а была именно попыткой постижения пределов нашего понимания и языка. Теолог Герберт Маккейб заявил: «Утверждать существование Бога значит утверждать, что существуют не получившие ответа вопросы об устройстве Вселенной». Наука вела и ведет активное наступление на эти пределы. Осталось ли от них хоть что-нибудь? Есть ли вещи, которые всегда будут за такими пределами? Существует ли Бог по Маккейбу?

Поиски ответа на этот вопрос и составляют основу этой книги. Можем ли мы определить, какие вопросы и физические явления навсегда останутся недостижимыми для познания? Если мы можем распознать то, что останется в пробелах знания, то что это будет за Бог? Какой силой может обладать такая концепция? Может ли то, чего мы не можем познать, действовать в нашем мире и влиять на наше будущее? Достойно ли оно поклонения?

Но прежде всего нам нужно выяснить, есть ли во Вселенной что-либо такое, что все еще остается неизвестным. Есть ли на самом деле что-нибудь, чего мы знать не можем?

Рубеж первый: игральная кость

1

Непредсказуемое и предопределенное проявляются одновременно, делая все таким, как есть. Так природа создает себя, в любых масштабах, от снежинки до бурана. Это такое счастье. Снова быть в самом начале, снова не знать почти ничего.

Том Стоппард. Аркадия

На столе передо мной лежит одна красная игральная кость. Эта кость осталась у меня после поездки в Лас-Вегас. Я влюбился в нее сразу, как увидел ее на столе для игры в крэпс. Ее конструкция – само совершенство. Идеально прямые ребра, сходящиеся в точку на углах кубика. Грани такие гладкие, что на ощупь не определить, какому числу соответствует та или иная грань. Очки вырезаны на гранях кости и заполнены краской, имеющей ту же плотность, что и пластмасса, из которой сделана сама кость. Поэтому сторона, соответствующая шестерке, несколько не легче, чем противоположная ей грань с одним очком. Кость невероятно приятно держать в руке. Очень красивая вещь.

И все-таки я ее ненавижу.

Сейчас ко мне обращена грань с тремя очками. Но, если я возьму кость и брошу ее, я никак не могу узнать, какой стороной она упадет. Она – абсолютный символ непознаваемого. Кажется, что будущее кости может быть известно, только когда оно становится прошлым.

Меня всегда чрезвычайно раздражали вещи, которых я не могу узнать. То, чего я не в силах постичь. Я ничего не имею против незнания каких-то вещей, если существует возможность в конце концов вычислить, что происходит. При наличии достаточного времени. Неужели эта кость действительно непознаваема? Или же, имея достаточную информацию, я мог бы предсказать ее следующее положение? Наверняка нужно всего лишь применить правильные законы физики и решить соответствующие математические уравнения. Наверняка это можно узнать.

Наука, в которой я работаю, математика, была придумана, чтобы дать человеку возможность увидеть, что его ожидает. Чтобы заглянуть в будущее. Чтобы стать хозяином, а не слугой судьбы. Я верю в то, что Вселенная работает в соответствии с некими законами. Если я пойму эти законы, я смогу познать Вселенную. Способность замечать закономерности дала роду человеческому чрезвычайно мощное средство управления жизнью. Существование закономерности означает, что у нас есть шанс предсказать будущее и познать непознаваемое. Закономерность движения Солнца означает, что мы можем быть уверены, что завтра оно снова взойдет, а Луна снова станет полной через 28 восходов Солнца. Именно так и появилась математика. Математика – наука закономерностей. Способность замечать закономерности – это мощное оружие в эволюционной борьбе за выживание. Наскальные рисунки в пещерах Ласко показывают, что, если отсчитать 13 четвертей луны от первого зимнего восхода Плеяд, получишь то время года, в которое лошади ходят жерёбые и на них легко охотиться. Способность предсказывать будущее – это ключ к выживанию.

Но существуют и такие вещи, которые, по-видимому, не имеют закономерностей или же имеют закономерности слишком сложные или скрытые для постижения человеческим разумом. Единичный бросок игровой кости не похож на восход Солнца. Кажется, что никак невозможно узнать, какая из шести граней кубика будет обращена вверх, когда он

наконец остановится. Поэтому еще со времен античности кости использовали для разрешения споров и игр, в том числе и на деньги.

Неужели этот красивый красный кубик с белыми точками в самом деле непознаваем? Во всяком случае, сложные отношения с динамикой этого кубика возникли далеко не у меня первого.

Познать волю богов

Во время недавней поездки в Израиль я повез своих детей на археологические раскопки в Бейт-Гуврин. В древности это поселение было настолько популярным, что раскоп состоит из множества слоев разных городов, построенных друг поверх друга. В земле лежит столько всего, что археологи с радостью позволяют дилетантам – вроде нас с детьми – помогать им в раскопках, даже если в результате несколько горшков и оказываются разбиты. Мы конечно же раскопали множество осколков керамики. Но кроме того, мы все время вынимали из земли многочисленные кости животных. Мы думали, что это были остатки от трапезы, но наш экскурсовод объяснил, что на самом деле таким был самый древний вид игральных костей.

Археологические раскопки поселений начиная со времени неолита обнаруживают среди осколков посуды и кремней, которые обычно находят в местах обитания человека, непропорционально большое количество пяточных костей овец или других животных. Эти кости не что иное, как предки моей кости из казино. Если бросить такую кость, она естественным образом падает на одну из четырех сторон. На костях часто бывают вырезаны буквы или цифры. Предполагается, что такие ранние кости использовались не столько для азартных игр, сколько для гадания. И эта связь между результатом броска кости и волей богов просуществовала многие столетия. Люди верили, что знание того, как упадет кость, находится за пределами человеческого разума. Результат броска определялся волей Божьей.

Постепенно такие кости занимали все более прозаичное место элемента мира развлечений. Первые кости кубической формы, похожие на кость с моего стола, были найдены в районе Хараппы, в современном Северо-Восточном Пакистане, где еще в 3-м тысячелетии до н. э. возникла одна из первых урбанистических цивилизаций. В это же время появляется игральная кость в форме четырехгранной пирамиды, найденная в городе Ур в Древней Месопотамии.

Играми в кости увлекались и римляне, и греки, и средневековые воины, которые привезли из Крестовых походов новую игру под названием «хэзард», происходящим от арабского названия игровой кости – аль-зар¹⁴. Эта игра была ранним вариантом игры в крэпс, в которую играют в казино Лас-Вегаса, откуда я и привез свою кость.

Если бы падение костей можно было предсказать, никакие основанные на них игры не прижились бы. Интерес игры в нарды, в хэзард или в крэпс как раз и вытекает из незнания того, как упадут кости. Так что, возможно, игроки не оценят моих попыток предсказать результаты броска костей.

Многие века никто даже не думал, что такое свершение возможно. Древние греки, одними из первых создавшие математику в качестве средства ориентации в окружающем их мире, уж точно не имели никакого представления о том, как подойти к такой динамической задаче. Их математика, сводившаяся к жесткому, статичному миру геометрии, была неспособна справиться с игровой костью, катящейся по полу. Они смогли создать формулы,

¹⁴ От него же – через французское *hasard* («случай, случайность») – произошло и русское слово «азарт». Его смысловая связь со «случайностью» сохранилась в выражении «азартные игры».

описывающие геометрические контуры куба, но движение кости было для них безнадежной задачей.

А как насчет опытов, которые позволили бы составить представление о возможных исходах броска? Антиэмпирическая позиция древних греков приводила к тому, что они не видели смысла в анализе данных и попытках научного предсказания падения кости. Ведь то, как упала уже брошенная кость, никак не влияет на результат следующего броска. Он случаен, что, с точки зрения древних греков, значило, что он непознаваем.

Аристотель считал, что происходящие в мире события по сути можно разделить на три категории: «неизбежные события», происходящие по необходимости в соответствии с законами природы, «вероятные события», происходящие в большинстве случаев, но с возможными исключениями, и, наконец, «непознаваемые события», происходящие по чистой случайности. Мою игральную кость Аристотель не колеблясь относит к последней категории.

По мере того как на философию оказывала влияние христианская теология, положение все ухудшалось. Поскольку исход броска кости находится во власти Бога, человек не смеет надеяться его познать. Как сформулировал блаженный Августин: «Мы называем те причины, которые считают случайными, не несуществующими, но скрытыми и приписываем их воле истинного Бога».

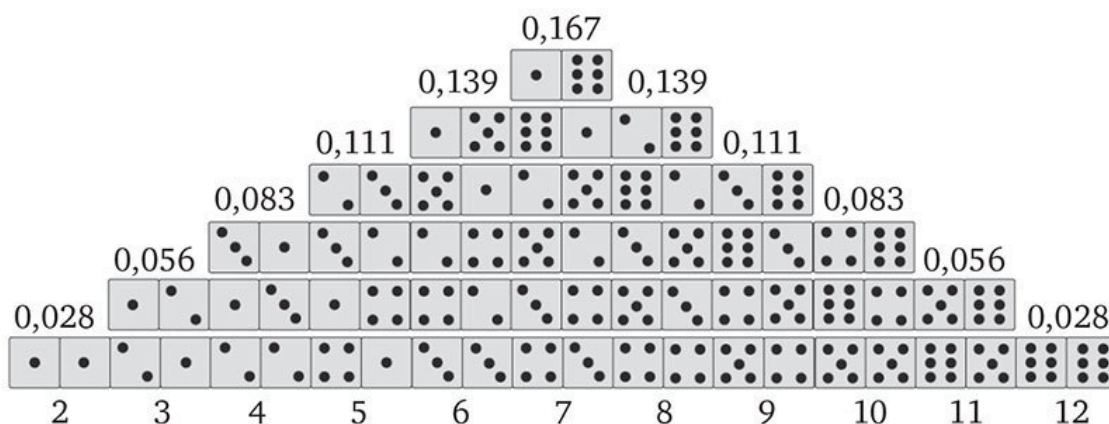
Случайности не существовало. Не существовало и свободы воли. Непознаваемое было известно Богу, который определял исход броска кости. Любая попытка предсказания такого исхода была делом еретиков, тех, кто осмеливался считать, что может познать мысли Бога. Французский король Людовик XI дошел до того, что запретил производство игровых костей, так как считал азартные игры богопротивными. Тем не менее кости – вроде той, что лежит у меня на столе, – в конце концов начали раскрывать свои тайны. Только в XVI в. игральные кости удалось вырвать из рук Божьих и передать их судьбу в руки – и в умы – человечества.

Поиск чисел в костях

Я кладу рядом со своей прекрасной костью из Лас-Вегаса еще две игральные кости. Спрашивается, если бросить все три кости сразу, что будет выгоднее: ставить на то, что выпадет 9 или 10? До XVI в. никаких средств, помогающих ответить на этот вопрос, не существовало. И все же любой достаточно много игравший сказал бы, что при броске только двух костей разумнее ставить на 9, чем на 10. В конце концов опыт игры вскоре подсказывает, что количество случаев, в которых выпадает 9, в среднем на треть больше, чем число таких, в которых выпадает 10. Но в случае трех костей почувствовать, как лучше ставить, сложнее, поскольку кажется, что 9 и 10 выпадают с равной частотой. Так ли это на самом деле?

Существование закономерностей, которые можно выгодно использовать в игре в кости, первым осознал в начале XVI в. в Италии один заядлый игрок по имени Джироламо Кардано. Эти закономерности нельзя было использовать в единичном броске. Они возникали в длинных сериях бросков, и игрок, подобный Кардано, который проводил за игрой в кости многие часы, мог бы извлечь из таких закономерностей некоторую выгоду. Он был настолько захвачен погоней за предсказаниями непознаваемого, что однажды даже продал имущество своей жены, только чтобы добыть денег на игру.

Кардано пришла в голову удачная мысль подсчитать число возможных вариантов выпадения костей. В случае броска двух костей таких вариантов 36. Они изображены на следующей схеме.



Только в трех из них сумма очков равна 10, а 9 можно получить в четырех вариантах. Поэтому Кардано рассудил, что, когда играют двумя костями, разумнее ставить на 9, чем на 10. Это не помогало в одной отдельно взятой игре, но в длинной серии игр Кардано мог выиграть, если бы придерживался результатов своих расчетов. К сожалению, строгость его математических рассуждений не сопровождалась такой же строгостью его поведения в игре. Он умудрился потерять все наследство, оставленное ему отцом, и даже вступал в поножовщину со своими соперниками, когда ему особенно не везло в кости.

Тем не менее он постарался добиться исполнения одного из своих пророчеств. По-видимому, он предсказал дату собственной смерти – 21 сентября 1576 г. Чтобы не оставлять исполнение этого предсказания на волю случая, он взял дело в собственные руки. Когда наступил предсказанный день, он совершил самоубийство. Мне, как бы я ни стремился к знаниям, это кажется некоторым перебором. Собственно говоря, большинство людей предпочло бы не знать дату собственной смерти. Но Кардано нужна была только победа, даже в игре в кости со смертью.

Перед самоубийством он написал книгу, которую многие считают первым шагом к пониманию поведения игральной кости, катящейся по столу. Хотя он написал свою «Книгу об играх случая» (*Liber de Ludo Aleae*) еще в 1564 г., этот труд долго оставался неизвестным и не был опубликован до 1663 г.

На самом деле не кто иной, как великий итальянский физик Галилео Галилей, использовал тот же анализ, который описал Кардано, чтобы выяснить, следует ли ставить на 9 или на 10, когда бросают три кости. Он рассудил, что существует $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ возможных исходов падения костей. Из них в 25 случаях выпадает 9, а в 27 случаях – 10. Разница невелика, и обнаружить ее эмпирическим путем было бы непросто, но и ее достаточно для того, чтобы в долгой игре было выгоднее ставить на 10.

Прерванная игра

Математическое освоение игры в кости переместилось из Италии во Францию в середине XVII в., когда два крупных игрока, Блез Паскаль и Пьер де Ферма, обратили свои мысли на предсказание будущего этих кувыркающихся кубиков. Проблема понимания исхода броска костей заинтересовала Паскаля после встречи с одним из величайших игроков того времени, кавалером де Мере. Де Мере предложил Паскалю разрешить несколько интересных ситуаций. Одна из них сводилась к задаче, решенной Галилеем. Однако в число других входил вопрос о том, разумно ли ставить на выпадение по меньшей мере одной шестерки в четырех бросках кости, а также ставшая впоследствии знаменитой «задача о ставках».

Паскаль завязал оживленную переписку с великим математиком и юристом Пьером де Ферма, вместе с которым они попытались решить задачи, поставленные де Мере. В случае броска четырех костей можно рассмотреть $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$ разных исходов и подсчитать, в скольких из них выпадает шестерка, но задача становится при этом довольно громоздкой.

Вместо этого Паскаль рассудил, что в одном броске шестерка не выпадет с вероятностью $5/6$. Поскольку все броски независимы, вероятность того, что шестерка не выпадет ни в одном из четырех бросков, равна $5/6 \cdot 5/6 \cdot 5/6 \cdot 5/6 = 625/1296 = 48,2\%$. Что означает, что вероятность увидеть шестерку равна $51,8\%$. Это чуть больше половины, значит, вполне есть смысл ставить на такой исход.

«Задача о ставках» была еще интереснее. Предположим, что два игрока – назовем их Паскаль и Ферма – бросают игральную кость. Ферма выигрывает партию, если на кости выпадает 4 или более очков; в противном случае эту партию выигрывает Паскаль. Таким образом, при каждом броске кости у каждого из них есть половинный шанс на выигрыш партии. Они поставили на кон 64 фунта, которые достанутся тому, кто первым выиграет три партии. Однако игру прерывают, и продолжить ее невозможно. К этому моменту Ферма выиграл две партии, а Паскаль – одну. Как следует разделить между ними 64 фунта?

Традиционные попытки решения этой задачи были сосредоточены на том, что произошло в прошлом. Может быть, раз Ферма выиграл в 2 раза больше партий, чем Паскаль, то и его выигрыш должен быть в 2 раза больше? Но, если, например, перед тем как игра была остановлена, Ферма выиграл всего одну партию, такое решение становится бессмысленным. Паскаль в таком случае не получает ничего, хотя по-прежнему имеет шанс на победу. Никколо Фонтана Тарталья, современник Кардано, после долгих размышлений пришел к выводу, что решения не существует: «Это вопрос скорее юридический, чем математический, и любой вариант разделения выигрыша может стать поводом для тяжбы».

Однако другие не были готовы признать свое поражение. Они обратили внимание не на прошлое, а на то, что могло бы случиться в будущем. В противоположность первой задаче здесь они попытались не предсказать, как ляжет кость, а представить все возможные варианты будущего и разделить выигрыш в соответствии с разными исходами, благоприятными для того или другого игрока.

Здесь легко впасть в заблуждение. Кажется, что существует три сценария. Если следующую партию выигрывает Ферма, он забирает себе все 64 фунта. Если следующую партию выигрывает Паскаль, то играется еще одна, финальная партия, которую может выиграть либо Паскаль, либо Ферма. Поскольку в двух из этих трех случаев выигрывает Ферма, то, видимо, ему причитаются две трети ставки. В эту-то ловушку и попал де Мере. Паскаль утверждает, что это решение ложно: «Кавалер де Мере – человек очень остроумный, но он вовсе не математик; это, как вы знаете, огромный недостаток»¹⁵. Вот уж действительно!

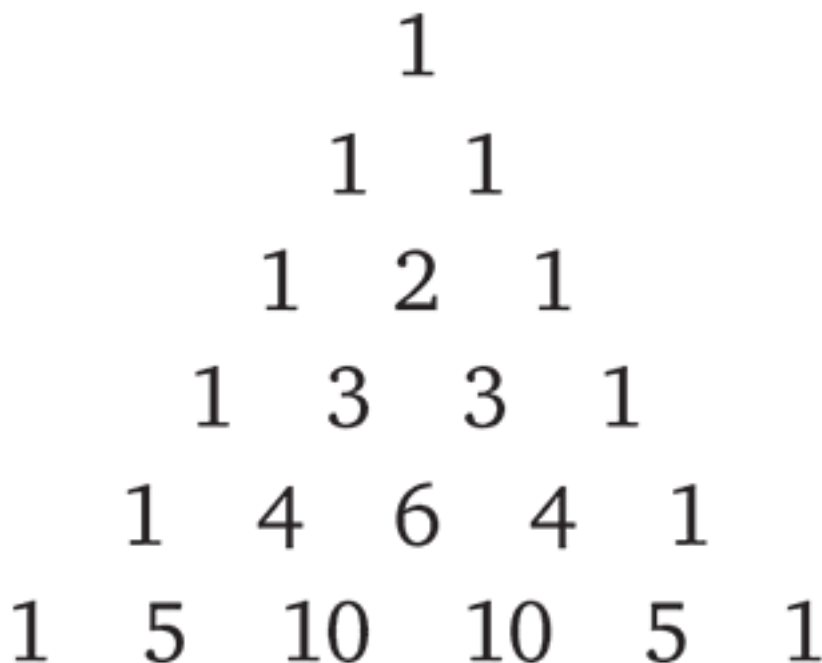
Паскаль же, напротив, был великий математик, и он считал, что выигрыш следует разделить иначе. Ферма может выиграть в следующей партии (и получить 64 фунта) с вероятностью 50% . Но, если в следующей партии выиграет Паскаль, шансы обоих на победу в финальной партии равны, так что выигрыш можно разделить поровну – по 32 фунта каждому. Ферма в любом случае гарантированно получает 32 фунта. Поэтому оставшиеся 32 фунта следует разделить поровну, что в итоге дает Ферма 48 фунтов.

Ферма согласился с анализом Паскаля. «Я ясно вижу, что истина, будь она в Тулузе или в Париже, одна и та же», – писал ему в Тулузу Паскаль.

¹⁵ Цит. по: Филиппов М. М. Блез Паскаль. Его жизнь, научная и философская деятельность. М., 2016.

Пари паскаля

Анализ ставок в игре, разработанный Паскалем и Ферма, можно применить и к гораздо более сложным ситуациям. Паскаль выяснил, что тайна распределения выигрыша сокрыта внутри того, что теперь называют треугольником Паскаля.



Треугольник устроен таким образом, что каждое число в нем равно сумме двух чисел, расположенных непосредственно над ним. Полученные числа определяют, как следует разделить выигрыш в любой прерванной игре. Например, если Ферма до победы не хватает двух выигранных партий, а Паскалю – четырех, нужно взять строку треугольника номер $2 + 4 = 6$ и найти сумму первых четырех чисел и сумму последних двух. Эти суммы дают пропорцию, в которой следует разделить выигрыш. В данном случае получается пропорция $1 + 5 + 10 + 10 = 26$ к $1 + 5 = 6$. Таким образом, Ферма получает $26/32 \cdot 64 = 52$ фунта, а Паскаль – $6/32 \cdot 64 = 12$ фунтов. В общем случае решение для игры, в которой Ферма не хватает n , а Паскалю – m выигранных партий, можно найти в $(n + m) - \text{й}$ строке треугольника Паскаля.

Есть данные, что французы опоздали с открытием связи между этим треугольником и исходом азартных игр на несколько тысячелетий. Игральные кости и другие методы получения случайных результатов, например «И цзин», издавна использовали в Китае в попытках предсказать будущее. В тексте книги «И цзин», созданном около 3000 лет назад, для случайного выбора гексаграммы, значение которой затем можно истолковать, используется в точности та же таблица, которую Паскаль составил для анализа исходов подбрасывания монет. Однако создателем треугольника считают в наше время Паскаля, а не китайцев.

Паскаль интересовался не только игральными костями. Он предпринял знаменитую попытку приложения своей новой вероятностной математики к величайшему из неизвестных – существованию Бога.

Бог есть или Бога нет. Но на которую сторону мы склонимся? Разум тут ничего решить не может. Нас разделяет бесконечный хаос. На краю этого бесконечного расстояния разыгрывается игра, исход которой неизвестен. [...] На чем же вы остановитесь? Так как выбор сделать необходимо, то посмотрим, что представляет для вас меньше интереса: вы можете проиграть две вещи, истину и благо, и две вещи вам приходится ставить на карту, ваши разум и волю, ваше познание и ваше блаженство; природа же ваша должна избегать двух вещей: ошибки и бедствия. Раз выбирать необходимо, то ваш разум не потерпит ущерба ни при том, ни при другом выборе. Это бесспорно; ну а ваше блаженство? Взвесим выигрыш и проигрыш, ставя на то, что Бог есть. Возьмем два случая: если выиграете, вы выиграете все; если проиграете, то не потеряете ничего. Поэтому не колеблясь ставьте на то, что Он есть¹⁶.

В этом рассуждении, известном под названием «пари Паскаля», он утверждает, что выбор веры в Бога приносит гораздо больший выигрыш. Если такой выбор ошибочен, вы ничего не теряете; если он справедлив, вы выигрываете вечную жизнь. И вместе с тем ставка на то, что Бога нет, в случае проигрыша приносит вечное проклятие, а в случае выигрыша не дает ничего, кроме знания, что Бога действительно нет. Этот аргумент рассыпается, если вероятность существования Бога на самом деле равна нулю, но, даже если это и не так, цена верования может оказаться слишком высокой по сравнению с вероятностью существования Бога.

Вероятностные методы, разработанные математиками, подобными Ферма и Паскалю, для разрешения неопределенности, оказались невероятно могущественными. Явления, считавшиеся недоступными для познания, выражением воли богов, начали становиться достигаемыми для человеческого разума. На сегодня такие вероятностные подходы являются лучшим из имеющихся у нас средств исследования буквально всего, от поведения частиц газа до подъемов и падений рынка ценных бумаг. Действительно, кажется, что сама природа материи отдана на милость математической вероятности, как мы увидим на «Рубеже третьем», говоря об использовании квантовой физики для предсказания поведения наблюдаемых нами частиц. Но с точки зрения поисков определенности такие вероятностные методы представляют собой раздражающий компромисс.

Я, безусловно, ценю величайшие открытия, сделанные Ферма, Паскалем и другими, но они не помогают мне узнать заранее, сколько очков выпадет на брошенной мной кости. Сколько я ни изучал математическую теорию вероятностей, меня никогда не покидало чувство неудовлетворенности. Единственное, что вбивает в голову любой курс теории вероятностей, – это идея о том, что, сколько бы раз подряд у вас ни выпадала шестерка, это никак не влияет на поведение кости при следующем броске.

Так можно ли как-нибудь узнать, как упадет моя кость? Или же это знание навечно останется недоступным? Не останется, если верить откровениям одного ученого, жившего за морем, в Англии.

Математика природы

Для меня Исаак Ньютон – главный герой борьбы с непознаваемым. Идея о том, что я могу узнать о Вселенной все, происходит из революционной работы Ньютона «Математические начала натуральной философии». Эта книга, впервые изданная в 1687 г., посвящена

¹⁶ «Мысли о религии и других предметах», перевод С. Долгова.

разработке нового математического языка, обещавшего дать инструменты, которые откроют секреты устройства Вселенной. В ней была предложена разительная новая модель занятий наукой. Как заявил в 1747 г. французский физик Алексис Клеро, эта работа «пролила свет математики на науку, которая до тех пор оставалась во тьме догадок и гипотез».

Она также была попыткой объединения, создания теории, которая описывала бы небесное и земное, великое и малое. Кеплер предложил законы, описывающие движение планет, которые он разработал эмпирически, опираясь на данные и пытаясь найти уравнения, которые воссоздавали бы прошлое. Галилей описал траекторию шара, летящего в воздухе. Гениальность Ньютона позволила ему понять, что эти два примера – проявления одного и того же феномена: гравитации.

Ньютон, появившийся на свет на Рождество 1643 г. в городе Вулсторп в Линкольншире, всегда стремился обуздать физический мир. Он делал механические и солнечные часы, строил миниатюрные мельницы на мышинной тяге, чертил бесчисленные планы зданий и кораблей и делал подробные зарисовки животных. Жившая в его доме кошка однажды исчезла, улетев на сделанном Ньютоном воздушном шаре. Однако отзывы его школьных учителей не сулили ему блестящего будущего: его называли «невнимательным и ленивым».

Надо сказать, что лень может быть не самым плохим качеством для математика. Она может быть мощным стимулом для изобретательного поиска какого-нибудь легкого способа решения задачи, избавляющего от упорной и монотонной работы. Но учителя, как правило, не ценят это качество.

И действительно, Ньютон так плохо учился в школе, что мать сочла его учебу пустой тратой времени и решила, что ему будет полезнее научиться управлять семейной фермой в Вулсторпе. К сожалению, в деле управления хозяйством Ньютон оказался столь же безнадежным, так что его снова отправили в школу. Хотя эта история наверняка апокрифична, говорят, что внезапное превращение Ньютона в ученого совпало с ударом по голове, который он получил от школьного хулигана. Как бы то ни было, после этого преобразования Ньютон внезапно стал блестящим учеником и в конце концов поступил на учебу в Тринити-колледж в Кембридже.

В 1665 г., когда в Англии вспыхнула эпидемия бубонной чумы, Кембриджский университет был из предосторожности закрыт. Ньютон вернулся домой, в Вулсторп. Изоляция часто бывает важным ингредиентом изобретения новых идей. Ньютон запирался в своей комнате и размышлял.

Истина – дитя тишины и размышлений. Я постоянно держал предмет своих размышлений перед собой и ждал, пока первые проблески медленно, мало-помалу не разгорятся, превращаясь в яркий и ясный свет.

Будучи изолирован в Линкольншире, Ньютон создал новый язык, способный выразить картину постоянно изменяющегося мира, – язык математического анализа. Этому инструменту предстояло стать ключом к возможности заблаговременного знания о будущем поведении Вселенной. Именно этот язык дает мне надежду узнать, какой стороной может упасть моя игральная кость.

Математические фотографии

Математический анализ пытается разобраться в математической задаче, которая на первый взгляд кажется бессмысленной: деление нуля на ноль. Когда я роняю свою игральную кость на стол, именно эту задачу мне нужно решить, чтобы узнать мгновенную скорость кости, летящей в воздухе.

Скорость кости постоянно увеличивается, поскольку сила тяжести тянет ее к земле. Как же вычислить, чему равна эта скорость в любой момент времени? Например, с какой

скоростью падает кость через одну секунду? Скорость равна пройденному расстоянию, деленному на прошедшее время. Значит, я могу измерить расстояние, которое она пролетит в течение следующей секунды, и получить среднюю скорость за этот период. Но я хочу узнать точную скорость. Я могу измерить расстояние, пройденное за более краткий промежуток времени, скажем, за половину или четверть секунды. Чем меньше длительность такого интервала, тем точнее я могу вычислить скорость. В конце концов для получения точного значения скорости я буду вынужден взять бесконечно малый временной интервал. Но тогда мне придется вычислять результат деления ноля на ноль.

Придуманное Ньютоном исчисление сделало такой расчет возможным. Он понял, как можно вычислить то значение, к которому скорость стремится по мере уменьшения длительности временного отрезка. Этот революционный новый язык смог выразить картину постоянно изменяющегося мира. Геометрия древних греков была совершенным средством для описания статической, застывшей картины мира.

Математический анализ: осмысление деления ноля на ноль

Рассмотрим автомобиль, начинающий движение из неподвижного состояния. В момент включения секундомера водитель нажимает на педаль газа. Предположим, что, согласно нашим измерениям, в течение t секунд водитель проехал $t \cdot t$ м. С какой скоростью машина будет ехать через 10 секунд? Мы можем получить приблизительное значение скорости, измерив расстояние, пройденное автомобилем между 10-й и 11-й секундами. Средняя скорость за эту секунду равна $(11 \cdot 11 - 10 \cdot 10)/1 = 21$ м/с.

Но, взяв среднюю скорость на меньшем временном отрезке, скажем, длительностью 0,5 секунды, мы получим:

$$(10,5 \cdot 10,5 - 10 \cdot 10)/0,5 = 20,5 \text{ м/с.}$$

Это, конечно, чуть медленнее, так как автомобиль разгоняется и во вторую половину секунды, которая прошла между 10-й и 11-й, он в среднем едет быстрее. Возьмем теперь еще меньший промежуток. Давайте еще раз разделим его пополам:

$$(10,25 \cdot 10,25 - 10 \cdot 10)/0,25 = 20,25 \text{ м/с.}$$

Я надеюсь, что ваш внутренний математик уже заметил закономерность. Если взять временной промежуток длительностью x секунд, то средняя скорость за это время будет равна $20 + x$ м/с. По мере того как мы рассматриваем все меньшие интервалы, она все более приближается к 20 м/с. Так что, хотя кажется, что определение скорости на 10-й секунде требует вычисления частного $0/0$, математический анализ позволяет понять, что это означает.

Великое математическое открытие Ньютона дало нам язык, способный описать мир движущийся. Математика перешла от описания натюрморта к воспроизведению движущегося изображения. В науке произошло нечто подобное случившемуся в этот же период перевороту в искусстве, когда динамическое искусство барокко вырвалось из статического искусства Возрождения.

Вспоминая это время, которое он называл «*annus mirabilis*»¹⁷, Ньютон считал его одним из самых продуктивных периодов своей жизни. «Я был в расцвете сил и думал о Математике и Философии больше, чем когда-либо после».

Все, что нас окружает, находится в состоянии постоянного изменения, поэтому неудивительно, что эти математические методы приобрели такое большое влияние. Но, с точки зрения Ньютона, математический анализ был инструментом для личного пользования, позволившим ему получить научные выводы, изложенные в «Началах», великом труде, изданном в 1687 г., в котором он описывал свои идеи о гравитации и законах движения.

¹⁷ «Год чудес» (лат.).

Говоря о себе в третьем лице, он объясняет, что его математический анализ был ключом к открытиям, содержащимся в этой книге: «Г-н Ньютон открыл большую часть предложений, изложенных в его “Началах”, при помощи этого нового Анализа». Но никакого описания этого «нового анализа» опубликовано не было. Вместо этого Ньютон частным образом распространял свои идеи среди друзей, но не испытывал никакого желания представить их на суд общественности.

К счастью, теперь этот язык широко доступен, и я лично потратил несколько лет на его изучение, когда учился математике. Но мои попытки познания игральной кости требуют использования математического открытия Ньютона в сочетании с его великим вкладом в физику – знаменитыми законами движения, которыми открываются его «Начала».

Правила игры

Ньютон излагает в «Началах» три простых закона, на которых в огромной степени основывается динамика Вселенной.

Первый закон движения Ньютона: «Всякое тело продолжает удерживаться в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока и поскольку оно не понуждается приложенными силами изменить это состояние»¹⁸.

Это было не так уж и очевидно, например, Аристотелю. Если покатить шар по плоской поверхности, то через некоторое время он остановится. Кажется, что для продолжения его движения необходимо приложить силу. На самом же деле существует скрытая сила, изменяющая скорость шара, – сила трения. Если нашу игральную кость бросить где-нибудь в космосе, вдали от гравитационных полей, она так и будет лететь по прямой линии с постоянной скоростью.

Для изменения скорости или направления движения объекта требуется сила. Второй закон Ньютона объяснял, как именно такая сила изменяет движение, и содержал в себе новый инструмент, созданный для выражения этого изменения. Математический анализ уже позволил мне выразить скорость кости по мере ускорения ее падения к столу. Скорость изменения этой скорости также можно узнать при помощи анализа. Второй закон Ньютона утверждает, что между силой, прилагаемой к объекту, и изменением его скорости существует прямая связь.

Второй закон движения Ньютона: «Скорость изменения движения, или ускорение, пропорциональна приложенной к телу силе и обратно пропорциональна его массе»¹⁹.

Чтобы понять движение таких тел, как падающая игральная кость, необходимо понять, какие силы могут на них воздействовать. Закон всемирного тяготения Ньютона выявил одну из основных сил, оказывающих влияние, скажем, на падающее яблоко или на планеты, движущиеся в Солнечной системе. Этот закон гласит, что сила, действующая на тело массой m_1 со стороны тела массой m_2 , равна

¹⁸ Первый закон Ньютона приведен здесь в том виде, в каком он изложен в «Началах»; цитаты из этой книги здесь и далее даны в переводе А. Н. Крылова.

¹⁹ В формулировке самого Ньютона: «Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует».

$$\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

где G – эмпирическая физическая постоянная, определяющая силу гравитации в нашей Вселенной.

При помощи этих законов теперь можно описать траекторию шара, падающего в воздухе, или планеты, движущейся в Солнечной системе, или же игральной кости, падающей из руки игрока. Но, когда кость падает на стол, возникает следующая проблема. Что происходит в этот момент? Подсказку дает третий закон движения Ньютона: «Когда одно тело прилагает силу к другому, второе тело одновременно прилагает к первому силу, равную ей по величине и противоположную по направлению»²⁰.

Сам Ньютон получил при помощи этих законов необыкновенный набор результатов, касающихся Солнечной системы. Он писал: «Остается изложить, исходя из тех же начал, учение о строении системы мира»²¹. Он начал приложение своих идей к траекториям планет с того, что представил каждую планету в виде точки, расположенной в ее центре масс, и предположил, что вся масса планеты сосредоточена в этой точке. Затем, используя свои законы движения и свой новый математический аппарат, он смог вывести законы планетарного движения Кеплера.

Ему также удалось рассчитать соотношения масс крупных планет, Земли и Солнца. Он объяснил несколько интересных отклонений в движении Луны, приписав их притяжению Солнца. Он также заключил, что форма Земли не соответствует идеальной сфере, но должна быть сплюснута у полюсов благодаря вращению Земли, порождающему центробежную силу. Французы придерживались противоположной точки зрения: они считали, что Земля должна быть вытянута на полюсах. В 1733 г. была отправлена экспедиция, которая подтвердила правоту Ньютона – и могущество математики.

Ньютонова «теория всего»

Это было необычайное достижение. Три закона стали теми зернами, из которых можно было вывести движение всех частиц Вселенной. Они по праву заслуживали названия «теории всего». Я называю их «зернами», потому что труд других ученых потребовался, чтобы взрастить их и применить к более сложным задачам, чем ньютоновская Солнечная система, состоящая из точечных масс. Например, в своем изначальном виде законы движения были непригодны для описания движения менее жестких или деформируемых тел. Уравнения, обобщающие законы Ньютона, предложил великий швейцарский математик XVIII в. Леонард Эйлер. Уравнения Эйлера можно было применять к более общим случаям, например к колеблющейся струне или к качающемуся маятнику.

Появлялось все больше и больше уравнений, управляющих разными природными явлениями. Эйлер создал уравнения для невязких жидкостей. Французский математик Жозеф Фурье получил в начале XIX в. уравнения, описывающие тепловой поток. Его

²⁰ В формулировке Ньютона: «Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе – взаимодействия двух тел друг на друга между собою равны и направлены в противоположные стороны».

²¹ «Математические начала натуральной философии». Книга III.

соотечественники Пьер-Симон Лаплас и Симеон-Дени Пуассон использовали уравнения Ньютона для создания более общих уравнений гравитации, которые, как потом выяснилось, управляют также и другими явлениями, например гидродинамикой и электростатикой. Поведение вязких жидкостей было описано уравнениями Навье – Стокса, а электромагнитные явления – уравнениями Максвелла.

Казалось, что открытием математического анализа и законов движения Ньютон превратил Вселенную в детерминистическую машину с часовым механизмом, управляемую математическими уравнениями. Ученые полагали, что они действительно открыли «теорию всего». Вот как выразил веру большинства ученых в необычайное могущество математики, позволяющее ей рассказать все о физическом мире, математик Пьер-Симон Лаплас в опубликованных в 1814 г. «Опытах философии теории вероятностей»:

Мы должны рассматривать настоящее состояние Вселенной как следствие ее предыдущего состояния и как причину последующего. Ум, которому были бы известны для какого-либо данного момента все силы, одушевляющие природу, и относительное положение всех ее составных частей, если бы вдобавок он оказался достаточно обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движения величайших тел Вселенной наравне с движениями мельчайших атомов: не осталось бы ничего, что было бы для него недостоверно, и будущее, так же как и прошедшее, предстало бы перед его взором²².

В столетия, последовавшие за великим произведением Ньютона, мнение о теоретической познаваемости Вселенной, как прошлой, так и настоящей, стало преобладающим среди ученых. Казалось, что всякая мысль о Боге, действующем в мире, совершенно исчезла. Бог, возможно, сыграл свою роль в запуске механизмов Вселенной, но начиная с этого момента его место заняли уравнения математики и физики.

Так как же насчет нашей прозаической игровой кости? Уж наверное, имея в своем распоряжении законы движения, можно будет предсказать исход броска на основе простого сочетания геометрии кубика, начального направления его движения и последующего взаимодействия с поверхностью стола? Я выписал все эти уравнения в свой блокнот, и они выглядят довольно-таки устрашающе.

Ньютон также обдумывал задачу предсказания поведения костей. Его интерес к ней был вызван письмом, которое он получил от Сэмюэла Пипса. Пипс просил Ньютона посоветовать, на что ему следует поставить в пари, которое он собирался заключить со своим другом:

- 1) что при броске шести костей выпадет хотя бы одна шестерка,
- 2) что при броске двенадцати костей выпадут по меньшей мере две шестерки или
- 3) что при броске восемнадцати костей выпадут по меньшей мере три шестерки.

Пипс собирался поставить 10 фунтов (что эквивалентно 1000 фунтов в сегодняшних деньгах) и был бы очень рад получить хороший совет. Интуиция Пипса подсказывала ему, что наиболее вероятен третий вариант, но Ньютон ответил, что с точки зрения математики должно быть справедливо обратное. Ставить следует на первый вариант. Однако для решения этой задачи Ньютон обратился не к своему математическому анализу и законам движения, а к идеям, разработанным Ферма и Паскалем.

Но, даже если бы Ньютон и смог решить выписанные мною уравнения, описывающие траекторию игровой кости, обнаружилась бы еще одна проблема, способная уничтожить

²² Перевод А. К. Власова.

всякую надежду на познание будущего моей кости. Хотя Паскаль и говорил о своем пари с Богом, в его анализе есть одна интересная строка, сильно затрудняющая любые попытки познания будущего: «Разум тут ничего решить не может. Нас разделяет бесконечный хаос»²³.

Судьба Солнечной системы

Если Ньютон – мой герой, то французский математик Анри Пуанкаре в моей истории о предсказании будущего должен быть злодеем. И все же я не могу винить его за то, что он нанес один из самых сокрушительных ударов всем желающим узнать, что произойдет дальше. Он и сам был не особенно рад своему открытию с учетом того, что оно обошлось ему весьма недешево.

Пуанкаре, родившийся столетием позже Лапласа, разделял веру своего соотечественника во Вселенную, устроенную наподобие часового механизма, управляемую математическими законами и совершенно предсказуемую. «Если бы мы точно знали законы природы и положение Вселенной в начальный момент, мы могли бы точно предсказать положение той же Вселенной в последующий момент».

Понимание устройства мира было, с точки зрения Пуанкаре, главным стимулом занятий математикой. «В математике фактами, заслуживающими изучения, являются те, которые ввиду их сходства с другими фактами способны привести нас к открытию физического закона»²⁴.

Хотя законы движения Ньютона породили целый массив математических уравнений, описывающих эволюцию физического мира, большинство таких уравнений все еще чрезвычайно сложно было решить. Возьмем уравнения состояния газа. Газ можно считать состоящим из молекул, сталкивающихся друг с другом как мельчайшие бильярдные шары, и будущее поведение газа теоретически подчиняется законам движения Ньютона. Но само количество таких шариков означает, что любое точное решение этой задачи недостижимо. Статистические или вероятностные методы по-прежнему оставались значительно лучшим средством понимания поведения миллиардов молекул.

Однако в одном случае число бильярдных шаров было достаточно малым, и решение задачи представлялось достижимым. Речь идет о Солнечной системе. Пуанкаре был одержим вопросами предсказания судьбы планет, кружащихся навстречу своему будущему.

Гравитационное притяжение между одной планетой и другой, находящейся на некотором расстоянии от первой, такое же, как если бы вся масса планеты была сосредоточена в ее центре тяжести, и потому для определения судьбы, ожидающей Солнечную систему, планеты можно считать точками в пространстве, как делал Ньютон. Это значит, что для описания эволюции Солнечной системы достаточно трех координат, определяющих положение центра масс каждой из планет в пространстве, и еще трех чисел, соответствующих их скорости по каждому из трех пространственных направлений. Сила, воздействующая на каждую планету, определяется гравитационными силами, действующими со стороны всех остальных планет. При наличии всей этой информации остается только применить второй закон Ньютона, чтобы проложить курс этих планет в самое отдаленное будущее.

²³ Перевод С. Долгова.

²⁴ «Наука и метод», гл. III. Перевод под ред. Л. С. Понтрягина. Если быть точным, в оригинале Пуанкаре пишет: *Les faits mathématiques dignes d'être étudiés, ce sont ceux qui, par leur analogie avec d'autres faits, sont susceptibles de nous conduire à la connaissance d'une loi mathématique, de la même façon que les faits expérimentaux nous conduisent à la connaissance d'une loi physique*, т. е. «В математике фактами, заслуживающими изучения, являются те, которые ввиду их сходства с другими фактами способны привести нас к открытию какого-нибудь математического закона, совершенно подобно тому, как экспериментальные факты приводят к открытию физического закона».

Единственная проблема состоит в том, что математическое решение все равно остается чрезвычайно сложным. Ньютон решил задачу поведения двух планет (или планеты и Солнца). Они движутся по эллиптическим траекториям, причем общий фокус таких эллипсов расположен в их общем центре тяжести. Это движение повторяется периодически до скончания времен. Однако, попытавшись ввести в задачу третью планету, Ньютон зашел в тупик. Казалось бы, расчет поведения Солнечной системы, состоящей, скажем, из Солнца, Земли и Луны, должен быть достаточно простым, но в нем приходится решать уравнение с 18 переменными: 9 переменными положений (координатами) и 9 составляющими скоростей всех этих небесных тел. Ньютон признавал, что «одновременное рассмотрение всех причин движения и определение такого движения точными законами, допускающими несложные расчеты, превосходит, если я не ошибаюсь, возможности любого человеческого разума».

Разрешение этой проблемы получило новый толчок, когда король Швеции и Норвегии Оскар II решил предложить в честь своего шестидесятилетия премию за решение одной из еще нерешенных математических задач. На свете не так много монархов, которые отмечали бы свои юбилеи математическими задачами, но Оскар интересовался математикой еще с тех пор, когда он сам блистал в этой области, будучи студентом университета в Упсале.

Его величество Оскар II, желая дать новое подтверждение своего интереса к успехам математической науки, решил выдать 21 января 1889 г. награду за важное открытие в области высшего математического анализа. Награда состоит из золотой медали с изображением Его Величества стоимостью в тысячу франков и премии в две тысячи пятьсот крон.

Была создана комиссия из трех выдающихся математиков, которые должны были выбрать несколько подходящих математических проблем и оценить работы претендентов. Одно из предложенных ими заданий состояло в представлении математического доказательства устойчивости Солнечной системы. Будет ли она и дальше работать как часы, или же в какой-то момент в будущем Земля может улететь в пространство и покинуть пределы Солнечной системы?

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо было решить те самые уравнения, которые завели в тупик Ньютона. Пуанкаре полагал, что его мастерства должно быть достаточно для победы в конкурсе. Математики часто используют следующий прием: они пытаются сначала решить задачу в упрощенном варианте, чтобы понять, имеет ли она решение. Поэтому Пуанкаре начал с задачи трех тел. Но, поскольку и она была слишком сложной, он решил еще более упростить задачу. Вместо того чтобы рассматривать Солнце, Землю и Луну, почему бы не попытаться разобраться с системой, состоящей из двух планет и пылинки? Так как пылинки не будет влиять на планеты, можно предположить, что они будут попросту вращаться одна вокруг другой по эллиптическим траекториям в соответствии с решением Ньютона. И в то же время сама пылинка будет испытывать воздействие гравитационных сил обеих планет. Пуанкаре взялся за воссоздание траектории, описываемой такой пылинкой. Некоторое понимание этой траектории внесло бы интересный вклад в решение исходной задачи.

Хотя ему и не удалось полностью решить задачу, представленной им работы было более чем достаточно для получения премии короля Оскара. Пуанкаре смог доказать существование интересного класса траекторий, воспроизводящих самих себя, так называемых периодических траекторий. Периодические орбиты устойчивы по определению, так как они снова и снова повторяются во времени, подобно эллипсам, которые заведомо описывают две планеты системы.

Французские власти были чрезвычайно обрадованы тем, что награду получил их соотечественник. В XIX в. Германия опередила Францию по части математики, так что фран-

цузские академики немедленно провозгласили победу Пуанкаре доказательством возрождения французской математики. Гастон Дарбу, неприменный секретарь Французской академии наук, заявил:

Начиная с этого момента имя Анри Пуанкаре стало известно широкой публике, которая привыкла затем видеть в нашем коллеге не просто особенно многообещающего математика, но великого ученого, которым Франция по праву может гордиться.

Маленькая ошибка и ее большие последствия

Решение Пуанкаре готовилось к изданию в специальном выпуске журнала *Acta Mathematica* Шведской королевской академии наук. И тут наступил тот самый момент, которого больше всего на свете боится каждый математик. Худший кошмар любого математика. Пуанкаре думал, что его работе ничто не угрожает. Он проверил каждый шаг своего доказательства. И перед самой публикацией один из редакторов журнала усомнился в одном из этапов математического рассуждения.

Пуанкаре считал, что малые изменения положения планет, небольшие округления в некоторых местах, были допустимы, так как они могли вызвать лишь малые изменения предсказанных орбит. Это предположение казалось вполне разумным. Но никакого обоснования этому допущению приведено не было. А в математическом доказательстве каждый шаг, каждое предположение должны быть основаны на строгой математической логике.

Редактор попросил Пуанкаре как-либо объяснить этот пробел в доказательстве. Но, когда Пуанкаре попытался обосновать этот шаг, он осознал, что допустил серьезную ошибку. Пытаясь ограничить ущерб для своей репутации, он написал председателю комитета по присуждению премии Гёсте Миттаг-Леффлеру:

Последствия этой ошибки серьезнее, чем я предполагал вначале. Не скрою от Вас, насколько огорчило меня это открытие [...]. Не знаю, признаете ли Вы оставшиеся результаты достойными той высокой награды, которую Вы им присудили. (Во всяком случае, я могу лишь признаться Вам как верному другу в своем замешательстве.) Я напишу Вам подробнее, когда буду яснее понимать положение.

Миттаг-Леффлер решил известить других членов жюри:

Работа Пуанкаре обладает такой редкой глубиной и творческой силой, что она несомненно откроет новую эпоху в анализе и его приложениях к астрономии. Однако разъяснения необходимо значительно расширить, и в данный момент я прошу многоуважаемого автора просветить меня по некоторым важным вопросам.

Сражаясь с возникшей проблемой, Пуанкаре понял, что он попросту был неправ. Даже малое изменение начальных условий может привести к возникновению разительно отличающихся орбит. Предложенное им приближение было недопустимым. Его предположение было ошибочным.

Пуанкаре телеграфировал печальные новости Миттаг-Леффлеру и попытался остановить публикацию своей статьи. Он писал ему в смущении:

Может случиться, что малые различия в начальных условиях порождают чрезвычайно большие расхождения в результирующих явлениях. Малая ошибка в первых порождает огромную ошибку в последних. Предсказания становятся невозможными.

Это сообщение «чрезвычайно озадачило» Миттаг-Леффлера:

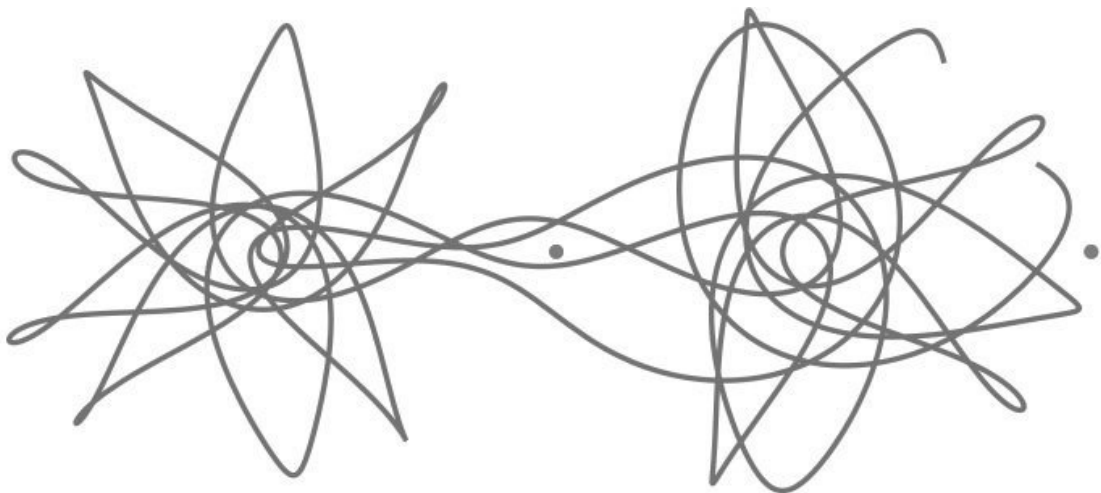
Не то чтобы я сомневался в том, что Ваша работа в любом случае будет воспринята большинством геометров как гениальное произведение и станет отправной точкой для всех дальнейших трудов по небесной механике. Не думайте поэтому, что я сожалею о присуждении Вам премии [...] Но хуже всего то, что Ваше письмо пришло слишком поздно и статья уже была разослана.

На карту была поставлена репутация Миттаг-Леффлера, который не обнаружил ошибку до публичного присуждения премии Пуанкаре. Не так следовало бы отмечать юбилей монарха! «Пожалуйста, не говорите никому ни слова об этой прискорбной истории. Завтра я сообщу Вам все подробности».

Следующие несколько недель прошли в попытках изъять отпечатанные экземпляры статьи, не возбуждая ничьих подозрений. Миттаг-Леффлер предложил Пуанкаре оплатить печать исходного варианта. Пристыженный Пуанкаре согласился, хотя стоимость тиража составила более 3500 крон, то есть на тысячу больше той премии, которую он изначально завоевал.

В попытке исправить положение Пуанкаре попробовал разобраться со своей ошибкой, понять, где и почему он был неправ. В 1890 г. он написал вторую, расширенную статью, в которой объяснял свое предположение о возможности внезапного разлета, по-видимому, устойчивых систем вследствие чрезвычайно малых изменений.

Открытие Пуанкаре, вызванное его ошибкой, привело к появлению одной из важнейших математических концепций прошлого века – понятия хаоса. Это открытие установило существенные пределы тому, что может познать человечество. Пусть я выпишал все уравнения движения игровой кости, но что, если моя кость ведет себя подобно планетам Солнечной системы? В соответствии с открытием Пуанкаре, даже одна маленькая ошибка в определении начального положения кости может разрастись в огромное расхождение исхода броска к тому моменту, как кость закончит свое движение по столу. Значит ли это, что будущее игровой кости из Лас-Вегаса сокрыто завесой математики хаоса?



Хаотическая траектория единичной планеты, вращающейся вокруг двух солнц

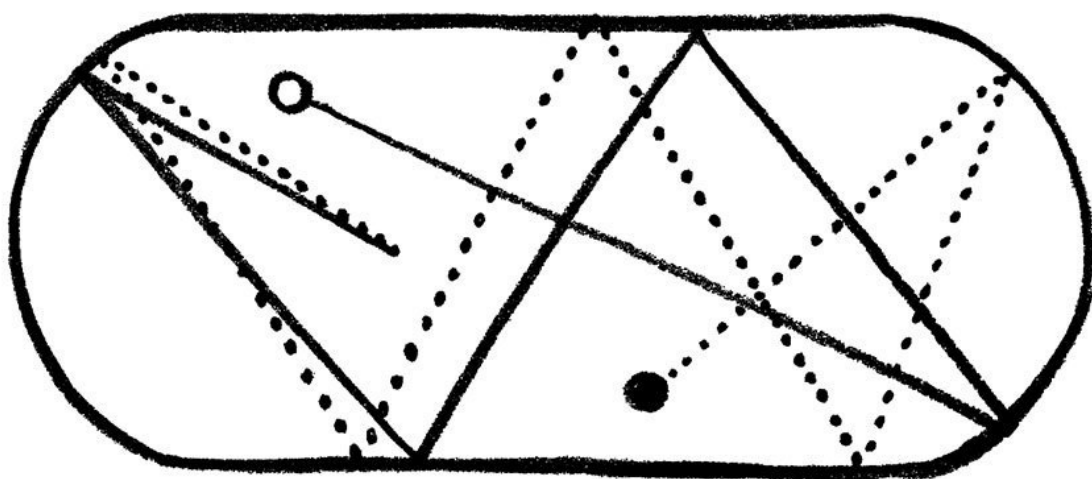
2

Если бы природа не была прекрасной, она не стояла бы того, чтобы быть познанной, а если бы природа не стояла того, чтобы быть познанной, то и жизнь не стояла бы того, чтобы быть прожитой.
*Анри Пуанкаре*²⁵

Когда я учился в университете, я потратил кучу времени, играя в бильярд в комнате отдыха студенческого общежития. Я мог бы сделать вид, что занимался там исследованиями углов и всего такого прочего, но на самом деле я попросту убивал время. Это был хороший способ оттянуть тот момент, когда мне нужно было браться за решение заданных на очередную неделю задач, с которым я не мог справиться. Тем не менее бильярдный стол таит в себе множество интересной математики. И эта математика имеет самое прямое отношение к моему стремлению познать игральную кость.

Если запустить шар по бильярдному столу и отметить его траекторию, а затем запустить другой шар в направлении, очень близком к первому, то второй шар опишет траекторию, очень похожую на путь первого. Пуанкаре изначально считал, что тот же принцип применим и к Солнечной системе. Если отправить планету по слегка отличающейся траектории, то развитие Солнечной системы пойдет по очень похожему пути. Это интуитивно очевидно для многих из нас: малое изменение изначальной траектории планеты не должно привести к значительным изменениям пути ее движения. Но Солнечная система, по-видимому, играет на своем бильярде в несколько более интересную игру, чем я играл студентом.

Как это ни удивительно, если изменить форму бильярдного стола, то такое интуитивное представление окажется неправильным. Например, если запускать шары по столу, имеющему форму стадиона с полукруглыми торцами и прямыми боковыми сторонами, то их траектории будут разительно отличаться друг от друга, несмотря на то что шары были запущены в почти одном и том же направлении. Это визитная карточка хаоса – чувствительность к крайне малым изменениям начальных условий.



Две быстро расходящиеся траектории бильярдного шара на столе в форме стадиона

²⁵ Перевод А. В. Кубицкого.

Поэтому моя задача состоит в том, чтобы установить, предсказуемо ли падение игральной кости подобно обычной игре в бильярд, или же эта кость играет в бильярд хаотический.

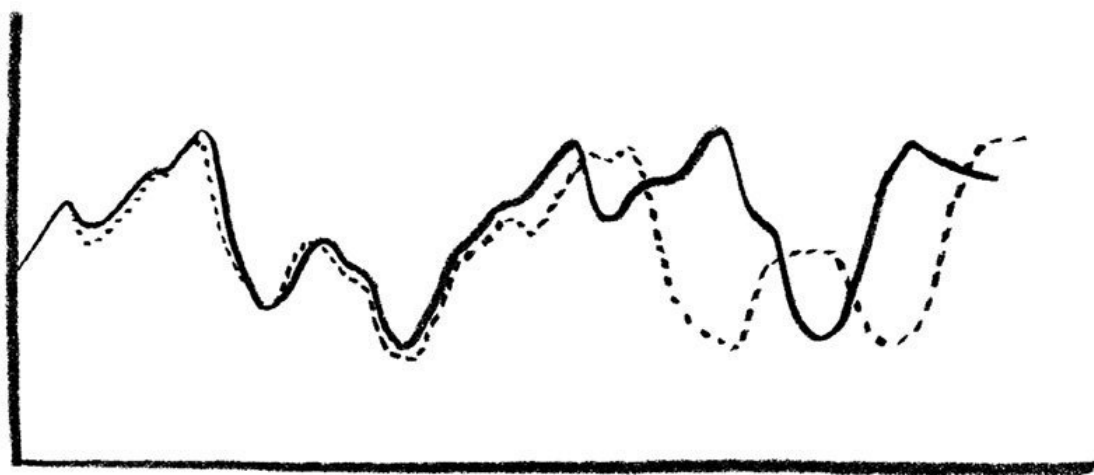
Дьявол после запятой

Хотя считается, что лавры отца хаоса принадлежат Пуанкаре, такая чувствительность многих динамических систем к малым изменениям была на удивление мало известна в течение многих десятилетий XX в. Собственно говоря, для обретения идеями хаоса более широкой известности потребовалось повторное открытие этого явления ученым Эдвардом Лоренцем, который, как и Пуанкаре, думал, что допустил какую-то ошибку.

В 1963 г., когда Лоренц, работавший в Массачусетском технологическом институте метеорологом, обсчитывал на своем компьютере уравнения изменения температуры динамической текучей среды, он решил, что одна из моделей требует более длительного обсчета. Он взял некоторые данные, полученные раньше, и снова ввел их в машину, собираясь перезапустить модель начиная с этой точки.

Вернувшись после чашки кофе, он с ужасом обнаружил, что компьютер не воспроизвел предыдущие результаты, а очень быстро выдал значительно расходящиеся с ними предсказания изменений температуры. Сначала он не мог понять, что происходит. Если ввести в уравнение то же самое число, на выходе не ожидаешь получить другой ответ. Но через некоторое время он понял, в чем было дело: он ввел не те же самые числа. В использованной им компьютерной распечатке данных значения были указаны с точностью до третьего знака после запятой, а вычисления проводились с точностью до шестого знака.

Хотя числа действительно отличались друг от друга, расхождения между ними были лишь в четвертом знаке после запятой. Трудно было ожидать, что это приведет к такой большой разнице, но Лоренца поразило то влияние, которое такое малое расхождение оказало на результат. Ниже показаны два графика, созданные с использованием одного и того же уравнения, но с чрезвычайно малым различием между данными, введенными в уравнение. В одном графике значение входного параметра равно 0,506127. Во втором графике оно округлено до 0,506. Хотя графики начинаются со сходных траекторий, их поведение очень быстро становится совершенно разным.



Модель, которую обсчитывал Лоренц, была упрощенным вариантом метеорологических моделей, анализирующих поведение атмосферных потоков под влиянием перепадов температуры. Его повторное открытие того, как малые изменения начального состояния системы могут оказать такое сильное влияние на исход, имело огромное значение для наших

попыток использовать математические уравнения для предсказания будущего. Как писал сам Лоренц:

Два состояния, между которыми имеются неощутимые различия, могут развиваться в существенно разные состояния. Любая ошибка в наблюдениях настоящего состояния – а в любой реальной системе такие ошибки представляются неизбежными – может сделать приемлемое предсказание состояния в отдаленном будущем невозможным.

Месть кузнечика

Когда Лоренц рассказал о своей находке коллеге, тот ответил: «Эдвард, если твоя теория справедлива, то один взмах крыльев чайки может навечно изменить ход истории».

Чайка в конце концов уступила место знаменитой теперь бабочке в 1972 г., когда Лоренц доложил о своем открытии Американской ассоциации содействия развитию науки²⁶ в докладе, озаглавленном «Может ли взмах крыльев бабочки в Бразилии вызвать торнадо в Техасе?».

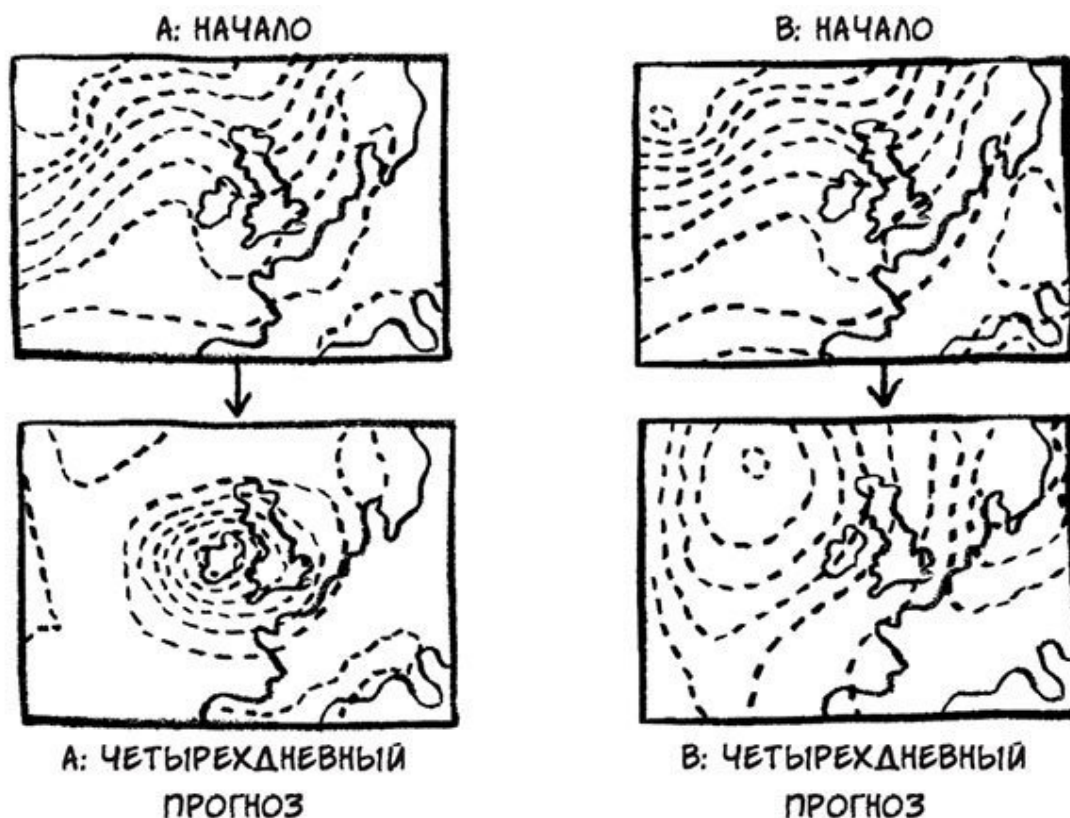
Интересно отметить, что и чайку, и бабочку, возможно, обогнал кузнечик. Оказывается, еще в 1898 г. профессор У. С. Франклин осознал то чудовищное влияние, которое сообщество насекомых может оказывать на погоду. Вот что он писал в рецензии на одну книгу:

Бесконечно малая причина может породить конечный эффект. Таким образом, долговременный подробный прогноз погоды невозможен, а единственное возможное предсказание представляет собой предположение о последующих тенденциях и свойствах шторма, выведенное на основе его предыдущих стадий; причем точность такого предсказания следует оценивать с учетом того, что полет кузнечика в Монтане может развернуть шторм, идущий на Филадельфию, в сторону Нью-Йорка!

Удивительное положение. Уравнения, открытые наукой, дают совершенно детерминистическое описание эволюции многих динамических систем, подобных погоде. И тем не менее во многих случаях предсказания, которые можно из них получить, нам недоступны, так как любые измерения положения или скорости полета частицы могут быть лишь приближениями к истинным условиям.

Именно поэтому, когда британская метеорологическая служба составляет прогноз погоды, она берет данные, зарегистрированные метеостанциями, разбросанными по всей стране, и, вместо того чтобы использовать их в уравнениях, метеорологи производят несколько тысяч модельных расчетов, варьируя данные в некотором диапазоне значений. В течение некоторого времени прогнозы остаются достаточно близкими, но начиная приблизительно с пятого дня от текущей даты результаты зачастую расходятся так далеко друг от друга, что один набор данных может предсказывать приход в Великобританию аномально жаркой погоды, в то время как изменение нескольких знаков после запятой дает предсказание ливней, которые затопят всю страну.

²⁶ American Association for the Advancement of Science, AAAS.



Исходя из почти одинаковых начальных условий, прогноз А предсказывает, что через четыре дня на всех Британских островах будут сильные ветры и дожди, а прогноз В – приход с Атлантики зоны высокого давления

Великий шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл сформулировал в своей книге «Материя и движение», опубликованной в 1873 г., важное отличие системы детерминистической, но непознаваемой: «Существует принцип, на который часто ссылаются: “Одинаковые причины всегда производят одинаковые следствия”»²⁷. Это безусловно справедливо в отношении математического уравнения, описывающего динамическую систему. Но Максвелл продолжает: «Существует другой принцип, который не следует смешивать с приведенным [выше]: “Подобные причины производят подобные следствия”». Это справедливо лишь в том случае, если небольшие изменения начальных условий производят лишь небольшие изменения в конечном состоянии системы». Ложность именно этого принципа выявило в XX в. открытие теории хаоса.

Такая чувствительность к малым изменениям начальных условий может сорвать мои попытки использовать выписанные мной уравнения для предсказания будущего игральной кости. Уравнения у меня есть, но могу ли я быть уверен в точности определения угла, под которым кубик вылетает из моей руки, скорости его вращения, расстояния до стола?

Конечно, не все так уж безнадежно. Бывают случаи, в которых малые изменения не приводят к разительным отклонениям результатов уравнений, как в примере траекторий на классическом бильярдном столе. Важно осознавать, когда познание невозможно. Прекрасный пример осознания момента, начиная с которого невозможно узнать, что произойдет дальше, был открыт математиком Робертом Мэем, когда он анализировал уравнения роста популяций.

²⁷ Здесь и далее цитаты из работы Максвелла даны в переводе под ред. Н. Н. Андреева.

Осознание невозможности познания

Мэй, родившийся в 1938 г. в Австралии, сначала учился физике и работал в области сверхпроводимости. Но в конце 1960-х гг. в его научной работе произошел резкий поворот, когда он познакомился с вновь образованным движением социальной ответственности в науке. Его интересы переместились с поведения групп электронов на более актуальные вопросы закономерностей динамики популяций животных. В то время биология еще не была естественной средой для человека с математическим складом ума, но работы Мэя впоследствии изменили это положение. Его великое открытие стало возможным благодаря сочетанию строгого математического образования, которое он получил как физик, и нового интереса к проблемам биологии.

В опубликованной в 1976 г. в журнале *Nature* статье под названием «Простые математические модели с чрезвычайно сложной динамикой»²⁸ Мэй рассмотрел динамику математического уравнения, описывающего циклический рост популяции. Он показал, что даже вполне невинно выглядящее уравнение может давать численные результаты с необычайно сложным поведением. Его формула популяционной динамики была не каким-нибудь сложным дифференциальным уравнением, а простым дискретным уравнением с обратной связью, которое мог обчислить кто угодно при помощи карманного калькулятора.

Уравнение динамики популяции с обратной связью

Рассмотрим популяцию животных, численность которой может варьироваться от нуля до некоторого гипотетического максимального значения, обозначенного N . Существует некоторая доля Y этого максимума (лежащая между 0 и 1), определяющая в уравнении, какая часть популяции выживет к следующему циклу с учетом воспроизводства и борьбы за пищевые ресурсы. Предположим, что коэффициент воспроизводства в каждом цикле равен r . Тогда, если доля максимальной численности популяции, выжившая к концу цикла, была равна Y , то численность следующего поколения составит $r \cdot Y \cdot N$.

Но выживут не все вновь появившиеся животные. Согласно этому уравнению, доля не выживших животных также будет равна Y . То есть из $r \cdot Y \cdot N$ животных, существовавших в начале цикла, умрет $Y(r \cdot Y \cdot N)$. Значит, всего к концу цикла останется в живых $(r \cdot Y \cdot N) - (r \cdot Y^2 \cdot N) = [r \cdot Y(1 - Y)] \cdot N$ животных, а доля максимальной численности популяции, существующая в текущем цикле, равна $r \cdot Y(1 - Y)$.

По сути дела, эта модель предполагает, что произведение численности выжившей к концу каждого цикла части популяции на постоянный коэффициент r , называемый коэффициентом воспроизводства, дает число животных, существующих в начале следующего цикла. Но необходимых для выживания ресурсов на всех не хватает. Поэтому уравнение вычисляет, какая часть этих животных доживет до конца цикла. Полученное число выживших животных снова умножают на коэффициент r , что дает численность следующего поколения. Интересная особенность этого уравнения состоит в том, что его поведение сильно зависит от выбора значения r , коэффициента воспроизводства. Некоторые значения r дают в высшей степени непредсказуемое поведение. Мы можем точно знать, как будут изменяться значения. Но существует некий предел, за которым они полностью выходят из-под контроля. Знание внезапно оказывается недостижимым, так как добавление всего одного лишнего животного может привести к резкому изменению динамики численности популяции.

²⁸ *Nature* 261 (5560), 1976: 459–467.

Например, Мэй выяснил, что при значениях r от 1 до 3 численность популяции в конце концов стабилизируется. В этом случае, каковы бы ни были начальные условия, численность будет постепенно стремиться к некоторому постоянному значению, зависящему от величины r . Это похоже на игру на бильярде, в центре которого устроена воронка. Куда бы я ни запустил шар, рано или поздно он окажется на дне воронки.

При r , больших 3, также обнаруживается участок предсказуемого поведения, но несколько другого типа. При значениях r от 3 до $1 + \sqrt{6}$ (что приблизительно равно 3,44949) численность популяции, по сути дела, скачет взад и вперед между двумя значени-

ями, зависящими от r . Когда r становится больше $1 + \sqrt{6}$, характер динамики попу-

ляции снова изменяется. При значениях r от $1 + \sqrt{6}$ до 3,54409 (точнее, до корня алгебраического уравнения 12-й степени) существуют уже четыре значения, которых периодически достигает численность популяции. При дальнейшем увеличении r таких значений становится 8, потом 16 и т. д. По мере роста r число разных значений каждый раз удваивается, пока мы не дойдем до порога, за которым динамика превращается из периодической в хаотическую.

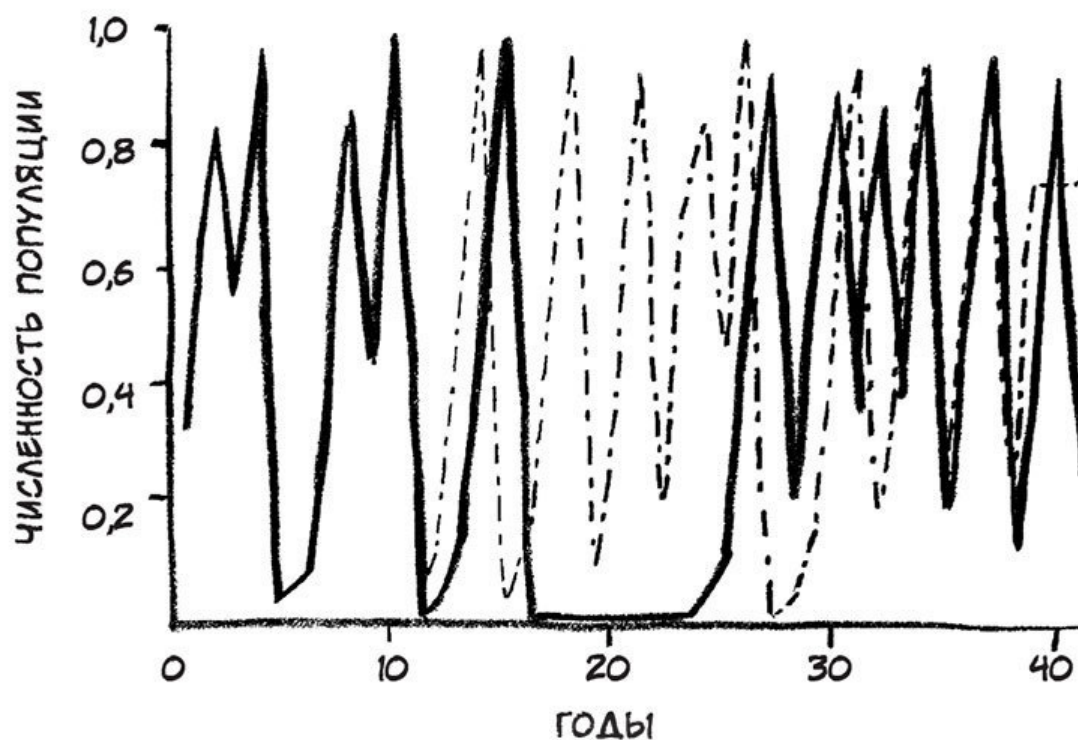
Мэй признает, что, когда он начал исследовать это уравнение, он не имел никакого представления о том, что происходит за этой точкой. Перед его кабинетом в Сиднее была доска, на которой он повесил объявление, обещавшее 10 австралийских долларов любому, кто сможет объяснить такое поведение системы. На доске он написал: «По-моему, полная неразбериха».

Он нашел ответ на свой вопрос во время поездки в Мэриленд – и тогда-то и был впервые использован термин «хаос»²⁹. Мэй выступал там на семинаре и рассказал об удвоении периода, признав, что дошел до такого места, после которого он вообще ничего не понимает. В зале был один математик, который понимал все. Джеймс Йорк никогда раньше не видел такого удваивающегося поведения, но зато он точно знал, что происходит на следующем участке. Он называл это хаосом.

При r , больших 3,56995 (точнее, предельной точки решений системы уравнений возрастающей степени), поведение становится чрезвычайно чувствительным к начальному состоянию популяции. Малейшее изменение исходной численности животных может привести к получению совершенно другого результата.

Однако, как выяснил Йорк, по мере дальнейшего увеличения r все еще могут встречаться участки регулярного поведения. Например, при $r = 3,627$ численность популяции снова становится периодической и колеблется между шестью разными значениями. С увеличением r 6 заменяется на 12, потом на 24 и так далее, каждый раз удваиваясь вплоть до нового наступления хаоса.

²⁹ Разумеется, тут имеется в виду математический термин. Само греческое слово *χάος* было известно, в том числе и в английском языке, за много веков до этого.



Две популяции с $r = 4$, исходное различие между численностью которых составляет одно животное на тысячу. Хотя в начале их поведение сходно, уже через 15 лет они ведут себя совершенно по-разному

Боб Мэй осознал, каким грозным предупреждением является такая простая система для тех, кто думает, что знает все: «Не только в научных исследованиях, но и в мире повседневной политики и экономики было бы гораздо лучше, если бы большее количество людей понимало, что простые системы далеко не всегда обладают простыми динамическими свойствами».

Политика хаоса

Сейчас Боб Мэй воплощает свои убеждения на практике. Точнее, мне следовало бы сказать «лорд Роберт Мэй, барон Оксфордский», как указал мне человек в цилиндре, встретивший меня у главного входа в палату лордов. В последние годы Мэй сочетает научную работу с активной политической деятельностью. Он стал членом межпартийной группы в палате лордов, и именно там я встретился с ним за обедом, чтобы узнать, насколько он преуспел в деле информирования политиков о влиянии хаотических систем на общество.

Когда человек в цилиндре и полицейские с автоматами провели меня в здание палаты лордов, Мэй уже ждал меня по другую сторону металлодетекторов и рентгеновских аппаратов. Мэя не интересуют все эти официальные титулы, так что он в своей простецкой австралийской манере по-прежнему просит называть его Бобом. «Виноват, я уже пообедал. Но я пойду с вами есть десерт, пока вы будете обедать». Пока я ел свою рыбу, он расправился с огромным куском фирменного шоколадного торта палаты лордов. Мэю 79 лет, но он все так же энергичен и целеустремлен; после своего второго обеда он спешил на заседание парламентской комиссии, рассматривающей последствия строительства новой железнодорожной ветки, которая должна соединить Лондон с северо-западом Англии.

До того как он стал членом палаты лордов, Мэй был главным научным консультантом сперва консервативного правительства Джона Мейджора, а затем и лейбористского кабинета Тони Блэра. Я поинтересовался, не слишком ли трудно было человеку, обычно не боящемуся говорить правду в глаза, балансировать на такой политизированной должности.

– На собеседовании мне сказали, что мне иногда придется защищать решения каких-нибудь министров; что я об этом думаю? Я ответил, что никогда и ни при каких обстоятельствах не буду отрицать факты. Вместе с тем я всегда достаточно хорошо выступал в игровых дискуссиях, когда тебе дают тему и ты должен по жребии отстаивать одну или другую из двух противоположных точек зрения. Поэтому я сказал, что всегда буду рад объяснить, как именно министр пришел к такому решению. Я просто не стану его поддерживать, если решение было неправильным.

Типичный ответ математика. Изложить аксиомы, использованные министром, а затем развернуть доказательство, которое привело его к данному выводу. Беспристрастный подход. Который, однако, не означает, что Мэй не имеет собственных твердых убеждений и не готов излагать свою точку зрения на обсуждаемую тему.

Мне было интересно узнать, как правительство справляется с теми затруднениями, которые теория хаоса создает для всех, кто пытается принимать политические решения. Как политики подходят к задаче предсказания будущего и управления им при наличии лишь частичного знания систем, которые они анализируют.

– Я думаю, это слишком радужное представление о том, что тут происходит. За очень редкими исключениями все они – люди очень эгоистичные, очень амбициозные, которых прежде всего интересует собственная карьера.

А что сам Мэй? Как повлияли сделанные им открытия на его мнение о роли науки в обществе?

– Это было очень странное ощущение. Конец ньютоновской мечты. Когда я заканчивал университет, считалось, что при помощи все более и более мощных компьютеров мы сможем получать все более и более точные прогнозы погоды, потому что мы знаем все уравнения и сможем построить еще более реалистичные модели Земли.

Но Мэй не согласен с попытками отрицателей изменения климата использовать теорию хаоса для подрыва дискуссии.

– Не верить в изменение климата на том основании, что прогнозам погоды нельзя доверять, – это примерно как не верить в приливы на том основании, что нельзя предсказать, когда на пляж Бонди-бич придет следующая волна.

В качестве иллюстрации того странного противоречия, которое существует между возможностью необыкновенно точного научного познания некоторых вещей и теорией хаоса, которая отказывает нам в познании многих частей природного мира, часто цитируют отрывок из пьесы «Аркадия» Тома Стоппарда. Один из главных героев, Валентайн, заявляет:

Нам легче предсказать, что произойдет на краю Галактики или внутри атомного ядра, чем узнать, будет ли дождь в воскресенье через три недели, когда тетушка будет принимать гостей в своем саду.

Мэй шутит, что его наиболее цитируемая работа – это не одна из резонансных статей, напечатанных в таких престижных научных журналах, как Nature, а театральная программка, которую он написал к первой постановке пьесы Стоппарда в лондонском Национальном театре. «Как бы в насмешку над всеми этими индексами цитирования как критерием значимости научного исследования».

Человеческое уравнение

На какие же великие нерешенные вопросы науки Мэй хотел бы получить ответ? Сознание? Бесконечная Вселенная?

— Я думаю, меня бы интересовало что-нибудь менее грандиозное, так что я бы скорее говорил о тех вещах, над которыми сейчас работаю. Я практически случайно занялся вопросами банковского дела.

Это было неожиданно. Хотя создание стабильной банковской системы казалось весьма узкой проблемой, Мэй недавно использовал свои модели распространения инфекционных заболеваний и динамики экологических пищевых сетей для изучения банковского кризиса 2008 г. В сотрудничестве с Эндрю Холдейном из Банка Англии он рассматривал финансовую сеть как экосистему. Это исследование показало, как финансовые инструменты, предназначенные для оптимизации прибыли отдельных организаций с, по-видимому, минимальным риском, могут тем не менее дестабилизировать банковскую систему в целом.

Мэй считает, что проблема не обязательно кроется в механике самого рынка. Дело скорее в том, что малозаметные события, происходящие на рынке, усиливаются и извращаются в результате взаимодействия с ними человека. Больше всего во всей этой банковской неразберихе его интригует возможность лучше регулировать такое эпидемическое распространение паники.

— Спрашивается, как учесть человеческое поведение в модели? Я не думаю, что психологию человека можно выразить математически. Мы играем в кости с собственным будущим. Но, если мы пытаемся предсказать исход броска костей, нам нужно знать, кому принадлежат эти кости.

Этого я не учел, когда пытался предсказать поведение моей кости из казино. Возможно, мне прежде всего следовало учесть, кто продал мне мою кость.

— Я думаю, что многие из крупных проблем общества находятся вне сферы действия естественных наук и математики. Спасения нам нужно ждать не от них, а от наук поведенческих.

Если оглянуться вокруг в столовой палаты лордов, можно наблюдать в действии весь спектр и всю сложность человеческого поведения. Они делают задачу математического описания взаимодействий даже в этом мельчайшем микрокосме человечества практически неразрешимой. Как объяснял французский философ Фернан Бродель, читая лекцию по истории своим товарищам по заключению в немецком лагере для военнопленных под Любеком, «существование каждого индивидуума подчинено и определено невероятным множеством вечно перекатывающихся игральные костей». Хотя поведение каждой отдельной кости непредсказуемо, существуют закономерности, проявляющиеся в долговременном поведении больших серий таких бросков. По мнению Броделя, именно это делает изучение истории возможным. «История действительно остается “бедной маленькой гадательной наукой”, пока она берет себе предметом рассмотрения отдельных людей [...], но ее методы и результаты становятся более рациональными, когда она изучает группы и повторяющиеся явления».

Но Мэй считает, что понимание истории и происхождения этого набора игральные костей не столь очевидно, как утверждает Бродель. Например, не вполне ясно, можем ли мы выяснить, как мы добрались до нынешней точки в своем эволюционном путешествии.

— Я назову вам один из вопросов, которые кажутся мне особенно интересными: попытки понять эволюционную траекторию рода человеческого на нашей планете. Повторяется ли та траектория, которой мы, по-видимому, следуем, на всех или многих других планетах, или же мы оказались на этой, а не на другой траектории в результате ранних флукту-

аций хаоса? Будем ли мы когда-нибудь знать достаточно, чтобы быть в состоянии спросить, неизбежна ли та катастрофа, к которой мы, как кажется, катимся, и существуют ли многочисленные планеты, обитатели которых, подобно мистеру Споку, менее эмоциональны и ярки, но более беспристрастны и логичны?

Пока мы не откроем другие обитаемые планеты и не сможем изучить их траектории, нам трудно будет установить, основываясь на единственном наборе данных под названием Земля, является ли порча экосистем неизбежным следствием эволюции.

— Я думаю, мы никогда не получим ответа на вопрос о том, случается ли то, что нас ожидает, на всех обитаемых планетах, или же бывают планеты, на которых этого не происходит.

На этом Мэй доел последние крошки своего шоколадного торта и снова погрузился в хаос парламентских комиссий и мелкой политической борьбы Вестминстера.

Последнее высказывание Мэя отсылает к проблеме, которую теория хаоса видит в знании не только будущего, но и прошлого. В том, что касается будущего, мы, по крайней мере, можем подождать и увидеть, каковы будут результаты действия хаотических уравнений. Но попытки вернуться в прошлое и понять, каким было состояние нашей планеты, породившее наше настоящее, столь же, если не более, трудны.

Возможно, для прошлого истинное познание невозможно еще в большей степени, чем для будущего.

Жизнь – случайный бросок кости?

Новаторские исследования Мэя рассматривали динамику численности популяции по мере смены циклов. Но что определяет, какие животные выживут, а какие умрут, не успев размножиться? Если верить Дарвину, все сводится просто к удачному броску эволюционных костей.

Модель эволюции жизни на Земле основана на той идее, что если существуют организмы, имеющие ДНК, то их потомство наследует ДНК родительских организмов. При этом некоторые части генетического кода ДНК могут быть подвержены случайным мутациям. Последние, по сути дела, и есть результат случайного броска эволюционных костей. Но в гипотезе Дарвина также содержится вторая важная идея – идея естественного отбора.

Некоторые из этих случайных изменений дают потомству большие шансы на выживание, в то время как другие являются помехой. Суть эволюции путем естественного отбора состоит в том, что особи с выгодными изменениями с большей вероятностью доживают до воспроизводства.

Допустим, например, что вначале у нас есть популяция короткошеих жирафов. Среда обитания наших жирафов изменяется таким образом, что большее количество пищи можно найти на деревьях, так что любой жираф, родившийся с более длинной шеей, имеет больше шансов выжить. Предположим, я брошу свою кость из Лас-Вегаса, чтобы определить шансы на мутацию для каждого из жирафов следующего поколения, родившегося после такого изменения среды. Если выпадет 1, 2, 3, 4 или 5, жираф получает шею той же или меньшей длины, а шестерка соответствует случайной мутации, которая вызывает удлинение шеи. Удачливые длинношеие жирафы получают пищу, а короткошеие жирафы не доживают до воспроизводства. Таким образом, только длинношеие жирафы получают возможность передать свою ДНК следующим поколениям.

В следующем поколении происходит то же самое. Если на кости выпадает 1, 2, 3, 4 или 5, то рост жирафа не превышает роста его родителей. Зато снова выпавшая шестерка позволяет ему подрасти еще немного. Более высокие жирафы опять выживают. Окружающая среда оказывается более благоприятна для жирафов, выкинувших шестерку. В конце

концов каждое следующее поколение оказывается чуть выше предыдущего до тех пор, пока дальнейший рост не перестает быть преимуществом.

То, что мы видим больше жирафов, предкам которых выпала шестерка, есть следствие именно такого сочетания случая и естественного отбора. Задним числом кажется, что выпадение такого количества шестерок подряд – редкая удача. Но дело в том, что других результатов броски кости мы просто не видим – такие жирафы не выжили. То, что выглядит как нечестная игра, на самом деле является результатом совместного действия случая и естественного отбора. Никакого замысла или жульничества тут нет. Серия из нескольких последовательных шестерок – это не полоса везения, а, собственно говоря, единственный возможный в этой модели результат.

Модель эта прекрасна в своей простоте, но с учетом сложности изменений окружающей среды и диапазона возможных мутаций такая простая модель может давать чрезвычайно сложные результаты, свидетельства чему можно видеть в том разнообразии видов, которое существует на Земле. Одна из причин, по которым я всерьез влюбился в биологию, состояла в том, что казалось невозможным объяснить, почему из этой эволюционной модели получились кошки и зебры, но не получились какие-нибудь другие странные животные. Выбор казался таким произвольным, таким случайным. Разве так честно?

В эволюционной биологии идет интересная дискуссия о том, насколько случайны те результаты эволюции, которые мы сейчас наблюдаем. Если отмотать историю жизни на Земле назад до некоторого момента и еще раз бросить кость, появятся животные, очень сходные с существующими или совершенно другие? Мэй поднял этот вопрос в конце нашего с ним обеда.

Действительно, некоторые части эволюционного процесса представляются неизбежными. Например, интересно отметить, что на протяжении эволюционной истории развитие глаза независимо повторилось от 50 до 100 раз. Таким образом, есть веские основания считать, что животные с глазами появлялись в результате разных бросков костей для разных биологических видов, независимо от того, что происходило вокруг них. Существует множество других примеров, показывающих, что некоторые черты, если они были выгодны, снова и снова всплывали на поверхность эволюционной трясины. Такие примеры можно видеть каждый раз, когда одна и та же черта возникает в нескольких разных частях животного мира. Например, эхолокация используется дельфинами и летучими мышами, но эта способность развилась у них независимо и в совершенно разных точках эволюционного дерева.

Однако неясно, насколько наша модель гарантирует такие результаты. Если на других планетах есть жизнь, похожа ли она хоть сколько-нибудь на те формы, которые развились на Земле? В этом состоит один из главных безответных вопросов эволюционной биологии. Как бы ни было трудно дать на него ответ, мне не кажется, что его следует относить к ряду непознаваемого. Возможно, мы никогда не получим на него ответа, но нет оснований считать, что ответ на него невозможен в принципе.

Откуда мы произошли?

В эволюционной биологии есть и другие важные нерешенные вопросы, которые могут претендовать на непознаваемость. Например, почему 542 миллиона лет назад, в начале кембрийского периода, на Земле произошло взрывное увеличение биологического разнообразия? До этого момента жизнь сводилась к одиночным клеткам, собиравшимся в колонии. Но в течение следующих 25 миллионов лет, сравнительно короткого по меркам эволюции периода, произошла быстрая диверсификация многоклеточной жизни, результатом которой было разнообразие, сходное с наблюдаемым ныне. У нас по-прежнему нет объяснений такой исключительно высокой скорости эволюции. Отчасти это связано с недостатком данных

этого периода. Сможем ли мы когда-нибудь получить такие данные, или же эта тайна так и останется нераскрытой?

Как правило, теория хаоса ограничивает то, что мы можем узнать о будущем. Но она может накладывать ограничения и на то, что мы можем знать о прошлом. Мы видим результаты, но, чтобы вывести из них причины, нужно было бы решить уравнения в обратную сторону. В отсутствие полных данных один и тот же принцип действует как в прямом, так и в обратном направлении. Мы можем обнаружить две существенно различающиеся начальные точки, способные привести к очень сходным результатам. Но мы не сможем узнать, из которой из таких отправных точек мы произошли.

Одна из величайших загадок эволюционной биологии касается самого начала развития жизни. Возможно, игра жизни благоприятствует выпадению шестерок на игровых костях эволюции, но как появилась сама эта игра? Была оценена вероятность случайного образования условий, необходимых для возникновения самовоспроизводящихся клеток. В некоторых моделях получается, что возникновение жизни эквивалентно 36 броскам игровой кости, в каждом из которых выпадает 6. Некоторые видят в этом доказательство необходимости существования создателя, подтасовавшего результаты игры. Однако они не осознают, о каком гигантском временном масштабе тут идет речь.

Чудеса бывают... если ждать их достаточно долго. На самом деле было бы удивительнее, если бы такие странные аномалии не случались. Дело в том, что аномалии часто бывают более видны. Их замечают, а на менее необычные результаты зачастую никто не обращает внимания.

Появление чудес в случайном процессе удобно рассмотреть на примере лотереи. 6 сентября 2009 г. в болгарской государственной лотерее выиграли следующие номера:

4, 15, 23, 24, 35, 42.

Четыре дня спустя выпали те же шесть номеров. Казалось бы, невероятное событие. Болгарское правительство тоже так решило и немедленно назначило расследование возможной коррупции. Однако правительство не учло того, что по всей планете каждую неделю проводится множество разных лотерей. Их проводят многие десятилетия. Если посчитать, получится, что удивляться скорее следует отсутствию таких поразительных на первый взгляд результатов.

Тот же принцип действует и в отношении условий возникновения самовоспроизводящихся молекул в первичном бульоне, из которого состояла Земля до появления жизни. Стоит смешать достаточно большое количество водорода, воды, углекислого газа и некоторых других органических газов и подвергнуть их воздействию молний и электромагнитного излучения – и даже в лабораторном опыте можно наблюдать возникновение органических материалов, встречающихся только в живых существах. Никому не удалось добиться самопроизвольного возникновения в лабораторных условиях чего-либо столь необыкновенного, как ДНК. Вероятность такого явления крайне мала.

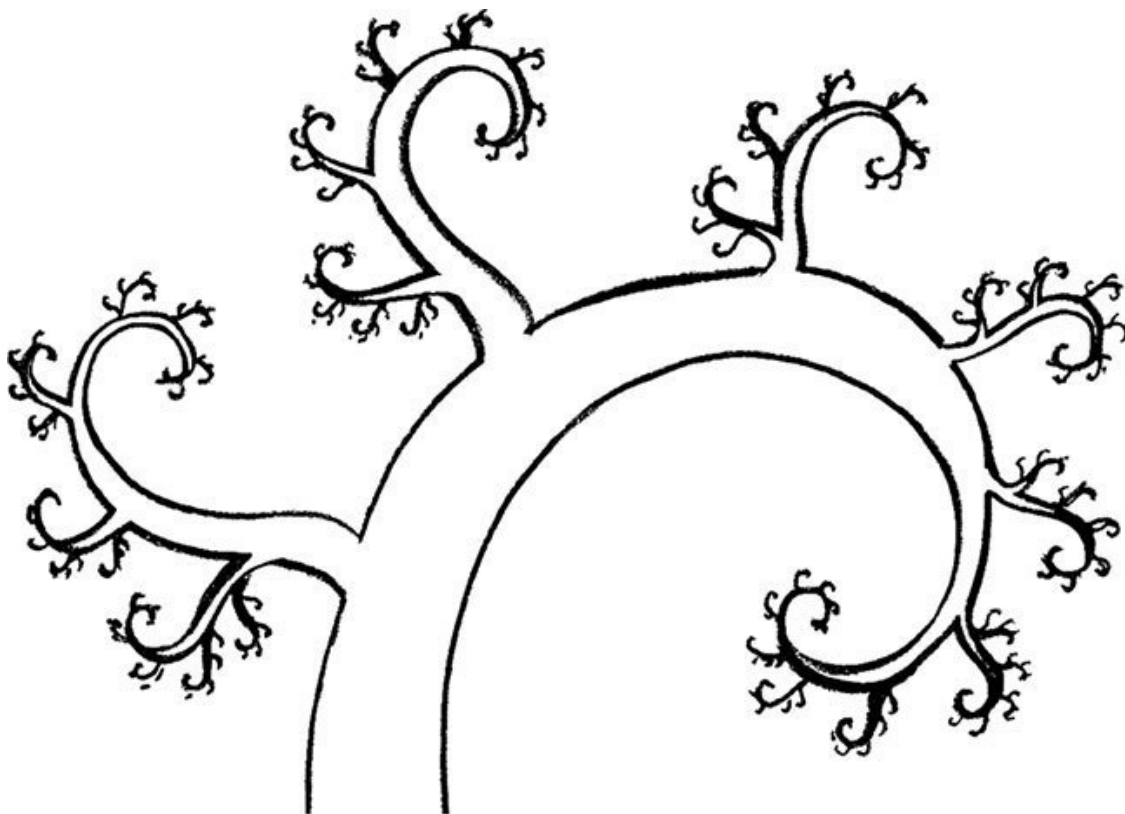
Но в том-то и дело, потому что с учетом существования во Вселенной миллиарда миллиардов – или около того – планет, пригодных для проведения такого эксперимента, и наличия приблизительно миллиарда лет на его проведение было бы более удивительно, если бы такая предельно малая вероятность возникновения чего-то подобного ДНК не осуществилась. Бросая 36 игровых костей в течение миллиарда лет на миллиарде миллиардов разных планет, наверняка можно получить один бросок, в котором на всех 36 костях выпадут шестерки. А уж дальше полученная самовоспроизводящаяся молекула будет способна размножаться самостоятельно, так что для запуска эволюции необходима всего одна счастливая случайность.

Проблема человека в отношении оценки вероятности чудес – таких как возникновение жизни – состоит в том, что наш разум плохо приспособлен для обращения с очень большими числами. Поэтому наши интуитивные представления о вероятности хромают.

Фрактальное дерево жизни

Однако в эволюции действует не только математика вероятностей. Дерево эволюции само по себе обладает одним интересным качеством, делающим его сходным с формами, возникающими в теории хаоса; это качество называется фрактальностью.

Дерево эволюции дает картину развития жизни на Земле. Продвижение по нему соответствует продвижению во времени. Каждое ответвление дерева означает развитие нового вида. Если ветвь заканчивается, это означает вымирание данного вида. Природа дерева такова, что его общая форма, как кажется, повторяется все в меньшем и меньшем масштабе. В этом и состоит характерная черта объектов, которые математики называют фракталами. В увеличенном виде любая малая часть дерева выглядит поразительно похожей на более крупные его структуры. Такое самоподобие означает, что понять, на каком масштабе мы рассматриваем дерево, очень трудно. Такова классическая особенность фрактала.



Фрактальное дерево эволюции

Фракталы обычно бывают геометрической визитной карточкой хаотических систем, так что наличие такой структуры говорит о том, что в эволюции работает динамика хаоса: малые изменения генетического кода могут порождать огромные расхождения результатов эволюции. Такая модель не обязательно противоречит идее конвергенции, поскольку даже в хаотической системе остаются точки, к которым стремится развитие модели. Такие точки называются аттракторами. Но она несомненно ставит под вопрос возможность воспроизведения того, что мы имеем сейчас на Земле, в случае повторного проведения эволюции. Био-

лог-эволюционист Стивен Джей Гулд утверждает, что, если заново проиграть ленту эволюции, результаты ее будут сильно отличаться от существующих. Этого обычно и ожидаешь от хаотической системы. Как и в случае погоды, чрезвычайно малые изменения начальных условий могут привести к разительно отличающемуся исходу.

Кроме того, Гулд ввел в оборот идею прерывистого равновесия, которая отражает тот факт, что биологические виды, судя по всему, остаются неизменными в течение долгих периодов, после чего с ними происходят кажущиеся чрезвычайно быстрыми эволюционные изменения. Было показано, что эта черта также характерна для хаотических систем. Наличие влияния хаоса на эволюцию выражается в том, что многие вопросы эволюционной биологии вполне могут оказаться среди того, чего мы не можем познать, из-за их связи с математикой хаоса.

Например, узнаем ли мы когда-нибудь, было ли развитие человека неизбежным в действующей модели эволюции? Анализ ДНК различных животных дает нам исключительно обширную информацию о том, как животные развивались в прошлом. Палеонтологическая летопись, несмотря на существующие в ней пробелы, также позволяет нам узнать о нашем происхождении. Но с учетом того временного масштаба, на котором происходит эволюция, мы не можем поставить эксперимент и заново прокрутить пленку развития жизни на Земле, чтобы посмотреть, не получится ли чего-нибудь другого. Когда мы найдем жизнь на других планетах (и если мы ее найдем), то получим новые наборы образцов для анализа. Но и до тех пор не все потеряно. Подобно тому как метеорологическая служба может составлять свои прогнозы, не имея возможности управлять реальной погодой, компьютерные модели могут проиллюстрировать различные возможные результаты работы эволюционного механизма, ускоряя время. Однако никакая модель не может быть лучше, чем гипотеза, положенная в ее основу. Если сама модель построена неправильно, она ничего не скажет нам о том, что на самом деле происходит в природе.

Именно на таких компьютерных моделях основываются попытки ответить на вопрос, над которым бился Пуанкаре, когда он открыл хаос: будет ли вообще существовать стабильная Земля, обращающаяся вокруг Солнца, на которой эволюция сможет продолжить свои азартные игры? Является ли наша Солнечная система устойчивой и периодичной, или же нам нужно бояться, что какой-нибудь кузнечик однажды разрушит нашу орбиту вращения вокруг Солнца?

Бабочка по имени Меркурий

Пуанкаре не смог ответить на вопрос о Солнечной системе, заданный королем Швеции, и выяснить, останется ли она в устойчивом равновесном состоянии или может разлететься в стороны в катастрофическом проявлении хаотического движения. Из его открытия, согласно которому некоторые динамические системы могут быть чувствительны к малым изменениям данных, следовало, что мы, судя по всему, не сможем точно узнать, какая судьба ожидает Солнечную систему, задолго до наступления каких-либо потенциально катастрофических событий.

Вполне возможно, что Солнечная система находится в безопасной, предсказуемой динамической области, подобной динамике численности популяции с низким коэффициентом воспроизводства. К сожалению, имеются данные, согласно которым мы не можем полагаться на эту утешительную математическую надежду. Новые компьютерные модели позволили получить новую информацию, в соответствии с которой Солнечная система все-таки находится в области, в которой господствует математика хаоса.

Измерить масштабы влияния малых изменений на результат можно, используя так называемый показатель Ляпунова. Например, в случае игры в бильярд на столах необычной

формы с их помощью можно определить, насколько катастрофичным будет влияние малых изменений на развитие траектории шара. Если система имеет положительный показатель Ляпунова, это означает, что малое изменение начальных условий порождает экспоненциальное расхождение траекторий. Этот показатель можно использовать в качестве определения хаоса.

Используя этот критерий, несколько групп ученых смогли подтвердить, что наша Солнечная система действительно хаотична. Они рассчитали, что расстояние между двумя изначально близкими орбитальными решениями возрастает в 10 раз каждые 10 миллионов лет. Этот временной масштаб, конечно, отличается от того, на котором мы не в состоянии предсказать погоду. Тем не менее это означает, что мы не можем получить определенных знаний о том, что случится с Солнечной системой за следующие 5 миллиардов лет.

Если вы теперь в отчаянии недоумеваете, можем ли мы знать хоть что-нибудь о будущем, вас, возможно, утешит то обстоятельство, что математика не вполне безнадёжна в том, что касается предсказаний. Есть одно событие, наступление которого через 5 миллиардов лет уравнения могут гарантировать, но событие это не радостное. Математические расчеты утверждают, что к этому моменту Солнце исчерпает запасы топлива и превратится в красного гиганта, поглотив в процессе Землю и другие планеты Солнечной системы. Но до тех пор, пока взрыв Солнца не поглотит Солнечную систему, мы обречены на попытки решить хаотические уравнения, чтобы узнать, какие планеты к моменту возникновения этого красного гиганта все еще останутся на своем месте.

А значит, если мы хотим узнать, что произойдет, то, как и в случае прогнозов погоды, мы вынуждены обсчитывать модели, варьируя точные значения положений и скоростей планет. Иногда такие прогнозы бывают довольно пугающими. В 2009 г. французские астрономы Жак Ласкар и Микаэль Гастино обработали несколько тысяч моделей будущего развития Солнечной системы. Их эксперименты выявили потенциальную бабочку: ею оказался Меркурий.

Моделирование развития начинают с ввода имеющихся у нас данных о положениях и скоростях планет до настоящего времени. Но определить эти данные со стопроцентной точностью трудно. Поэтому каждый раз, когда они запускали модель, они вносили в данные небольшие изменения. Вследствие влияния теории хаоса даже малые изменения могут породить существенные расхождения результатов.

Например, размеры эллиптической орбиты Меркурия известны астрономам с точностью до нескольких метров. Ласкар и Гастино обсчитали 2501 модель, изменяя эти размеры в диапазоне величиной менее сантиметра. Даже такие малые возмущения привели к потрясающим различиям в будущей судьбе Солнечной системы.

Можно было бы ожидать, что, если уж Солнечная система и будет разорвана на части, виновником этого окажется одна из больших планет, скажем Юпитер или Сатурн. Однако орбиты газовых гигантов чрезвычайно стабильны. Неприятностей следует ожидать от скалистых планет земного типа. В 1 % проведенных ими имитационных экспериментов наибольшая опасность была связана именно с маленьким Меркурием. Модели показывают, что орбита Меркурия может начать расширяться в результате некоего резонанса с Юпитером, причем существует возможность столкновения Меркурия с его ближайшим соседом, Венерой. В одной из имитаций чуть было не случившегося столкновения оказалось достаточно, чтобы вывести Венеру из равновесия, в результате чего Венера столкнулась с Землей. Даже прохождение вблизи других планет может привести к возникновению таких приливных сил, воздействие которых будет катастрофично для жизни на нашей планете.

Речь тут не идет о простом случае абстрактных математических рассуждений. Свидетельства таких столкновений наблюдались на планетах, обращающихся вокруг двойной звезды Ипсилон Андромеды. Странность их нынешних орбит можно объяснить только

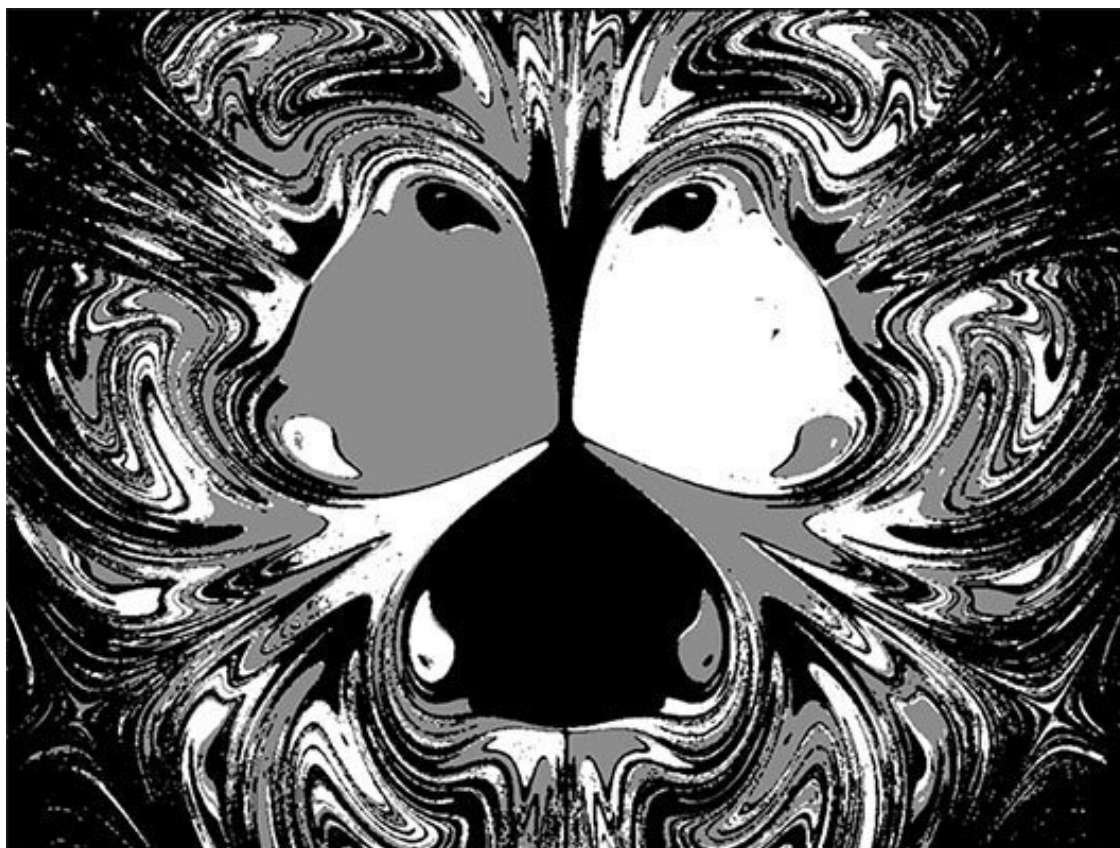
выбросом какой-то невезучей планеты, произошедшим когда-то в прошлом этой звезды. Но не спешите убегать и прятаться: согласно этим моделям, момент, в который Меркурий может начать свои шалости, наступит еще через несколько миллиардов лет.

Бесконечная сложность

Каковы же наши шансы предсказать результаты броска кости, лежащей передо мной? Лаплас сказал бы, что если мне известны размеры кубика, распределение его атомов, скорость, с которой он брошен, и его взаимодействие с окружающей средой, то вычисление точки его остановки теоретически возможно.

Открытия Пуанкаре и тех, кто пришел после него, обнаружили, что различия в нескольких знаках после запятой могут определить, упадет ли кость шестеркой или двойкой. Хотя возможных исходов броска игральной кости существует всего шесть, начальные данные могут варьироваться в потенциально непрерывном диапазоне значений. Тогда, очевидно, должны существовать точки, в которых чрезвычайно малое изменение переключает результат броска с шестерки на двойку. Но какова природа таких переходов?

Компьютерные модели могут производить прекрасные визуальные представления, позволяющие составить понятие о чувствительности различных систем к начальным условиям. Рядом с игральной костью из Лас-Вегаса у меня стоит классическая настольная игрушка, в которую я могу играть часами. Она состоит из металлического маятника, который притягивают три магнита, покрашенные в белый, черный и серый цвет. Анализ динамики этой игрушки дает картинку, которая отражает конечное положение маятника при движении из всех точек квадратного основания игрушки. Покрасим точку белым, если маятник, запущенный из этой точки, в конце концов оказывается притянут к белому магниту. Точно так же покрасим серым или черным точки, из которых маятник попадает на серый или черный магнит. Получится вот такая картинка:



Как и в случае популяционной динамики, тут есть совершенно предсказуемые области. Если движение маятника начинается вблизи одного из магнитов, к этому магниту маятник и притягивается. Но по мере приближения к краям картинке мы оказываемся на гораздо менее предсказуемой почве. И действительно, такая картинка дает нам пример фрактала.

На ней есть участки, на которых не существует простого перехода от черного к белому. Если увеличивать изображение, картинка никогда не станет областью, заполненной одним цветом. Сложность рисунка сохраняется на всех масштабах.

Одномерный пример такой картинке можно соорудить следующим образом. Начертим отрезок единичной длины и для начала закрасим одну его половину черным, а другую – белым. Затем возьмем половинный участок между точками 0,25 и 0,75 и перевернем его. Теперь возьмем половину перевернутого участка, расположенную в его середине, и перевернем ее еще раз. Если повторять эту операцию до бесконечности, предсказанное поведение вокруг точки 0,5 становится чрезвычайно чувствительно к малым изменениям. Не существует такого участка, содержащего точку 0,5, который был бы закрашен одним цветом.



Существует более замысловатый вариант этой картинки. Возьмем снова отрезок единичной длины. Сотрем центральную треть отрезка. У нас остались два черных отрезка, разделенные белым промежутком. Сотрем теперь центральную треть каждого из черных отрезков. Получаем черный отрезок длиной $1/9$, белый отрезок длиной $1/9$, черный отрезок длиной $1/9$, затем белый отрезок длиной $1/3$, который был стерт на первом шаге, а потом опять: белый – черный – белый.

Вы, наверное, уже догадались, что нужно сделать дальше. На каждом шаге мы стираем центральную треть всех черных отрезков. И так до бесконечности. Полученная картинка называется канторовым множеством по имени немецкого математика Георга Кантора, с которым мы еще встретимся на последнем «рубеже», когда будем рассматривать то, что мы знаем о бесконечности. Предположим, что такое канторово множество определяет конечное положение маятника в моей настольной игрушке. Перемещая маятник вдоль этой линии, я выясняю, что на некоторых участках такая картинка предсказывает чрезвычайно сложное поведение.

Довольно странный расчет показывает, что суммарная длина стертой линии равна 1. Но внутри отрезка по-прежнему остаются черные точки: точка с координатой $1/4$ не будет стерта никогда, так же как и точка $3/10$. Однако такие черные точки не изолированы. На любом участке, окружающем черную точку, всегда находится бесконечно много черных и белых точек.

Как выглядит динамика игровой кости? Фрактальна ли она и, следовательно, непознаваема? Сначала я предположил, что поведение кости должно быть хаотичным. Однако недавние исследования обнаружили нечто неожиданное.

Знай свою кость

Недавно группа польских исследователей проанализировала бросок игровой кости с математической точки зрения и, используя высокоскоростную киносъемку, выяснила, что наша кость может быть не столь хаотичной и непредсказуемой, как мы опасались. В эту исследовательскую группу, работающую в Лодзи, входят отец с сыном Томаш и Марцин Капитаняки, а также Ярослав Стржалко и Юлиуш Грабский. В своей статье, опубликованной в журнале *Chaos* в 2012 г.³⁰, группа приводит картинки, сходные с полученной для магнитного маятника, но с более сложными начальными положениями, которые учитывают угол, под которым был брошен кубик, а также его скорость. Поведение кости можно считать предсказуемым, если в большинстве точек получившейся картинки кость падает той же стороной при малом изменении начальных условий. Такую картинку, например, можно раскрасить в шесть цветов, соответствующих шести граням кубика. Картинку можно считать фрактальной, если при любом увеличении масштаба по-прежнему можно видеть области, содержащие по меньшей мере два цвета. Если таких признаков фрактальности не видно, то поведение кости предсказуемо.

Модель, которую использовала польская группа, предполагала, что кость идеально уравновешена – так же, как та кость, которую я привез из Лас-Вегаса. Оказалось, что сопротивлением воздуха можно пренебречь, так как оно крайне мало влияет на полет кубика. Когда кость ударяется об стол, некоторая часть ее энергии рассеивается и после достаточного числа соударений кость теряет всю свою кинетическую энергию и останавливается.

Трение кубика об стол также играет важную роль, поскольку в первых нескольких соударениях кость с высокой вероятностью скользит по столу, а при последующих отскоках скольжение прекращается. Однако в модели, которую изучала польская группа, поверхность

³⁰ *Chaos* 22 (4), 2012: 047504.

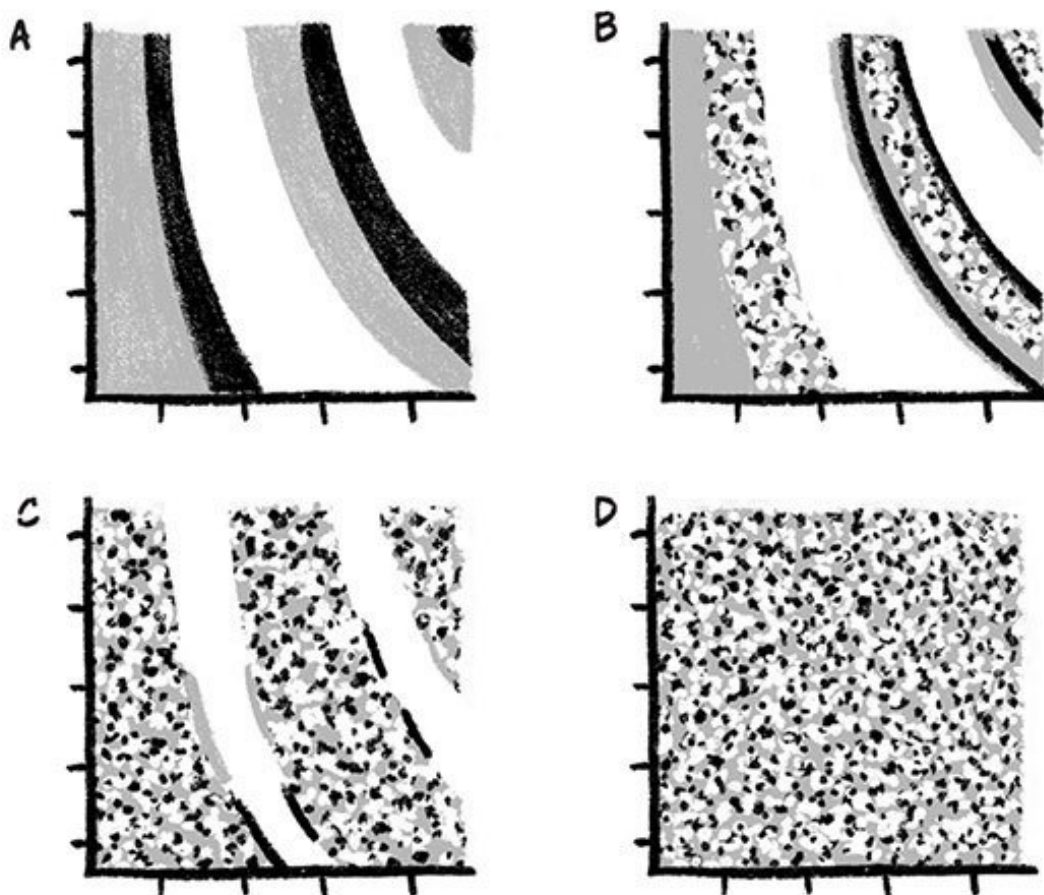
стола считалась лишенной трения, так как наличие трения делает динамику слишком сложной для расчетов. Таким образом, можно представить себе игральную кость, которую бросают на лед.

Я уже выписал уравнения движения кости во время ее полета в воздухе, основанные на законах движения Ньютона. В представлении польской группы они оказались не слишком сложными. А вот уравнения изменения динамики после соударения со столом выглядят довольно пугающе: они занимают в ее статье целых десять строк.

Исследователи выяснили, что, если количество энергии, рассеиваемой при соударении со столом, достаточно велико, распределение исходов бросков кости не обладает фрактальными свойствами. Это означает, что при достаточно высокой точности установления начальных условий результаты броска игровой кости предсказуемы и воспроизводимы. Можно предсказать, например, что зачастую кость будет останавливаться на той грани, которая была нижней в момент броска. То есть поведение игровой кости, геометрически правильной в статическом состоянии, может оказаться отличным от чисто случайного, если учесть ее динамику.

Однако при увеличении жесткости стола, которое приводит к уменьшению рассеяния энергии и, следовательно, к росту числа отскоков кубика, можно увидеть появление фрактальных свойств.

На этих картинках рассматриваются изменения двух параметров: высоты, с которой бросают кость, и вариаций угловой скорости вращения вокруг одной из осей. Чем меньше энергии рассеивается при соударении со столом, тем более хаотичным получается поведение кости и тем больше кажется, что судьбу моей игровой кости все-таки определяет воля богов.



По мере продвижения от (a) к (d) рассеяние энергии на столе уменьшается, что приводит к усилению фрактальных свойств результатов броска игральной кости

Играет ли Бог в кости?

Вернемся к задаче определения Бога как всего того, что мы не можем познать. Теория хаоса утверждает, что узнать будущее некоторых систем уравнений невозможно, так как они слишком чувствительны к малым неточностям. В прошлом боги не были сверхъестественным разумом, существующим вне системы; они были реками, ветром, огнем, лавой – то есть тем, что нельзя было предсказать или покорить. Тем, в чем существует хаос. Математика XX в. показала, что эти древние боги по-прежнему с нами. Существуют природные явления, которые никогда не будут укрощены и познаны. Теория хаоса предполагает, что наше будущее во многих случаях непознаваемо из-за его зависимости от мельчайших подробностей положения вещей в настоящем. Поскольку мы не можем получить полного знания настоящего, теория хаоса не позволяет нам познать будущее. По меньшей мере до тех пор, пока это будущее не станет настоящим.

Это не значит, что все аспекты будущего непознаваемы. Очень часто мы оказываемся в нехаотических областях, в которых малые флуктуации не оказывают большого влияния на результат. Именно поэтому математика смогла стать таким могущественным средством предсказания и планирования. В таких случаях мы знаем будущее. Но в других ситуациях получить такое знание мы не можем, хотя это неизвестное будущее в какой-то момент несомненно повлияет на нашу жизнь.

Интересно отметить, что некоторые богословы, разбирающиеся в науке и пытающиеся сформулировать научные объяснения возможности деятельности сверхъестественного разума в нашем мире, пытались представить тот пробел, который создает хаос, местом существования такого разума, влияющего на будущее.

Один из таких религиозных исследователей – это занимающийся квантовой физикой теоретик Джон Полкинхорн. Этот ученый, работающий в Кембридже, являет собой редкий пример разума, сочетающего строгость естественнонаучного образования с несколькими годами обучения на христианского священника. Мы еще встретимся с Полкинхорном на третьем «рубеже», когда будем рассматривать непознаваемость, присущую области его работы – квантовой физике. Но его также интересует тот создаваемый математикой хаоса пробел в знании, который дает его Богу возможность влиять на будущее человечества.

Полкинхорн предположил, что именно при помощи неопределенностей, заложенных в теории хаоса, сверхъестественный разум может действовать, не нарушая законов физики. Теория хаоса утверждает, что мы никогда не сможем знать начальные условия с точностью, достаточной для использования детерминистических уравнений, что позволяет существовать представлению Полкинхорна о божественном вмешательстве, которое подстраивает явления так, чтобы они оставались в соответствии с нашими частичными знаниями, но в то же время оказывает влияние на их результаты.

Полкинхорн неизменно подчеркивает, что применение таких предельно малых данных для осуществления каких-либо изменений требует абсолютно всеобъемлющего вмешательства свыше. Речь должна идти не о «Бог в деталях», а о Боге всеведущем. Поскольку теория хаоса утверждает, что даже положение одного электрона на другом конце Вселенной может оказать влияние на всю систему, то, чтобы управлять происходящим, необходимо располагать полным, всеобъемлющим знанием всей этой системы – то есть всей Вселенной. Нельзя выделить часть Вселенной и пытаться делать предсказания на основе этой части. Поэтому использование такой трещины в том, что нам неизвестно, требует знания всего целого.

Теория хаоса детерминистична, так что это не попытка использовать случайность, присущую, например, квантовой физике, в качестве средства влияния на результаты. По мнению Полкинхорна, способ решения задачи квадратуры круга детерминизма и оказания влияния на систему состоит в использовании зазора между эпистемологией и онтологией, между тем, что мы знаем, и тем, что соответствует истине. Раз мы не можем получить полное описание состояния Вселенной на данный момент, то, с нашей точки зрения, детерминированности нет. Есть множество разных сценариев, совпадающих с нашим объективным описанием того, что мы сейчас знаем об устройстве Вселенной. Полкинхорн считает, что это дает Богу возможность вмешиваться в любой точке времени, перекидывая систему из любого сценария в любой другой, причем мы остаемся в неведении относительно таких перемещений. Но, как мы уже видели, теория хаоса утверждает, что такие малые перемещения могут приводить к огромным изменениям результатов. При этом Полкинхорн старательно подчеркивает, что переходы между системами допустимы, если речь идет только об изменениях информации, а не энергии. Правила запрещают нарушать законы физики. Как говорит сам Полкинхорн: «Ни смена времен года, ни чередование дня и ночи отброшены не будут».

Даже если вы находите такую идею чересчур замысловатой (как нахожу ее я), сходный принцип, возможно, лежит в основе нашего ощущения воздействия мира. Вопрос свободы воли тесно связан с вопросами философии редукционизма. Свобода воли в большинстве случаев описывает невозможность какого-либо значимого сведения к атомистической картине мира. Поэтому создание системы, в которой мы обладаем свободой воли, кажется логичным, так как на уровне взаимодействия человека со Вселенной она представляется именно свободной. Если бы устройство мира было столь очевидно детерминистическим, допускающим лишь малые вариации при неощутимых изменениях, мы не считали бы, что обладаем свободой воли.

Замечательно, что тот самый Ньютон, который внушил нам веру в детерминистическую Вселенную с часовым механизмом, также полагал, что в его уравнениях найдется место для божественного вмешательства. Он писал о своей вере в то, что время от времени, когда развитие событий кажется отклоняющимся от верного курса, Бог бывает вынужден заново запускать Вселенную. Это вовлекло его в яростный спор с немецким соперником, математиком Готфридом Лейбницем, который не понимал, почему бы Бог не мог с самого начала устроить все наиболее совершенным образом:

Сэр Исаак Ньютон и его последователи придерживаются также весьма странного мнения о роли Бога. Согласно их доктрине, Господь Всемогуший должен время от времени заводить свои часы – иначе они перестанут ходить. По-видимому, его предусмотрительности не хватило на то, чтобы сделать их движение вечным.

На грани хаоса

Ньютон и его математика дали мне ощущение того, что я могу познать будущее, не ожидая, пока оно станет настоящим. То, сколько раз я слышал цитату из Лапласа о возможности познания всего благодаря уравнениям движения, свидетельствует о широко распространенной среди ученых уверенности в теоретической возможности познания Вселенной.

Математика XX в. обнаружила, что теория не всегда может быть реализована на практике. Даже если и справедливо утверждение Лапласа о том, что полное знание современного состояния Вселенной в сочетании с математическими уравнениями может привести к полному познанию будущего, мы никогда не сможем получить такого полного знания. Шокирующее открытие теории хаоса XX в. состоит в том, что даже приближение к такому знанию нам не поможет. Расходящиеся траектории хаотического бильярда означают, что,

поскольку мы не можем узнать, на какой из траекторий находимся, наше будущее так и останется непредсказуемым.

Теория хаоса утверждает, что существуют вещи, которые мы никогда не сможем познать. Та самая математика, от которой я так надеялся получить полное знание, привела к прямо противоположному результату. Но положение не вполне безнадежно. Во многих случаях уравнения нечувствительны к малым изменениям и, следовательно, позволяют предсказывать будущее. В конце концов, именно так нам удалось посадить космический аппарат на пролетающую мимо комету. И не только: как показывает работа Боба Мэя, математика даже может помочь нам узнать, чего именно мы не можем узнать.

Но одно открытие, сделанное в конце XX в., поставило под вопрос даже и основополагающее положение Лапласа о теоретической предсказуемости будущего. В начале 1990-х гг. аспирант по имени Ся Чжихун доказал, что пять планет можно расположить таким образом, что, когда они будут отпущены, гравитационное притяжение вынудит одну из планет вылететь из системы и достичь бесконечной скорости за конечное время³¹. Хотя никакого столкновения планет не происходит, уравнения неизбежно предсказывают результаты, катастрофические для обитателей такой несчастливой планеты. Того, что происходит после этого момента, уравнения предсказать не могут.

Открытие Ся оспаривает мнение Лапласа о том, что уравнения Ньютона предполагают возможность познания будущего при наличии полного знания настоящего, на самом фундаментальном уровне, потому что даже уравнения Ньютона не могут предсказать, что случится с этой несчастной планетой после того, как она достигнет бесконечной скорости. Теория достигает в этом месте сингулярности, и никакие дальнейшие предсказания не имеют смысла. Как мы увидим на следующих «рубежах», соображения теории относительности ограничивают физическое осуществление такой сингулярности, так как несчастная планета в конце концов достигнет скорости света в вакууме, на которой, как было показано, теория Ньютона является лишь приближенным представлением реальности. И тем не менее этот пример показывает, что для познания будущего одних уравнений недостаточно.

Интересно послушать, что говорил Лаплас на смертном одре. Видя, как его собственная сингулярность приближается к нему, оставляя ему лишь ограниченное время, он тоже признал: «То, что мы знаем, невелико, а то, чего мы не знаем, огромно»³². XX век показал, что даже если мы узнаем многое, размеры того, чего мы не знаем, останутся огромными.

Оказывается, однако, что непознаваемо не только внешнее поведение планет и играль-ных костей. Более глубокое внутреннее исследование моей кости из казино порождает новые сомнения в существовании детерминистической Вселенной с часовым механизмом, в которую верил Лаплас. Когда ученые заглянули внутрь игровой кости, чтобы понять, из чего она состоит, они обнаружили, что знание положений и перемещений частиц, составляющих такую кость, невозможно даже теоретически. Как мы увидим на двух следующих «рубежах», даже поведение самих частиц, образующих мою красную игральную кость из Лас-Вегаса, может управляться игрой случая.

³¹ Annals of Mathematics 135, 1992: 411–468.

³² *Ce que nous connaissons est peu de chose, ce que nous ignorons est immense*. Широко распространенный русский перевод этой цитаты – «То, что мы знаем, – ограничено, а то, чего мы не знаем, – бесконечно» – не точен. Лаплас ничего не говорит об ограниченности и неограниченности.

Рубеж второй: Виолончель

3

Всякий принимает пределы своего собственного поля зрения за пределы мира.

Артур Шопенгауэр

Когда я начинал учиться в средней школе, наш учитель музыки спросил, хочет ли кто-нибудь из класса научиться играть на музыкальном инструменте. Руки подняли мы трое. Учитель подвел нас к шкафу, чтобы показать, какие инструменты можно выбрать. В совершенно пустом шкафу лежали стопкой три трубы.

– Судя по всему, вы будете учиться играть на трубе.

Я не жалею о своем выборе (хотя никакого выбора и не было). Я отлично провел время, играя в городском оркестре и дурачась в группе медных духовых оркестра графства, пока мы отсчитывали такты паузы. Но все-таки я немножко завидовал струнным: казалось, что они играли все время и именно им доставались лучшие мелодии. Несколько лет назад меня спросили в интервью на радио, на каком новом музыкальном инструменте я хотел бы научиться играть, будь у меня такая возможность, и какое произведение я бы хотел сыграть на нем.

– На виолончели. Сюиты Баха.

Этот вопрос продолжал меня преследовать и после интервью: могу ли я научиться играть эти прекрасные сюиты для виолончели? Может быть, осваивать новый инструмент было уже слишком поздно, но мне нужно было это узнать. И я купил себе виолончель.

Сейчас, когда я пишу о попытках предсказать результат броска игровой кости, виолончель стоит у меня за спиной. Когда мне нужно отвлечься от анализа уравнений, которые управляют поведением красного кубика, лежащего у меня на столе, я начинаю мучить одну из джиг из первой сюиты для виолончели. Я чувствую, как Бах переворачивается в гробу, но мне это занятие нравится.

Одна из увлекательных возможностей игры на виолончели заключается в скользящем движении пальца вверх по струне для получения непрерывного глиссандо разных нот. На трубе такого не сделаешь – это инструмент отдельных нот, соответствующих разным комбинациям нажатых клапанов. Оказывается, что борьба между непрерывным глиссандо виолончели и дискретными нотами трубы тоже имеет отношение к моим попыткам предсказать поведение игровой кости.

Увеличение картинки

Чтобы предсказать, как может упасть кость, нужно знать, из чего она сделана. Если плотность ацетатного пластика в одном из углов кубика выше, чем в других, то одна из сторон будет выпадать чаще других. Поэтому, чтобы попытаться применить законы Ньютона к летящей в воздухе кости, нужно знать, как она сделана. Непрерывна ли ее структура, или же, если присмотреться, она собрана из отдельных деталей?

Если я смирюсь с пределами моего зрения в соответствии с цитатой из Шопенгауэра, приведенной в начале этого «рубежа», то я увижу только сплошной красный ацетат, из которого сделана кость. Однако при помощи оптического микроскопа я могу увеличить кость в 1500 раз, до размеров большого здания. Заглянув внутрь такой огромной кости, я по-преж-

нему мало что узнаю о тайнах ее строения. Все по-прежнему выглядит довольно гладким и непрерывным.

Микроскопы, использующие различные части электромагнитного спектра, появившиеся в XX в., позволили ученым получать изображения с увеличением, в 1000 раз большим. Теперь моя игральная кость простирается от одного конца Лондона до другого. И на этом уровне увеличения она выглядит более зернистой. На смену ощущению непрерывной структуры приходит нечто более дискретное. Современные электронные микроскопы позволяют увеличить изображение еще в 10 раз, и тогда я смогу различать атомы углерода и водорода, которые, как мне известно, составляют часть ингредиентов ацетатного пластика, из которого изготовлена моя кость.

Интересно, что ученые сформулировали атомарное представление о строении материи задолго до того, как у меня появилась возможность увидеть эти атомы под электронным микроскопом в лаборатории, расположенной через дорогу от моей кафедры математики. И именно сочетание математической и теоретической точек зрения с физическим видением мира дает лучшие средства познания того, из чего сделана эта кость.

Однако атомы, в том числе водорода, кислорода и углерода, оказались не столь атомарными³³, как предполагает их название. Я знаю, что за атомной структурой, видимой под электронным микроскопом, существует более глубокая внутренняя структура. Атомы уступают место электронам, протонам и нейтронам. Место протонов и нейтронов, в свою очередь, занимают кварки. В 2013 г. при помощи квантовых микроскопов даже удалось получить изображения электронных орбиталей возле ядра атома водорода. Но существует ли теоретический предел той глубины, которой я могу достигнуть в исследовании внутреннего строения своей кости?

Например, что случится, если я буду все время разрезать и разрезать кость пополам? До чего я могу дойти? С математической точки зрения я не вижу никаких проблем: если у меня есть число, его можно делить на два сколько угодно раз:

1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16 ...

Математика не определяет точки, в которой мне пришлось бы остановиться. Однако если я возьму реальную игральную кость, которая лежит у меня на столе, и разрежу ее пополам, а потом еще раз пополам, как далеко я смогу зайти?

Противоречия между непрерывной и дискретной природой материи, между математическими возможностями и ограничениями, налагаемыми физической реальностью, бушуют уже многие тысячелетия. Под какую музыку танцует Вселенная – под звуки трубы или под глассандо виолончели?

Музыка сфер

Откуда я знаю про электроны и кварки, которые считаются последним уровнем строения моей игровой кости? Я их никогда не видел. Если спрошу себя, как я, собственно, узнал о них, я отвечу, что столько раз о них слышал и читал, что уже и не помню, как и откуда. И вообще, говорили ли мне когда-нибудь, откуда мы о них знаем? Например, я знаю еще, что самая высокая гора – это Эверест. Я знаю об этом только потому, что достаточно много раз об этом слышал. Так что, прежде чем выяснять, существует ли что-то кроме этого уровня, следовало бы понять, как мы пришли к этим составным элементам.

Читая историю, с удивлением обнаруживаешь: убедительные доказательства того, что такие объекты, как моя кость, не просто имеют непрерывную структуру, а состоят из дис-

³³ Слово «атом» происходит от греческого *ἄτομος*, т. е. «неразрезаемый, неделимый».

кретных элементов, называемых атомами, были получены всего чуть более столетия назад. Но хотя это открытие было сделано сравнительно недавно, интуитивное ощущение такого положения вещей возникло тысячи лет назад. Индусы считали, что материя состоит из основных атомов, соответствующих вкусу, запаху, цвету и осязанию. Они разделяли атомы на бесконечно малые, не занимающие никакого места, и другие, «крупные» и занимающие конечное пространство, – и, как мы увидим дальше, рассматривая современную модель строения вещества, эта теория была чрезвычайно прозорливой.

На Западе атомистическую философию природы первыми предложили древние греки, придерживавшиеся редукционистской точки зрения, согласно которой физическая реальность может быть сведена к фундаментальным блокам, из которых состоит вся материя. Такие атомы невозможно разделить на меньшие составляющие, и их свойства не должны зависеть от какого-либо еще более сложного внутреннего строения. Одним из источников такой веры во Вселенную, составленную из отдельных блоков, было убеждение пифагорейской школы в том, что число является ключом к объяснению тайн Вселенной.

Вера в могущество целых чисел проистекает из довольно замечательного открытия, приписываемого самому Пифагору: оно состояло в том, что число лежит в основе музыкальной гармонии, которую использует как виолончель, так и труба. Говорят, что его прозрение случилось, когда он проходил мимо кузницы и услышал в стуке молота сочетание гармоничных нот (мы не знаем, можно ли верить этой и другим подобным историям о Пифагоре и даже существовал ли вообще такой человек, или же он был выдуман последующими поколениями для пропаганды новых идей).

Как бы то ни было, согласно этой истории, он вернулся к себе домой и стал экспериментировать с нотами, получаемыми на струнном инструменте. Взяв вибрирующую струну виолончели, я могу получить непрерывную последовательность нот, постепенно перемещая палец в сторону подставки. Так я получаю звук, называемый глиссандо (хотя на следующем «рубеже» вопрос о том, образуется ли при этом действительно непрерывная последовательность нот, будет поставлен под сомнение). Если я остановлюсь в том положении, в котором получаются ноты, звучащие в гармонии с вибрирующей открытой струной, окажется, что отношение длин этих струн точно равно целому числу.

Например, прижав пальцем середину вибрирующей струны, я получу ноту, звучащую почти так же, как нота, с которой я начал. Интервал между ними называется октавой, и для человеческого уха эта нота звучит настолько похоже на ноту открытой струны, что в музыкальной нотации мы обозначаем их одним и тем же названием. Если я помещу свой палец в одной трети расстояния от головки грифа, я получу ноту, особенно гармонично звучащую в сочетании с нотой открытой струны. Такой интервал называется чистой квинтой, и наш мозг реагирует на подсознательное узнавание целочисленного отношения длин волн этих двух нот.

Обнаружив, что в основе гармонии лежат целые числа, пифагорейцы начали строить модель Вселенной, в которой такие целые числа были фундаментальными кирпичиками всего, что они видели и слышали вокруг себя. В греческой космологии царилась идея небесной математической гармонии. Считалось, что между орбитами планет существуют идеальные математические соотношения, что и породило идею музыки сфер.

Для понимания структуры игровой кости важнее то обстоятельство, что ключом к объяснению состава материи пифагорейцы считали дискретные числа, а не непрерывное глиссандо. Они предложили идею атомов, которые подобно числам можно складывать для образования новой материи. Греческий философ и математик Платон, развивая пифагорейскую философию, представил такие атомы дискретными геометрическими элементами.

Платон полагал, что атомы представляют собой геометрические фигуры, треугольники и квадраты. Из этих элементарных блоков были составлены формы, которые считались

основными ингредиентами греческой химии, – элементы, или «стихии» огня, земли, воздуха и воды. Каждая стихия, по мнению Платона, имела собственную трехмерную геометрическую форму.

Огонь имел форму треугольной пирамиды, или тетраэдра, образованного из четырех равносторонних треугольников. Форма земли была кубической, подобно моей игральной кости из Лас-Вегаса. Воздух был образован из формы, называемой октаэдром, которая состоит из восьми равносторонних треугольников. Она выглядит как две пирамиды, склеенные своими квадратными основаниями. Наконец, вода соответствовала икосаэдру, составленному из двадцати равносторонних треугольников. Платон считал, что химия стихий возникает из геометрического взаимодействия таких основных форм.

Атомистическое видение материи не было повсеместно признано в Древнем мире. В конце концов, никаких доказательств существования таких невидимых элементов не было. Их нельзя было увидеть. Аристотель, например, не верил в идею фундаментальных атомов. Он полагал, что стихии по природе своей непрерывны, так что мою игральную кость теоретически можно делить на все меньшие и меньшие части. Он считал огонь, землю, воздух и воду элементарными в том смысле, что их нельзя разделить на «тела иной формы». Сколько бы мы их ни делили, мы всегда получаем воду или воздух. Вода в стакане представляется человеческому глазу непрерывной структурой, которую теоретически можно делить до бесконечности. Кусок резины можно плавно растянуть так, что он будет казаться непрерывным. Так было подготовлено поле битвы между непрерывной и дискретной моделями материи. Между глиссандо и дискретными нотами музыкальной гаммы. Между виолончелью и трубой.

Интересно отметить, что именно пифагорейцам приписывается открытие, которое поставило атомистическое видение материи под угрозу и на долгие годы изменило ситуацию в пользу веры в возможность бесконечного деления материи.

Числа на грани

Если провести на листе бумаги две линии, то с атомистической точки зрения каждая из линий будет состоять из определенного числа неделимых атомов и, следовательно, их длины будут пропорциональны некоторым целым числам, соответствующим количествам атомов, их составляющих. Но оказалось, что такой строгий порядок не вполне соответствует положению вещей. Более того, именно теорема о прямоугольных треугольниках самого Пифагора показала, что мир геометрии способен порождать линии, отношение длин которых не может быть выражено простыми дробями.

В размерах моей игральной кости уже таится некоторое затруднение для этого атомистического воззрения на природу. Возьмем два ребра кубика, расположенные под прямым углом друг к другу. Их длины равны. Рассмотрим диагональ, проведенную по грани кубика и завершающую треугольник, образованный вместе с двумя ребрами одинаковой длины. Каково отношение длины этой диагонали к длинам более коротких сторон треугольника?

Как гласит теорема Пифагора о прямоугольном треугольнике, квадрат длины такой диагонали (гипотенузы) равен сумме квадратов длин двух коротких сторон (катетов). Если считать длину ребра кубика равной 1, то, по теореме Пифагора, длина диагонали грани такого кубика равна числу, квадрат которого равен 2. Что же это за число?

Задача вычисления этой длины увлекала еще вавилонян. Оценку этой длины можно найти на хранящейся в Йельском университете табличке, которую датируют старовавилонским периодом (1800–1600 гг. до н. э.). Используя шестидесятеричную систему (т. е. систему счисления по основанию 60), вавилоняне получили следующий результат:

$$1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = \frac{30\,547}{21\,600},$$

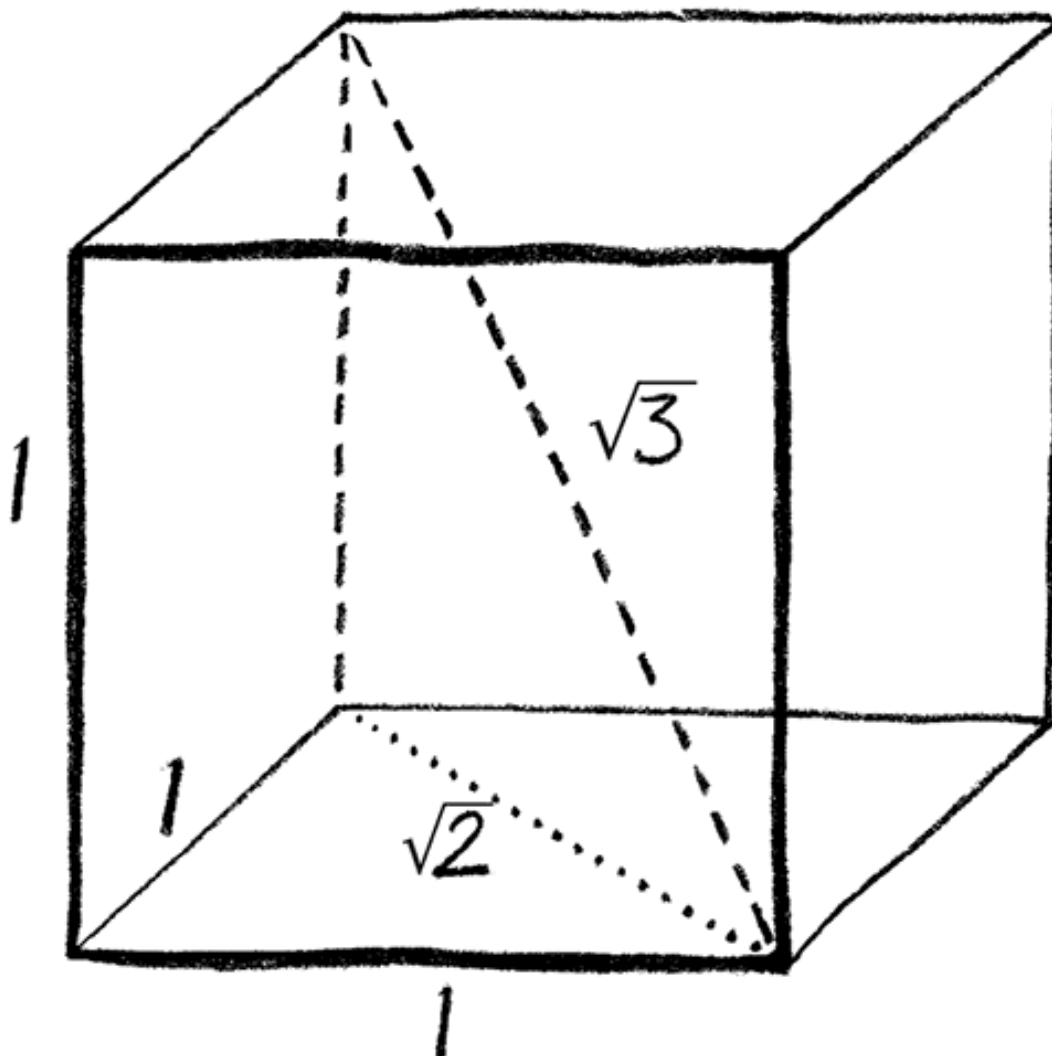
которому при десятичной записи соответствует число 1,41421296296..., причем группа «296» повторяется до бесконечности. Собственно, любая дробь, будучи записана в десятичной системе, с какого-то момента начинает повторяться. Это вавилонское вычисление было замечательным достижением. Оно соответствует точному результату до шестого знака после запятой. Однако квадрат этой дроби оказывается чуть меньше 2. Открытие древних греков состояло в том, что, как бы ни старались вавилонские писцы, их дроби, возведенные в квадрат, никогда не могли быть точно равны 2.

Открытие неизбежности такой неудачи вавилонских математиков приписывают одному из последователей Пифагора по имени Гиппас. Он доказал, что длина диагонали грани моей игровой кости в принципе не может быть выражена в виде дроби.

Из теоремы Пифагора о прямоугольном треугольнике следует, что длина гипотенузы равна произведению длины катета на квадратный корень из 2. Но Гиппас смог доказать, что дроби, квадрат которой был бы точно равен 2, не существует. Доказательство использует один из классических приемов, имеющихся в арсенале математика, – доказательство от противного. Гиппас предположил сначала, что существует такая дробь, квадрат которой равен 2. При помощи некоторых ловких преобразований можно показать, что из этой посылки всегда следует противоречивый вывод о существовании числа одновременно четного и нечетного. Единственный способ разрешения этого противоречия состоит в признании ложности исходного предположения: существование дроби, квадрат которой был бы равен 2, невозможно.

Говорят, что его товарищи-пифагорейцы были приведены в смятение вестью о том, что их прекрасные прямоугольные треугольники могут порождать такие негармоничные длины. Члены секты поклялись молчать об этом, но, когда Гиппас обнародовал свои результаты, его, как рассказывают, утопили в море за разглашение факта существования в физическом мире подобной дисгармонии. Однако заткнуть рот этим новым числам, называемым иррациональными, поскольку они не являются отношениями целых чисел³⁴, было сложнее.

³⁴ Латинское слово *ratio*, от которого происходят соответствующие корни в английском, русском и других языках (ср., например, «рацион»), означает, в частности, «отношение» или «дробь».



Иррациональные длины в кубе

Мне конечно же кажется, что такая длина существует. Я могу увидеть ее на линейке, приложенной к длинной стороне треугольника. Она равна расстоянию между двумя противоположными углами любой грани моей кости. И тем не менее, сколько бы я ни пытался, я не могу найти закономерность этого бесконечного десятичного числа. Оно начинается с 1,414213562... и продолжается до бесконечности, никогда не повторяясь.

Иррациональный восторг

Открытое древними греками существование длин, которые нельзя выразить простым отношением целых чисел, заставило математиков того времени создать новую математику, математику иррациональных чисел, которая позволила бы действительно измерить Вселенную. Иррациональными оказались и другие базовые длины, например π , длина окружности единичного диаметра, — они тоже не были равны отношениям целых чисел. Хотя иррациональность квадратного корня из 2 была известна древним грекам еще 2000 лет назад, только в XVIII в. швейцарский математик Иоганн Генрих Ламберт смог доказать, что число π тоже не может быть выражено в виде отношения двух целых чисел.

Несмотря на мое отвращение к тому, чего мы знать не можем, один из определяющих моментов, возбуждивших во мне любовь к математике, наступил, когда я прочитал о числах,

которые не могут быть выражены простым отношением целых чисел. В том же году, когда учитель музыки познакомил меня с трубой, лежавшей в шкафу, учитель математики познакомил меня с доказательством иррациональности квадратного корня из 2. Это доказательство содержалось в одной из книг, которые учитель посоветовал мне прочесть, пытаясь разжечь во мне математическое пламя. И это ему удалось. Я был поражен тем, что при помощи конечного логического рассуждения можно доказать, что размер, подобный длине диагонали квадрата, может быть выражен лишь числом с бесконечным количеством знаков. А если записать такую длину невозможно, мне нужно хотя бы понять, почему это число нельзя познать.

С тех пор как я школьником прочитал это доказательство, я узнал о других методах исследования иррациональных чисел, так что, может быть, эти числа все-таки познаваемы. Существуют бесконечные выражения с регулярной структурой, позволяющие сделать такие числа менее таинственными. Например,

$$\sqrt{2} = 2 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{9}\right) \cdot \dots$$

или

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots\right).$$

Открытие таких выражений выводит иррациональные числа в область известного. Дробь представляет собой число, которое при десятичной записи повторяется начиная с некоторой точки. Нельзя ли рассматривать такие выражения как структуру, не слишком отличную от повторяющейся группы десятичного представления дроби? Наличие такой повторяющейся группы означает, что существуют два числа, отношение которых дает значение данного числа, тогда как в случае 2 и π я вынужден использовать для выражения этих длин бесконечное число чисел. Вопрос о том, обязательно ли известное должно быть конечным, будет постоянно преследовать меня в течение всего моего путешествия к границам неизвестного.

Разумеется, для любого практического применения таких чисел мне, вероятно, хватит и приближения, выраженного дробью. Большинство инженеров вполне успешно использует вместо числа π его оценку $22/7$, которую Архимед получил путем приближения окружности 96-сторонним правильным многоугольником. Собственно говоря, чтобы вычислить длину окружности размером с наблюдаемую часть Вселенной с точностью, сравнимой с размерами атома водорода, достаточно знать всего 39 знаков π . Существует даже формула, позволяющая узнать значение миллионного знака π без вычисления всех предшествующих ему знаков. Не то чтобы мне так уж хотелось их знать. Но такая формула позволяет достичь лишь конечного знания числа, полное познание которого требует бесконечности.

Из открытия таких чисел, по-видимому, следовала бесконечная делимость пространства. Только бесконечное деление пространства может позволить мне точно измерить размеры моего простого кубика. В результате этого открытия мнение Аристотеля о непрерывности материи оставалось на Западе господствующим вплоть до эпохи Возрождения.

Гармония маленьких сфер

Благодаря научным открытиям, сделанным поколением Ньютона и после него, произошел новый разворот в сторону мнения о том, что Вселенная построена из неких элементарных кирпичиков. Пожалуй, первым в аристотелевском видении материи, господствовавшем почти 200 лет, усомнился современник Ньютона Роберт Бойль. В своей книге «Химик-скептик» Бойль попытался опровергнуть идею о том, что материя составлена из четырех «стихий» – огня, земли, воздуха и воды. Такое описание, возможно, хорошо отражает состояния материи, но не ее составляющие.

Взамен он предложил новый список химических элементов. Более того, он высказал утверждение, по тем временам довольно сильно пахивавшее ересью. Он считал, что такие элементы представляют собой миниатюрные тела, или атомы, различающиеся лишь «размером, видом, текстурой и движением». С точки зрения теологии такая идея казалась опасной; Церковь, всегда предпочитавшая воззрения Аристотеля, увидела в ней признаки опасного материалистического видения мира. Кое-кто объявил Бойля Галилеем химической революции.

Хотя Ньютон был согласен с тезисом Бойля о том, что материальный мир состоит из неделимых элементов, те математические инструменты, которые Ньютон разрабатывал одновременно с работой Бойля, в сильной степени основывались на бесконечной делимости времени и пространства. Математический анализ, позволяющий сделать моментальный снимок непрерывного потока развития Вселенной, имеет смысл только в качестве процесса, в котором пространство делят на все меньшие и меньшие фрагменты и интерпретируют то, что происходит в пределе бесконечного уменьшения таких фрагментов.

Вопрос о бесконечной делимости времени и пространства возбуждал философские дискуссии еще со времен древнегреческого мыслителя Зенона Элейского, сформулировавшего парадоксы, которые, по-видимому, следовали из такого деления пространства. Например, Зенон утверждал, что стрела никогда не сможет долететь до цели, потому что она должна сначала преодолеть половину расстояния до цели, потом половину оставшегося расстояния, потом половину вновь оставшегося расстояния и т. д., так что достижение цели потребовало бы бесконечного числа таких перемещений. Успех ньютоновского математического анализа вновь возродил обсуждение этой проблемы. Некоторые все еще считали такую бесконечную делимость почти что ересью.

Епископ Беркли посвятил целый трактат под названием «Аналитик» доказательству абсурдности попыток деления на ноль. Его направленность была ясно выражена в подзаголовке «Рассуждение, адресованное неверующему математику»³⁵.

Хотя другие неверующие математики быстро осознали могущество математического анализа, остальные открытия самого Ньютона подтверждали предположение о том, что, даже если пространство и время можно делить бесконечно, к материи это не относится. Его идея мира, составленного из неделимой материи, со временем стала господствующей теорией устройства Вселенной. Но в тот момент она все еще оставалась просто одной из теорий, мало чем подтвержденной.

Теория сил, воздействующих на крупные объекты – будь то планеты или яблоки, – была столь успешной, что Ньютон предположил, что раз эти принципы верны для чрезвычайно крупных объектов и объектов среднего размера, то они должны быть применимы и к чрезвычайно малому. С чего бы законам движения, управляющим поведением Вселенной,

³⁵ Полагают, что «неверующим математиком» Беркли в основном считал Эдмунда Галлея (именем которого названа комета): Ньютон умер еще в 1727 г.

изменяться по мере увеличения масштаба моей игровой кости? Успешность применения математического анализа к движению планет была основана на их представлении в виде точечных масс, расположенных в центрах тяжести соответствующих тел. Может быть, и вся материя состоит из частиц, подобных миниатюрным планетам, поведение которых определяется законами движения. В своих «Началах» Ньютон предположил, что применение его идей к таким отдельным частицам позволило бы предсказать поведение всех материальных объектов.

Ньютоновская теория света также способствовала распространению убеждения в том, что атомистическое воззрение является наилучшим способом понимания мира. Представление света в виде частиц казалось простейшим путем к описанию явлений, которые Ньютон изложил в своей «Оптике». Казалось, что отражение света имитирует поведение бильярдного шара, отскакивающего от бортов стола. Но с научной точки зрения никаких эмпирических свидетельств правоты такой теории Вселенной, состоящей из отдельных частиц, не было.

Даже при помощи микроскопов, появившихся в XVII в., нельзя было увидеть ничего, подтверждающего эту атомистическую модель. Хотя какие-то дискретные объекты и были видны, доказать их неделимость было невозможно. Тем не менее об изменении господствующего мнения можно судить по распространенности атомистического воззрения в популярной культуре той эпохи. В «Оде святой Цецилии» Николаса Брейди, положенной на музыку в 1691 г. Генри Пёрселлом, упоминаются «зерна материи»:

О мира душа! вдохновленны тобой,
Материи зерна забыли свой бой,
Атомы розны связала ты прочно,
Соединяя в пропорции точной
Несхожие части гармоньей одной.

Наиболее убедительные доказательства атомарного строения вещества были получены веком позже из экспериментов, которые показывали, как в сочетаниях материи образуются новые вещества. И сочетания эти были полны совершенной гармонии, в точном соответствии с образами Брейди.

Атомная алгебра

Первое реальное экспериментальное подтверждение представления о материи, состоящей из отдельных атомов, было получено в начале XIX в. в работах английского химика Джона Дальтона. Он обнаружил, что химические соединения, по-видимому, состоят из веществ, содержащихся в них в целочисленных пропорциях, и это революционное открытие привело ко всеобщему научному признанию идеи о том, что такие вещества действительно существуют в виде дискретных порций.

Например: «Элементы кислорода могут сочетаться с определенной порцией газообразного азота или с удвоенной его порцией, но не с промежуточным количеством». Разумеется, одно это обстоятельство не доказывало дискретности материи и даже не было достаточно сильным аргументом, чтобы переубедить приверженцев непрерывной модели. Но оно содержало в себе недвусмысленный намек. Должно было существовать какое-то объяснение такому свойству сочетания веществ.

Обозначения, принятые для описания таких реакций, способствовали распространению атомистической точки зрения. Сочетание азота с кислородом может быть записано в виде $N + O$ или $N + 2O$. Между этими вариантами ничего нет. Оказалось, что все соедине-

ния содержат пропорции, соответствующие целочисленным отношениям. Например, сульфид алюминия дается формулой $2\text{Al} + 3\text{S} = \text{Al}_2\text{S}_3$, и элементы содержатся в нем в соотношении 2: 3. Элементы никогда не сочетаются иначе чем в целочисленных соотношениях. Создавалось впечатление, что в самом сердце химического мира существует музыкальная гармония. Музыка маленьких сфер.

Русский ученый Дмитрий Менделеев прославился тем, что смог расположить этот растущий список молекулярных ингредиентов так, что в нем начала проявляться закономерность, основанная на целых числах и подсчете. Казалось, возвращается пифагорейская вера в могущество числа. Как и многие ученые до него, Менделеев расположил элементы в порядке возрастания относительного веса, но он смог понять, что для выявления смутно возникающей закономерности необходимо проявить некоторую гибкость.

Он выписал известные элементы на карточки и постоянно раскладывал из них на своем столе своего рода химический пасьянс, пытаясь заставить их раскрыть свои тайны. У него ничего не получалось, и это приводило его в иступление. В конце концов он заснул, обессиленный, и увидел во сне разгадку, а проснувшись, смог разложить карточки по приснившейся ему системе. Один из важных моментов, которые позволили ему успешно расположить элементы, состоял в осознании необходимости некоторых пропусков – то есть понимании того, что в этой колоде не хватает нескольких карт.

Ключом к расположению элементов был так называемый атомный номер, зависящий от числа протонов в атомном ядре³⁶, а не от суммарного числа протонов и нейтронов, которое определяет массу ядра. Но, поскольку в то время никто не имел никакого понятия об этих, еще меньших, составляющих, Менделееву приходилось лишь догадываться о причинах, лежащих в основе его системы.

В качестве приблизительной аналогии можно представить себе обычную карточную колоду: карты можно разложить по мастям, но также можно заметить, что во всех мастях есть карты одинакового достоинства. В химических элементах можно было заметить периодичность восьмерок: свойства элементов, расположенных через восемь друг от друга, казались очень похожими. Через восемь элементов от лития находится натрий, еще через восемь – калий. Все они – мягкие, блестящие, химически активные металлы. Похожая закономерность обнаруживается и в газах со сходными свойствами.

Расположение элементов по восьмеркам было замечено еще до открытия Менделеева и называлось законом октав. Восьмерки сравнивали с музыкальными октавами: когда я играю на своей виолончели восемь нот мажорной гаммы, самая высокая и самая низкая ноты звучат очень похоже и даже называются одинаково. Когда Джон Ньюлендс впервые предложил этот закон октав на рассмотрение Королевского общества, его попросту высмеяли. «Вы бы еще сказали, что, для того чтобы понять элементы, их надо расположить в алфавитном порядке!» – пошутил один из академиков. Схема Менделеева до некоторой степени подтвердила справедливость закона октав. Именно благодаря принципу повторяющейся, или периодической, структуры эта система получила название периодической таблицы.

Гениальное прозрение Менделеева состояло в том, что несоответствие некоторых элементов системе может указывать на существование недостающих элементов. Предположение о наличии в таблице пробелов было, возможно, самым ярким проявлением его проницательности. Например, пустое место в 31-й клетке таблицы позволило Менделееву предсказать в 1871 г. существование и свойства нового вещества, впоследствии названного галлием. Четыре года спустя французский химик Лекок де Буабодран выделил первые образцы этого нового элемента, предсказанного благодаря математическим закономерностям, открытым Менделеевым.

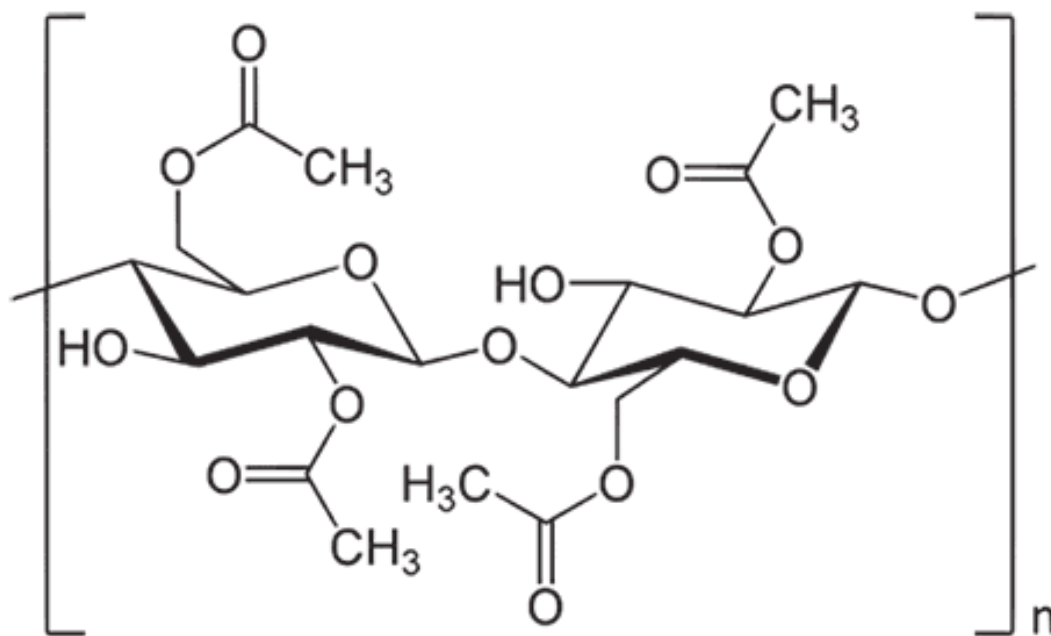
³⁶ Собственно, *равный* числу протонов в ядре.

Рецепт приготовления игровой кости

Итак, мы получили список атомов, из которых, по-видимому, состоит вся материя. Например, наша игральная кость состоит из сочетания атомов углерода, атомов кислорода и атомов водорода, объединенных в структуру, называемую ацетилцеллюлозой. Мое собственное тело тоже в основном состоит из сочетаний тех же атомов, но объединенных в другие структуры. Ацетилцеллюлоза представляет собой однородную структуру, лишенную пузырей, что увеличивает вероятность ее равномерности. Раньше игральные кости делали из нитроцеллюлозы, которую изобрел в 1868 г. Джон Уэсли Хайат. Составленный им коктейль из азотной кислоты, серной кислоты, хлопчатого волокна и камфары давал удивительный материал с высокой прочностью на разрыв, устойчивый к воздействию воды, масел и даже слабых кислот.

Брат Хайата назвал его целлулоидом, и этот материал стали чрезвычайно выгодно использовать для изготовления вещей, которые до того вырезали из рога или слоновой кости. Из этого синтетического пластика изготавливались бильярдные шары и съемные воротнички, фортепианные клавиши и даже игральные кости. В начале XX в. изготовление костей из нитроцеллюлозы было промышленным стандартом, но через несколько десятилетий использования таких костей с ними происходила почти моментальная кристаллизация, и они рассыпались, выделяя газообразную азотную кислоту.

Игральные кости, сделанные для казино Лас-Вегаса в конце 1940-х гг. и избежавшие кристаллизации, стали теперь коллекционными. Моей кости такая судьба не грозит. На следующей иллюстрации показано, как расположены атомы внутри моей кости.



Идентификация этих элементов еще не была доказательством справедливости дискретной модели строения материи. Ничто не говорит о том, что такая картинка ингредиентов игровой кости не может соответствовать какой-нибудь формуле сочетания непрерывных структур. В то время как химики склонялись к атомистическому видению Вселенной,

среди физиков такие взгляды были далеко не столь общепринятыми. Тех, кто подобно немецкому физiku Людвигу Больцману предлагал атомарную модель материи, в исследовательских лабораториях высмеивали.

Больцман считал атомарную теорию мощным средством интерпретации концепции теплоты, основанной на идее газа, состоящего из мельчайших молекул, которые соударяются друг с другом подобно огромному множеству микроскопических бильярдных шаров. Теплота попросту представляет собой суммарную кинетическую энергию таких движущихся миниатюрных шаров. Применение этой модели в сочетании с вероятностными и статистическими методами позволило ему объяснить макроскопическое поведение газов. Но большинство физиков по-прежнему были привержены идеям непрерывности материи и относились к идеям Больцмана пренебрежительно.

Насмешки над Больцманом дошли до такой степени, что ради публикации своих идей ему пришлось отречься от своей веры в соответствие «бильярдной» теории строения материи действительной реальности и называть ее эвристической моделью. Эрнст Мах, главный противник Больцмана в дискуссии о реальности атомов, издевательски спрашивал его: «Вы сами когда-нибудь видели атом?»

Больцман был подвержен приступам депрессии и, судя по некоторым признакам, мог страдать биполярным расстройством. Считается, что неприятие его идей научным сообществом усугубило его депрессию, под влиянием которой в 1906 г., будучи на отдыхе в Триесте вместе со своей семьей, он и повесился, когда его жена с дочерью ушли купаться.

Его смерть была тем более трагической, что именно в это время стали появляться убедительные доказательства его правоты. Причем подтверждавшие атомистическую картину мира идеи, от которых к тому же было невозможно отмахнуться, принадлежали одному из самых влиятельных физиков. Тем, кто подобно Маху продолжал верить в непрерывную структуру мира, было чрезвычайно непросто объяснить результаты исследования броуновского движения, полученные Эйнштейном и другими.

Пылевой пинг-понг

Хотя обычные оптические микроскопы и не позволяют увидеть отдельные атомы, они позволили ученым XIX в. увидеть воздействие таких атомов на окружающую их среду. Это воздействие называется броуновским движением по имени Роберта Броуна, который в 1827 г. заметил случайное движение мельчайших частиц пылицы, плавающих на поверхности воды. Поскольку пылица – вещество органическое, Броун сначала решил, что ее прыжки по поверхности могут быть признаками жизни. Сходное случайное движение угольной пыли, плавающей на поверхности спирта, наблюдалось в 1785 г. голландским ученым Яном Ингенхаузом. Когда Броун увидел, что поведение пылицы может быть свойственно и неорганической материи, он не мог понять, какие причины могут вызывать такое беспорядочное движение.

Интересно отметить: идею о том, что речь может идти о невидимых атомах, сталкивающихся с более крупными видимыми частицами вещества, высказал еще древнеримский поэт Лукреций в своей философской поэме «О природе вещей»:

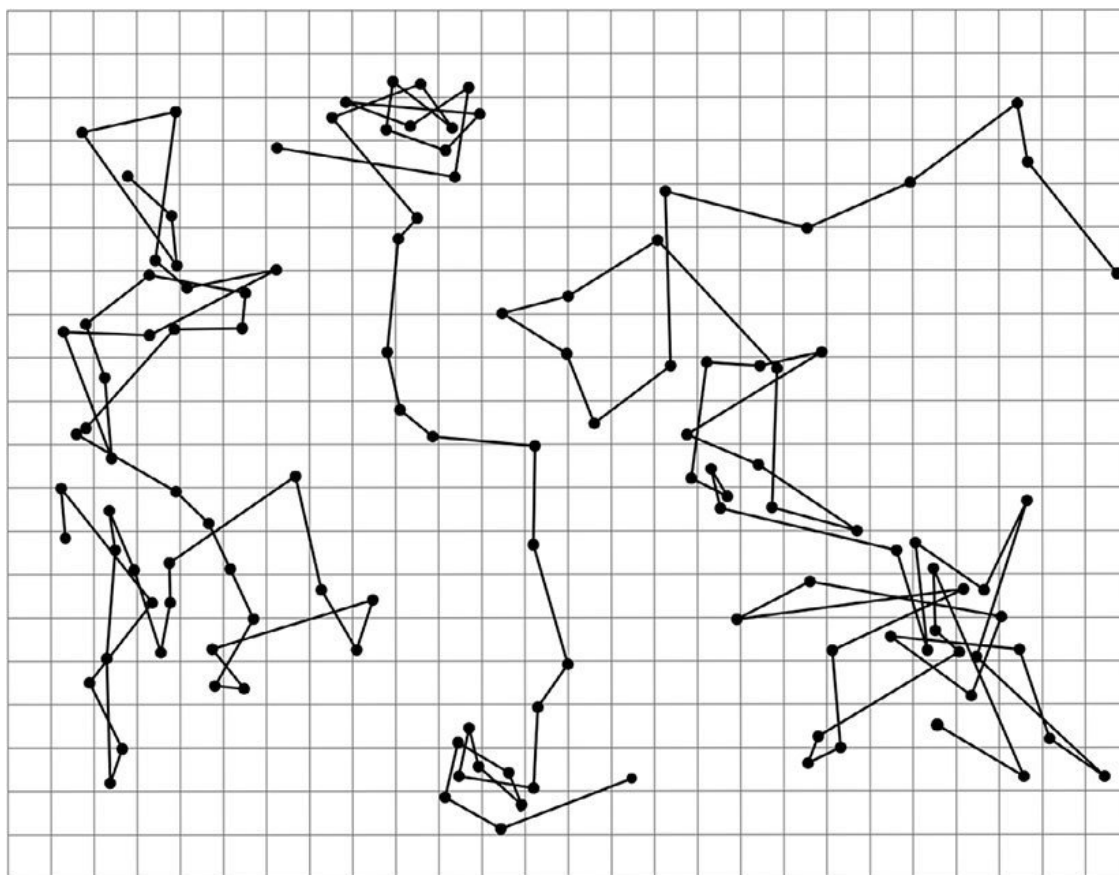
Вот посмотри: всякий раз, когда солнечный свет проникает
В наши жилища и мрак прорезает своими лучами,
Множество маленьких тел в пустоте, ты увидишь, мелькая,
Мечутся взад и вперед в лучистом сиянии света;
[...]
Кроме того, потому обратить тебе надо вниманье

На суматоху в телах, мелькающих в солнечном свете,
Что из неё познаёшь ты материи также движенья,
Происходящие в ней потаённо и скрыто от взора.
[...]
Первоначала вещей сначала движутся сами,
Следом за ними тела из малейшего их сочетанья,
Близкие, как бы сказать, по силам к началам первичным,
Скрыто от них получая толчки, начинают стремиться,
Сами к движенью затем понуждая тела покрупнее.
Так, исходя от начал, движение мало-помалу
Наших касается чувств, и становится видимым также
Нам и в пылинках оно, что движутся в солнечном свете,
Хоть незаметны толчки, от которых оно происходит³⁷.

Эти стихи были написаны в 60 г. до н. э., но для подтверждения такого атомарного объяснения случайного движения пылинок в солнечном луче у Лукреция и пылицы у Броуна потребовался математический анализ Эйнштейна.

Нужно было предложить какую-то модель, которая воспроизводила бы странное движение частиц пылицы на поверхности воды. Если наложить на такую поверхность координатную сетку, кажется, что частица пылицы может с равной вероятностью двигаться влево, вправо, вверх или вниз. Ее движение похоже на перемещения пьяного человека, который совершает случайные шаги, как бы подчиняясь результатам бросков четырехсторонней игральной кости. На приведенной внизу картинке показаны траектории движения разных частиц пылицы, которые зарисовал французский физик Жан Батист Перрен, взявшийся за решение задачи о движении пылицы в своей книге «Атомы».

³⁷ Перевод Ф. А. Петровского.



В начале XX в. возникло предположение, что наблюдаемый эффект связан с толчками, которые частицы пыли получают в результате движения гораздо меньших молекул воды.

Математический гений Эйнштейна позволил ему проанализировать модель, в которой крупный объект подвергается соударениям со значительно меньшими его объектами, движущимися случайным образом. Он доказал, что такая модель точно предсказывает наблюдаемое поведение. Представим себе каток, в центре которого лежит большая хоккейная шайба, а затем введем целую систему маленьких шайб, скользящих в случайных направлениях с определенными скоростями. Маленькие шайбы будут время от времени сталкиваться с большой, вынуждая ее двигаться в некотором направлении. Тонкость состояла в определении числа маленьких шайб и их относительных размеров, необходимых для получения наблюдаемого поведения большой шайбы.

Успешное воспроизведение движения пыли математической моделью, разработанной Эйнштейном, стало сокрушительным ударом для всех тех, кто считал, что жидкость, подобная воде, представляет собой сплошную субстанцию. Любому, кто еще верил в Аристотелево видение материи, было бы чрезвычайно трудно предложить столь же убедительное объяснение.

Вычисления позволили оценить, насколько малы молекулы воды по сравнению с частицами пыли, которые они толкают. Хотя тем самым было получено убедительное доказательство того, что материя состоит из дискретных частей, вопрос о возможности дальнейшего бесконечного деления таких частей на еще меньшие части оставался открытым.

И действительно, неделимые атомы оказались вовсе не неделимыми, когда были открыты еще меньшие составные части, образующие, например, атомы углерода или кислорода. На следующем, более глубоком, уровне оказалось, что атом собран из еще меньших «шайб», называемых электронами, протонами и нейтронами, причем первые из них были обнаружены еще за несколько лет до революционного теоретического открытия Эйнштейна.

Разборка атома

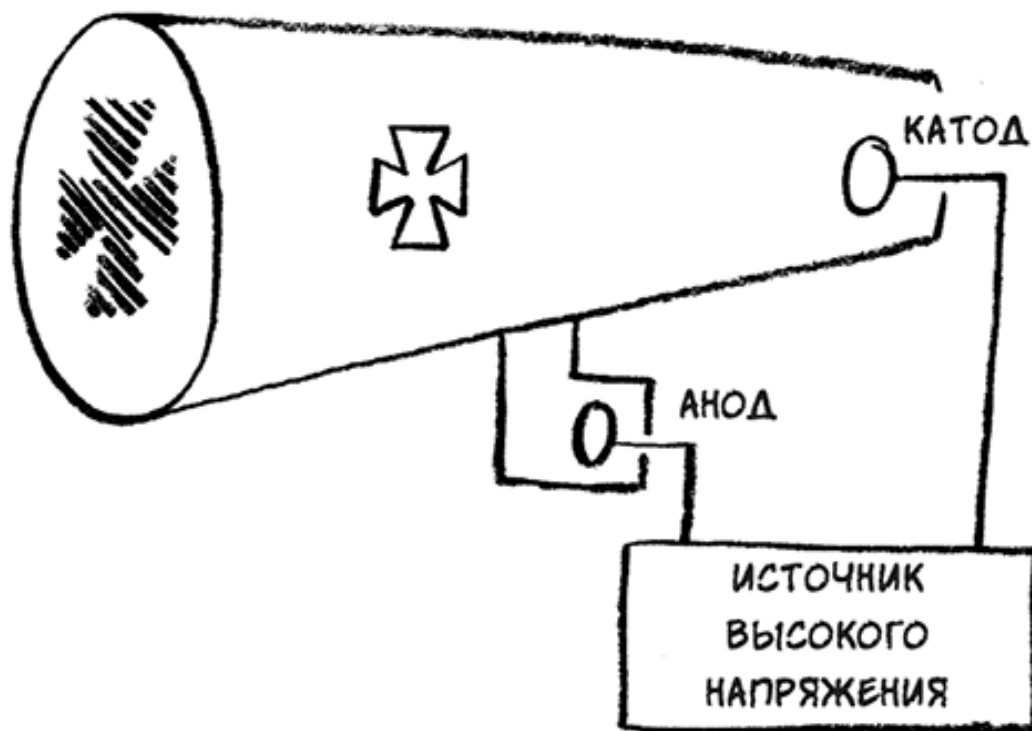
Вот как работает наука: у нас есть модель Вселенной, которой мы можем придерживаться до тех пор, пока не обнаружится нечто, что в нее не встраивается, нечто новое, что, по-видимому, нельзя объяснить при помощи имеющейся модели. Понимание того, что атом может быть составлен из еще меньших частей, возникло из экспериментов, обнаруживших существование чего-то, похожего на частицы, но гораздо меньшего, чем атомы, составляющие периодическую систему.

Эти мельчайшие, подобные частицам объекты возникли в экспериментах, которые проводил в конце XIX в. британский физик Дж. Дж. Томсон, пытаясь понять природу электричества. Он изучал электропроводность газов. В его ранних экспериментах использовалась стеклянная трубка, на обоих концах которой было установлено по электроду. При приложении к электродам высокого напряжения между ними возникал электрический ток. Странным было то, что этот ток можно было увидеть, так как между электродами появлялась световая дуга.

Еще более странные вещи произошли, когда Томсон полностью удалил из трубки газ и приложил напряжение к вакууму. Световая дуга исчезла. Но, к его удивлению, стекло на одном из концов трубки стало флюоресцировать. Когда в трубку вставили металлический крест, в центре светящегося флюоресцирующего пятна появилась крестообразная тень.

Тень появилась напротив отрицательно заряженного электрода, также называемого катодом. Самое правдоподобное объяснение состояло в том, что катод испускает какие-то лучи, которые взаимодействуют с материей – будь то газ, содержащийся в трубке, или, в случае вакуума, стекло самой трубки – и заставляют ее светиться.

Эти «катодные лучи» вели себя довольно загадочно. Выяснилось, что они проникают сквозь тонкие листки золотой фольги, помещенные на их пути. Могут ли они быть неким волновым явлением, подобным свету? Другие полагали, что они состоят из отрицательно заряженных частиц, выталкиваемых отрицательным и притягиваемых положительным электродом. Но как такие частицы могут проходить сквозь твердое золото?



Испущенные из катода электроны соударяются с противоположной стенкой, вызывая флюоресценцию стекла

Томсон считал, что если речь действительно идет об отрицательно заряженных частицах, то он сможет изменить траекторию их полета в трубке, поместив ее в магнитное поле. Немецкий физик Генрих Герц уже пытался это сделать и потерпел неудачу, но Герц недостаточно хорошо откачал из трубки газ, что и привело к искажению результатов эксперимента. Когда газ откачали, все получилось так, как рассчитывал Томсон. К лучам приложили магнитное поле, и тень действительно сдвинулась. Магнит изгибал катодные лучи.

Но самый удивительный результат был получен, когда Томсон произвел математический расчет предполагаемой массы таких заряженных частиц. При приложении силы к массе, в соответствии с законами движения Ньютона, степень ее смещения зависит от массы. Поэтому степень отклонения лучей, вызываемого магнитным полем, содержит в себе информацию о массе предполагаемых частиц.

Результат вычислений зависит еще и от заряда частицы, и, измерив его в отдельном эксперименте, Томсон смог вычислить ее массу. Результат был поразительным. Масса частицы была почти в 2000 раз меньше массы атома водорода, самого маленького из атомов периодической системы.

То, что такие частицы, по-видимому, вылетали из металла, из которого был изготовлен электрод, заставило предположить, что они представляют собой составные части атома. Атом все-таки оказался делимым. В нем нашлись меньшие части. Их назвали электронами (от древнегреческого слова *ἤλεκτρον*, обозначающего янтарь, то есть первое вещество, в котором был найден электрический заряд).

Открытие того факта, что атомы содержат еще меньшие составные части, потрясло мировоззрение многих ученых. Вот что случилось после одной из лекций, на которых Томсон рассказывал о своих результатах:

Много времени спустя один известный физик, бывший на моей лекции, признался, что думал тогда, будто я их разыгрываю.

Следующий уровень

Даже когда Томсон использовал катод из другого металла, масса испускаемых им частиц не изменилась. Казалось, что такие частицы являются составляющими всех атомов. Сначала предположили, что атом водорода, масса которого в 2000 раз больше массы электрона, должен состоять из 2000 таких электронов. Но атом гелия приблизительно в 2 раза тяжелее атома водорода. Почему же число электронов перескакивает с 2000 на 4000, а между этими числами ничего нет? Целочисленные отношения масс атомов периодической системы были одной из причин считать, что они имеют действительно атомарную природу. Как же объяснить такие ступенчатые изменения массы? Кроме того, атомы электрически нейтральны. Существуют ли другие частицы, заряд которых уравнивает отрицательный заряд электронов? Можно ли заставить атомы испускать положительно заряженные частицы, содержащиеся в них в дополнение к отрицательно заряженным электронам?

На самом деле экспериментальные свидетельства испускания лучей положительно заряженных частиц, вылетающих в противоположном направлении, существовали. Такие лучи было значительно труднее отклонить при помощи магнитного поля, что заставляло предположить, что эти частицы массивнее электронов. В этом случае интересная особенность заключалась в том, что масса таких частиц, по-видимому, изменялась в зависимости от того, каким газом была заполнена трубка. В случае водорода их масса была приблизительно равна массе исходного атома. Казалось, что у атомов водорода, содержащегося в трубке, отбирали электроны, причем оставались крупные положительно заряженные частицы, притягивавшиеся к противоположному электроду.

Томсону удалось добиться аналогичного эффекта в других газах – гелии, азоте, кислороде. Массы были равны произведениям целых чисел на массу положительно заряженных частиц, полученных из атомов водорода. Снова получалась атомная гармония. И тем не менее не было никаких оснований полагать, что существует множество типов положительно заряженных частиц, соответствующих множеству типов атомов. Томсон предложил модель атома, известную под названием «пудинга с изюмом». Положительно заряженная часть атома, более массивная, чем отрицательно заряженные электроны, образует «пудинг», занимающий большую часть объема атома, а электроны соответствуют маленьким изюминкам, расположенным внутри пудинга.

Затем наступила эпоха бомбардировки атомов, которая в конце концов привела к созданию самого мощного из существующих ускорителей – Большого адронного коллайдера в ЦЕРН³⁸. Честь открытия протона, частицы-кирпичика, из которого построены все положительно заряженные частицы, исследовавшиеся Томсоном, обычно приписывают британскому физiku Эрнесту Резерфорду, родившемуся в Новой Зеландии.

Резерфорда увлекла новая в то время тема радиоактивности. Атомы урана, по-видимому, испускали частицы, которые можно было регистрировать на фотопластинках. Казалось, что существуют два типа радиоактивности, которые стали называть альфа-частицами и бета-частицами. Альфа-частицы было легче зарегистрировать. Резерфорд обнаружил, что при помощи магнитного поля такие альфа-лучи можно отклонять так же, как Томсон отклонял свои отрицательно заряженные частицы. Расчеты показали, что масса альфа-частиц сов-

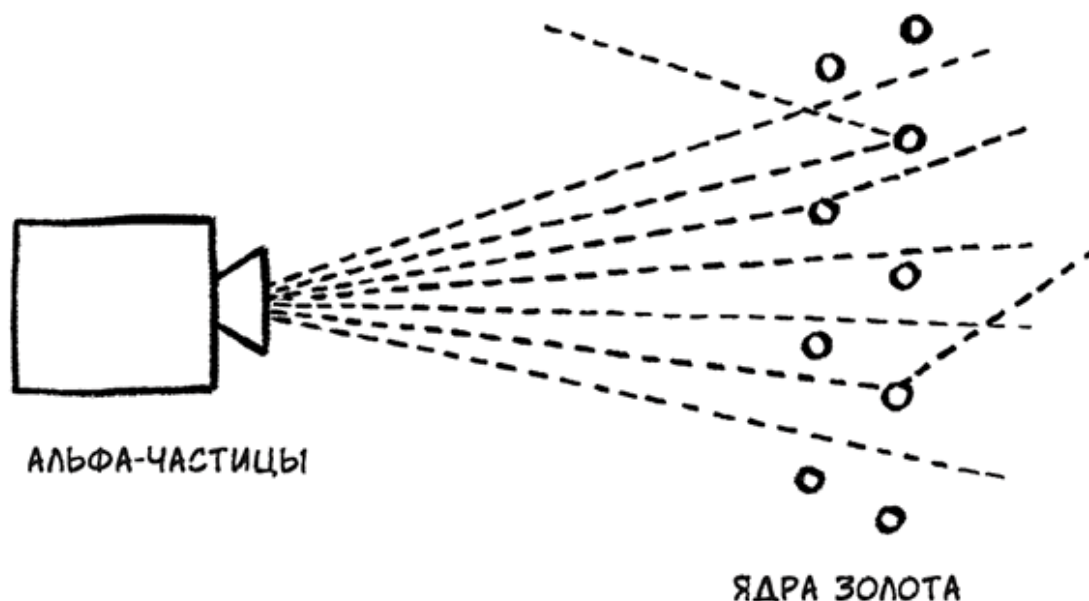
³⁸ Коллайдером (*англ.* collider) называют ускоритель, в котором два пучка элементарных частиц, разных или одинаковых, разгоняют во взаимно противоположных направлениях, а затем сталкивают. Официальное русское название такой системы – «ускоритель на встречных пучках».

падает с массой атома гелия, лишённого электронов. Догадка о том, что альфа-лучи, испускаемые ураном, есть не что иное, как фрагменты атомов гелия, получила подтверждение, когда альфа-лучи объединили с потоком электронов, в результате чего произошло образование устойчивого газа. Химический анализ вскоре подтвердил, что этот газ действительно был гелием.

Баллистика и папиросная бумага

Экспериментальные результаты в очередной раз вступили в противоречие с теоретической моделью атома, когда ученик Резерфорда Ханс Гейгер поместил тонкий лист золотой фольги между потоком альфа-частиц и пластиной, регистрирующей частицы. В соответствии с моделью атома, в которой положительный заряд распределен равномерно, как тесто в пудинге, положительно заряженные альфа-частицы, пролетающие сквозь металл, должны испытывать отталкивание со стороны положительного заряда атома. Поскольку заряд распределен равномерно по всему объему атома, значительного отклонения частиц ожидать не приходится.

Гейгер обнаружил, что, вопреки ожиданиям, некоторые альфа-частицы отклонялись в самые разные стороны, вплоть до отражения от золотой фольги непосредственно в том направлении, с которого они прилетели. Резерфорд был ошеломлен: «Это было почти так же невероятно, как если бы вы выстрелили 15-дюймовым снарядом в лист папиросной бумаги, а снаряд вернулся бы назад и попал в вас».



Отклонение альфа-частиц ядрами атомов золота

Новая модель и на этот раз возникла из математических расчетов. Подсчитав, сколько альфа-частиц отклонилось и на какой угол, исследователи обнаружили, что данные соответствуют конфигурации, в которой заряд и масса сосредоточены в малоразмерном объекте в центре атома, который стали называть ядром. Было ли такое ядро неделимым, оставалось неясным.

Когда Резерфорд стал бомбардировать альфа-частицами более легкие атомы, появились свидетельства того, что ядро не является единым объектом, но образовано некими составляющими частицами. Отслеживая траектории альфа-частиц в камере Вильсона, он

обнаружил траектории, которые были в 4 раза длиннее, чем ожидалось. Такое могло произойти, если бы попадание альфа-частицы выбивало из ядра другую частицу, в 4 раза более легкую. Эксперименты с разными газами дали одинаковые результаты. Более того, Резерфорд обнаружил, что чистый азот в результате такого столкновения превращается в кислород. Выбивание одной из этих частиц приводило к преобразованию химического элемента.

Так было получено свидетельство существования элементов, из которых построены атомные ядра. Они вели себя в точности как атом водорода, лишенный своего электрона. Резерфорд открыл протон. Атомные ядра оказались построены путем соединения нескольких протонов. Единственное затруднение состояло в том, что электрический заряд не сходился. К примеру, масса ядра гелия в 4 раза больше массы атома водорода, а его заряд больше всего вдвое. Возможно, в ядрах существуют электроны, связанные с протонами и уравнивающие их заряд. Но физические принципы, которые были разработаны для объяснения поведения этих частиц, исключали столь близкое существование электронов и протонов, так что такой ответ не подходил.

В 1920-х гг. это натолкнуло Резерфорда на догадку о возможном существовании третьей составляющей частицы, названной им нейтроном, имеющей приблизительно ту же массу, что и протон, но не имеющей заряда. Получить свидетельства ее существования оказалось крайне непростой задачей. Резерфорд обсуждал со своим коллегой Джеймсом Чедвиком самые безумные способы, которыми можно было бы обнаружить нейтроны. В конце концов в экспериментах, проведенных в 1930-х гг. в Германии и Франции, были обнаружены частицы, испускаемые при бомбардировке различных ядер альфа-частицами, и частицы эти, в отличие от протонов, по-видимому, не имели заряда. Но экспериментаторы ошибочно считали их каким-то типом электромагнитного излучения наподобие высокочастотных гамма-лучей, которые открыл в начале XX в. французский физик Поль Виллар.

Однако Чедвик был убежден, что эти частицы и есть нейтроны, которые он обсуждал с Резерфордом. Дальнейшие эксперименты показали, что их масса чуть превышает массу протона и именно эта новая частица, не имеющая заряда, оказалась тем ингредиентом, которого не доставало для согласования численных результатов. После открытия Чедвика казалось, что все кирпичики, из которых построена материя, наконец обнаружены.

Модель выглядела чрезвычайно привлекательно. Четыре «стихии» Аристотеля – огонь, земля, воздух и вода – были сведены к трем частицам: электрону, протону и нейтрону. Из этих трех кирпичиков, как считали ученые, можно построить всю материю. Кислород: 8 протонов, 8 нейтронов и 8 электронов. Натрий: 11 протонов, 12 нейтронов и 11 электронов. Как будто бы зазвучала музыка сфер, и в основе материи лежали эти три ноты – протоны, электроны и нейтроны. Вся материя, по-видимому, состояла из целочисленных комбинаций этих трех частиц. Какие были основания ожидать, что и сами эти частицы образованы из еще меньших составляющих? Если бы это было так, то можно было бы рассчитывать увидеть дробные сочетания, расположенные между элементами периодической системы.

Но деление на этом не остановилось. Оказалось, что существуют весьма основательные экспериментальные и математические доводы в пользу делимости протонов и нейтронов. Однако кирпичики, составляющие протоны и нейтроны, обладают одним странным свойством: они не любят находиться в одиночестве. Они встречаются только группами, образуя объекты, подобные протонам или нейтронам. Вместе им безопаснее. Но, если такие частицы никто никогда не видел поодиночке, почему же ученые считают, что такие, еще меньшие, части, на которые можно разделить протоны и нейтроны, существуют?

4

Все, что мы называем реальным, сделано из того, что реальным считать нельзя.

Нильс Бор

В конце 1920-х гг. казалось, что все основные кирпичики, из которых построена материя, обнаружены. Все атомы периодической системы можно построить из сочетаний электронов, протонов и нейтронов. Все попытки дальнейшего деления электрона были безуспешными. Но открытия, сделанные в следующие десятилетия, привели ученых к пониманию того, что под остальными двумя кирпичиками скрывается следующий уровень реальности.

Основной толчок к пониманию того, что протоны и нейтроны могут быть не столь неделимыми, как электрон, был дан не какой-нибудь более хитрой технологией, а математическими соображениями симметрии. Поразительно, что лучшим микроскопом для изучения внутреннего устройства моей игровой кости снова и снова оказывается математика. Для объяснения существования протонов и нейтронов разрабатывалась математическая модель, и она была основана на математической концепции, допускавшей деление. А раз математическое представление можно было разделить на более мелкие части, то казалось, что и к самим протонам и нейтронам должен быть применен тот же принцип.

Математическая модель, благодаря которой возникла идея о делимости протона и нейтрона, появилась, когда физики открыли, что в дополнение к трем составляющим элементам устойчивых атомов существует множество других частиц.

Их открыли в экспериментах по столкновениям частиц. Речь шла не о построенных человеком коллайдерах, подобных LHC³⁹, а о природных столкновениях, которые происходят в верхних слоях атмосферы при прохождении сквозь нее космических лучей.

Зверинец частиц

Первое свидетельство существования новых частиц было найдено в камерах Вильсона, которые экспериментаторы использовали для восстановления траекторий заряженных частиц. Камера Вильсона состоит из герметичного бака, заполненного перенасыщенными парами воды и спирта. Перенасыщение паров приводит к тому, что любая пролетающая через камеру частица оставляет за собой конденсационный след.

В 1933 г. Карл Андерсон, физик, работавший в Калтехе⁴⁰, использовал такие камеры для подтверждения предсказанного за несколько лет до этого британским физиком Полем Дираком существования странного нового вида материи, называемого антивеществом. Предпринятая Дираком попытка объединения квантовой физики и теории электромагнетизма позволила объяснить многие особенности электронов, но его уравнения имели еще и полностью зеркальное решение, которое не соответствовало ничему, виденному до тех пор в лабораториях.

Уравнения Дирака были в некотором смысле аналогичны уравнению $x^2 = 4$. У этого уравнения есть не только решение $x = 2$, но и зеркальное ему решение $x = -2$, так как $(-2)^2$ тоже равно 4. Из зеркального решения уравнений Дирака следовало, что существует зеркаль-

³⁹ LHC (англ. Large Hadron Collider) – Большой адронный коллайдер.

⁴⁰ Калтех (Caltech) – сокращенное название Калифорнийского технологического института (California Institute of Technology).

ный вариант электрона, имеющий положительный заряд. Большинство считало это решение математическим курьезом, порожденным уравнениями, но, когда четыре года спустя Андерсон заметил в своей камере следы частицы, которая вела себя как электрон, отраженный в зеркале⁴¹, антивещество перешло из теории в область реальности. Открытые Андерсоном позитроны, как их стали называть, возникли в результате взаимодействия частиц в верхних слоях атмосферы. И они не были единственными вновь появившимися частицами.

Вскоре после этого в камере оставили следы еще более странные частицы, вообще никем не предсказанные. В 1936 г. Андерсон начал анализировать эти новые следы вместе со своим аспирантом Сетом Неддермейером. Новые частицы, обнаруженные в камере Вильсона, были отрицательно заряженными. Но они не были электронами. Следы, оставленные этими новыми частицами, соответствовали значительно большей массе. Массу частицы можно определить по степени отклонения ее траектории в магнитном поле, в точности как это делал Томсон. Эта частица имела заряд, равный заряду электрона, но изогнуть ее траекторию было гораздо труднее.

Частица, называемая теперь мюоном, была одной из первых новых частиц, полученных из взаимодействия космических лучей с атмосферой. Мюон нестабилен. Он быстро распадается на другие частицы, чаще всего на электрон и два нейтрино. Нейтрино было еще одной новой частицей, существование которой было предсказано для объяснения распада нейтронов в протоны. Поскольку нейтрино почти не имеют массы и не имеют электрического заряда, они были экспериментально обнаружены лишь в 1950-х гг., но с теоретической точки зрения они были необходимы для объяснения распада как нейтронов, так и вновь найденных мюонов. Среднее время жизни мюона составляет 2,2 микросекунды, чего хватает, чтобы достаточное количество таких частиц достигло поверхности Земли не распавшись.

Мюоны помогли подтвердить предсказание о замедлении времени при приближении к скорости света, сделанное Эйнштейном в специальной теории относительности. С учетом периода их полураспада число мюонов, достигающих поверхности Земли, должно быть гораздо меньше наблюдаемого. Это противоречие объясняется замедлением времени на околосветовых скоростях. Если бы к мюону можно было прикрепить часы, они показали бы, что до его соударения с Землей прошло меньшее время. Таким образом, большее число мюонов просуществовало бы до этого момента, что и подтверждается экспериментом. Мы еще вернемся к этому вопросу на пятом «рубеже», когда будем рассматривать время и связанные с ним пределы познания.

Мюон казался поразительно похожим на электрон, но более массивным и менее стабильным. Услышав об этом открытии, американский физик Исидор Раби язвительно заметил: «Такого никто не заказывал». Существование в природе более тяжелой и неустойчивой копии электрона казалось странным и ненужным. Раби и не подозревал, как много других частиц еще оставалось в этом меню.

Осознав, что взаимодействие космических лучей с верхними слоями атмосферы порождает новые формы материи, физики решили не ждать, пока частицы долетят до камер, установленных в лабораториях, так как к этому моменту они могут распасться на уже известные виды материи. Поэтому камеры Вильсона стали устанавливать на большей высоте, надеясь поймать в них другие частицы.

Исследователи из Калтеха выбрали вершину горы Вилсон, расположенной вблизи города Пасадены, в котором они работали. И действительно, они обнаружили новые следы, указывающие на существование новых частиц. Другие группы, пытаясь зарегистрировать другие взаимодействия, устанавливали фотопластинки в обсерваториях в Пиренеях и в

⁴¹ Траектория заряженной частицы в магнитном поле изгибается, причем направление такого изгиба определяется знаком заряда частицы. Таким образом, траектории электронов и позитронов должны быть изогнуты в разные стороны.

Андах. Ученые, работающие в Бристоле и Манчестере, тоже обнаружили на своих фотопластинках следы новых частиц. Как оказалось, Раби следовало беспокоиться не о мюонах. На свет явился целый зверинец частиц.

Масса некоторых из них была равна одной восьмой массы протона или нейтрона. Такие частицы, названные пионами, встречались двух видов – с положительным и отрицательным зарядом. Электрически нейтральная разновидность, зарегистрировать которую было труднее, была открыта позже. В Манчестере были получены два снимка из камеры Вильсона, на которых некая нейтральная частица, по-видимому, распадалась на пионы. Масса этой новой частицы была приблизительно равна половине массы протона. В камере, установленной на вершине горы Вилсон, были получены другие свидетельства, подтверждающие открытие таких частиц, названных каонами, которых было найдено четыре вида.

Со временем открывали все новые и новые частицы, так что общая картина стала совершенно неподъемной. В 1955 г. нобелевский лауреат Уиллис Лэмб съездив в своей благодарственной речи: «Если раньше за открытие новой частицы давали Нобелевскую премию, то теперь за это следовало бы штрафовать на десять тысяч долларов». Когда ученые выяснили, как химические элементы образуются из электронов, протонов и нейтронов, они надеялись упростить периодическую систему. Однако оказалось, что эти три частицы были лишь вершиной айсберга. Теперь обнаружилось более сотни разных частиц, которые, по-видимому, образовывали те кирпичики, из которых состоит материя. Энрико Ферми сказал тогда одному студенту: «Молодой человек, если бы я знал названия всех этих частиц, я был бы ботаником».

Начались поиски объединяющего принципа, который объяснил бы существование мюонов, пионов, каонов и других частиц, – так же как Менделееву удалось найти порядок классификации элементов и логику их расположения в периодической системе.

Основополагающая структура, которая наконец позволила понять логику этого зверинца частиц – так сказать, нарисовать план, позволяющий не заблудиться в зоопарке, – оказалась в итоге математическим объектом.

План зоопарка частиц

Когда пытаешься что-то классифицировать, полезно выделить некую основную характеристику, позволяющую разделить множество неупорядоченных объектов на меньшие группы. Так, идея биологического вида помогла установить некий порядок в животном царстве. В случае физики элементарных частиц одной из важных неизменяемых характеристик, которые позволили разбить весь этот зоопарк на меньшие группы, был электрический заряд. Как та или иная частица взаимодействует с электромагнитным полем? Электроны отклоняются в нем в одну сторону, протоны – в другую, а нейтроны вообще его не замечают.

По мере обнаружения новых частиц их можно было сортировать при помощи электромагнитного поля. Некоторые из них отправлялись в клетку к электрону, другие – к протону, а остальные следовало поместить вместе с нейтроном. Так был сделан первый шаг к упорядочению зверинца частиц.

Но электромагнитное взаимодействие – это лишь одна из четырех известных нам сил, связывающих Вселенную воедино. Три остальные силы – это гравитация, сильное ядерное взаимодействие, которое связывает протоны и нейтроны, удерживая их вместе внутри атомного ядра, и, наконец, слабое ядерное взаимодействие, управляющее такими процессами, как радиоактивный распад.

Задача состояла в выделении других характеристик, которые подобно электрическому заряду могли бы выявить разное поведение этих частиц с точки зрения других фундаментальных взаимодействий. Например, хорошим критерием для установления некоторой

иерархии в зоопарке частиц была их масса. По этому признаку можно сгруппировать вместе пионы и каоны, масса которых на порядок меньше, чем у протонов и нейтронов, из которых состоит обычная материя. В другую группу входили вновь открытые сигма-, кси- и лямбда-гипероны, более тяжелые, чем протоны и нейтроны, и часто распадающиеся на протоны и нейтроны.

Частицам с близкой массой часто присваивали одинаковые греческие названия. Собственно говоря, массы протона и нейтрона настолько близки, что их тоже считали родственными частицами, и немецкий физик Вернер Гейзенберг (идеи которого легли в основу нашего следующего «рубежа») придумал для них новое общее название – нуклоны. Но масса все же была грубоватым критерием для классификации частиц. Физики искали чего-то более фундаментального, какой-нибудь закономерности, которая была бы так же эффективна, как и открытый Менделеевым принцип расположения атомов.

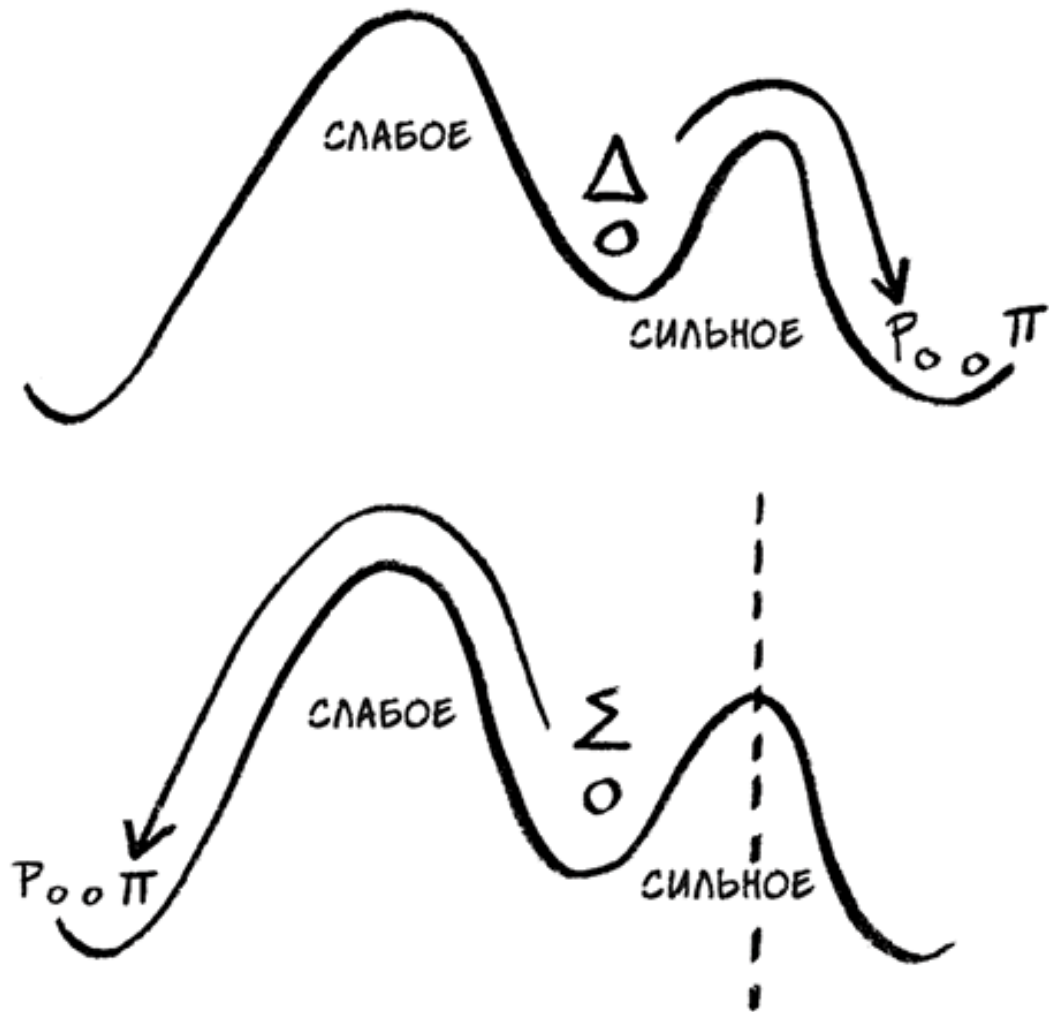
Ключевым элементом, позволившим разобраться в этой лавине новых частиц, стало новое свойство, называемое странностью. Название это возникло в связи со странным поведением некоторых из таких частиц при их распаде. Поскольку, в соответствии с уравнением Эйнштейна $E = mc^2$, масса эквивалентна энергии, а природа предпочитает низкоэнергетические состояния, частицы с большей массой часто стремятся распасться на менее массивные частицы.

Существует несколько механизмов такого распада, каждый из которых основан на одном из фундаментальных взаимодействий. Каждый из механизмов имеет свои характерные признаки, что позволяет физикам понять, какое из фундаментальных взаимодействий вызывает данный распад. Наиболее вероятное для распада той или иной частицы взаимодействие также определяется энергетическими соображениями. Сильное ядерное взаимодействие обычно приводит к распаду частицы быстрее всего, в течение 10^{-24} секунды. Следующим в этой иерархии идет электромагнитное взаимодействие, которое может вызвать испускание фотонов. Слабое ядерное взаимодействие наименее выгодно энергетически, а потому занимает большее время. Распад частицы через слабое ядерное взаимодействие может занять около 10^{-11} секунды. Таким образом, измеряя время, проходящее до распада, можно выявить признаки участия в нем того или иного взаимодействия.

Например, дельта-барион распадается за $6 \cdot 10^{-24}$ секунды на протон и пион через сильное ядерное взаимодействие, а сигма-гиперон распадается на те же протон и пион за $8 \cdot 10^{-11}$ секунды. Большее время распада говорит о том, что он происходит с участием слабого ядерного взаимодействия. Между двумя этими случаями мы находим пример нейтрального пиона, распадающегося через электромагнитное взаимодействие на два фотона, что занимает $8,4 \cdot 10^{-17}$ секунды.

Представим себе шар, лежащий в ложбине. Если слегка подтолкнуть шар вправо, он перекатится через бугорок и попадет в более глубокую ложбину. Этот путь соответствует сильному ядерному взаимодействию. Слева от шара расположен более высокий бугорок, за которым также лежит состояние с более низкой энергией. Это направление соответствует действию слабого ядерного взаимодействия.

Так почему же дельта-барион находит легкий путь через низкий бугорок, а сигма-гиперон преодолевает дополнительные препятствия? Такое поведение казалось странным. Получалось, что некоторые частицы наталкиваются на некий барьер (обозначенный прерывистой линией), который мешает им попасть в нижнюю ложбину по легкому пути.



Дельта-барион (Δ) распадается на протон и пион через сильное взаимодействие. В отличие от него сигма-гиперон (Σ) распадается через слабое взаимодействие

Красота должна быть странной

Физики Абрахам Пайс, Мюррей Гелл-Манн и Кадзухико Нисидзима придумали хитроумный способ разрешения этой загадки. Они предложили новое свойство, подобное заряду, которое определяло, могут или не могут такие частицы участвовать в сильном взаимодействии. Такое новое свойство, названное странностью, позволило физикам классифицировать все эти новые частицы. Каждой частице можно было присвоить значение странности в соответствии с тем, проходил или не проходил ее распад по «длинному пути».

Идея состояла в том, что сильное взаимодействие не может изменить странность частицы, так что если две частицы имеют разную странность, то распад одной в другую через сильное взаимодействие невозможен. На пути в нижнюю ложбину стоит барьер. Однако слабое взаимодействие может изменить странность. Поэтому, раз дельта-барион распадается в протон через сильное взаимодействие, обе эти частицы имеют одинаковую странность, равную 0; в то же время сигма-гиперон имеет другое значение странности, так как для его распада в протон необходимо слабое взаимодействие, и ему приписали странность, равную -1 . То, что это значение получилось отрицательным, связано только с причудами нумерации разных частиц. Если бы оно было равно 1, а не -1 , ничего не изменилось бы.

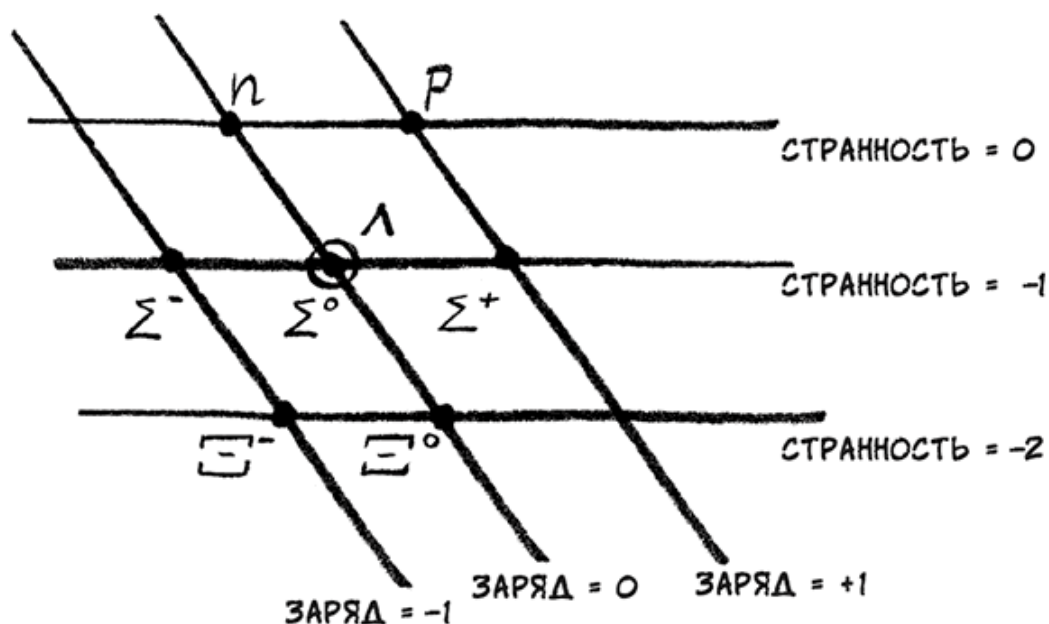
Затем были обнаружены еще более экзотические частицы, возникающие в высокоэнергетических столкновениях, – они распадались в два этапа. Их назвали каскадными частицами и предположили, что они обладают двойной странностью, то есть имеют странность, равную -2 . Результат первого этапа распада имеет странность -1 и распадается на протоны и нейтроны, имеющие нулевую странность. Это несколько похоже на фокус с вытягиванием кролика из шляпы, но он составляет часть научного процесса. В науке то и дело приходится извлекать что-нибудь из шляпы. Большую часть извлеченного приходится отбрасывать, так как она ни на что не годится. Но, если вытаскивать достаточно долго, рано или поздно попадется кролик. Гелл-Манн рассказывал: «Я придумал теорию странности, когда объяснял кому-то одну неправильную идею: я случайно оговорился, и получилась теория странности». Как оказалось, странность была в высшей степени замечательным кроликом.

Исходно понятие странности было введено в качестве бухгалтерского фокуса, приема, который облегчал учет каналов распада из одних частиц в другие. Никто не предполагал, что в идее странности содержится какой бы то ни было физический смысл. Она была нужна, только чтобы установить очередной набор клеток в зоопарке частиц. Но эта новая характеристика оказалась первым намеком на существование гораздо более глубокой физической реальности, действующей под всеми этими частицами. Ключевой момент настал, когда частицы со сходной массой нанесли на график, связывающий значения странности и электрического заряда. Получившаяся картина была преисполнена симметрией.

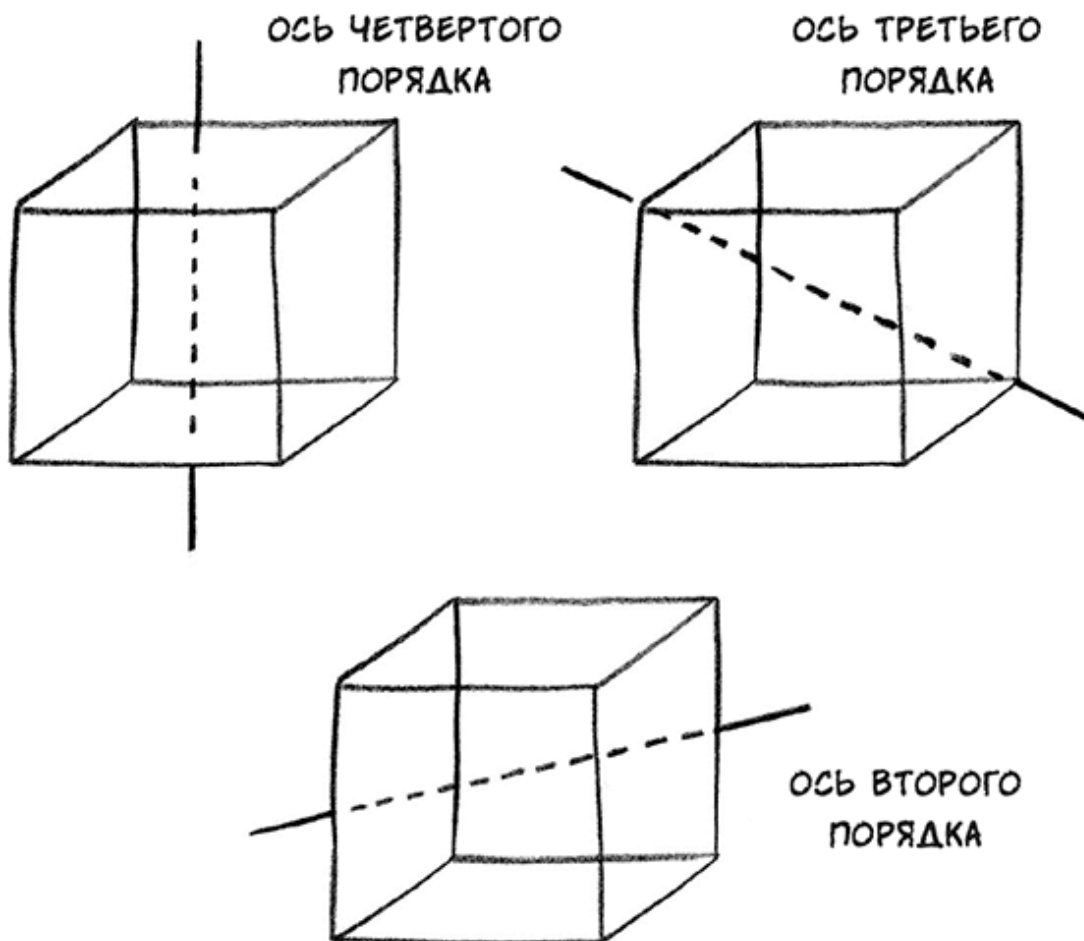
Частицы расположились по шестиугольной решетке, причем в центральной точке этой решетки находились сразу две частицы. Если пионы и каоны расположить на графике зависимости странности от заряда, то тоже получается сходная структура. Когда получаешь такую конструкцию, это несомненно что-то значит. Ключ к пониманию более глубокой реальности, лежащей за этими частицами, состоял в осознании того, что шестиугольные структуры, которые они образовывали, не были чем-то новым – они встречались и раньше. Не в физике, а в математике симметрии.

Симметричное просветление

Для человека, изучавшего математику симметрии, такая шестиугольная система клеток со сдвоенной точкой в центре выглядит очень знакомо. Она является визитной карточкой вполне конкретного симметричного объекта, называемого группой $SU(3)$.



На мой взгляд, это великолепно. Про симметрию я знаю. У меня появляется шанс понять, что происходит в глубинах моей игральной кости. Собственно говоря, моя кость — это идеальное средство объяснения идей, которые лежат в основе математики симметрии. Преобразованиями симметрии такого кубика (если пренебречь очками на его гранях) называются все способы взять кубик, повернуть его и положить обратно так, чтобы он выглядел точно таким же образом, как раньше. Всего таких движений существует 24. Например, кубик можно просто повернуть на четверть оборота вокруг одной из граней или повернуть его на треть оборота вокруг одной из осей, проходящих через противоположные углы кубика.



Всего разных вариантов действий существует 24 (включая тот странный вариант, в котором кубик вообще можно оставить в покое и ничего с ним не делать). Этот набор симметричных движений называют S_4 или группой симметрии четвертого порядка. С учетом зеркальной симметрии, то есть того обстоятельства, что кость также можно увидеть в зеркальном отражении, у такого кубика имеется 48 разных симметрий.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.