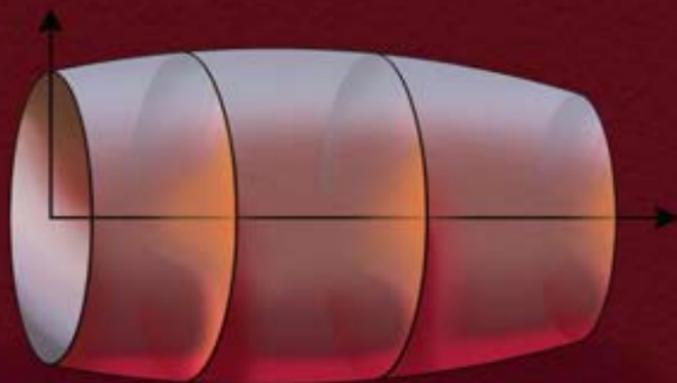


**МОДЕЛИРОВАНИЕ
СТАТИКИ И ДИНАМИКИ
ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ
МАТЕРИАЛОВ**



В. О. КАЛЕДИН
С. М. АУЛЬЧЕНКО
А. Б. МИТКЕВИЧ
Е. В. РЕШЕТНИКОВА
Е. А. СЕДОВА
Ю. В. ШПАКОВА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
СТАТИКИ И ДИНАМИКИ
ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ
МАТЕРИАЛОВ**



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2014

УДК 539.3
ББК 22.251
М 74

Авторский коллектив:

Каледин В.О., Аульченко С.М., Миткевич А.Б.,
Решетникова Е.В., Седова Е.А., Шпакова Ю.В.

Моделирование статики и динамики оболочечных конструкций из композиционных материалов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 196 с. — ISBN 978-5-9221-1529-2.

В книге рассматриваются вопросы математического моделирования статики, колебаний и устойчивости оболочек из композиционных материалов при силовом и температурном воздействии.

Основное внимание уделено численным схемам решения задач о деформировании оболочек вращения с трехмерным армированием.

Книга предназначена научным работникам и специалистам по механике конструкций, а также аспирантам и магистрантам соответствующих профессий.

Рецензенты:

доктор техн. наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, лауреат Государственной премии Украины, зав. кафедрой «Проектирование ракетно-космических аппаратов» Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» *В.Е. Гайдачук*;

доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. лабораторией «Статическая прочность» Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук *И.Ю. Цвелодуб*

Печатается по решению Научного совета РАН по механике конструкций из композиционных материалов

ISBN 978-5-9221-1529-2

© ФИЗМАТЛИТ, 2014

© Коллектив авторов, 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Условные обозначения	5
Введение	9
Глава 1. Особенности моделирования статики, устойчивости и колебаний оболочечных конструкций из композиционных материалов.	12
1.1. Особенности физико-механических свойств оболочек из композиционных материалов	12
1.2. Основные модели деформирования оболочечных конструкций из композиционных материалов	19
1.3. Основные методы решения задач статики, колебаний и устойчивости оболочечных конструкций	27
Глава 2. Оболочки вращения с произвольной схемой армирования	36
2.1. Вариационная постановка задачи	36
2.2. Кинематические и статические гипотезы	40
2.3. Дискретизация задачи и разрешающие уравнения статического деформирования оболочки	43
2.4. Теоретическая оценка погрешности решения краевых задач статики оболочек вращения	54
2.5. Оценка точности численного решения задач статического деформирования на контрольных примерах.	61
2.6. Чувствительность модели составной и подкрепленной оболочки к способу моделирования условий сопряжения.	67
2.7. Чувствительность модели гладкой эллипсоидальной оболочки к углу спиральности	75
2.8. Разрешающие уравнения свободных колебаний оболочки	76
2.9. Оценка погрешности расчета собственных колебаний	79
2.10. Чувствительность собственных частот цилиндрической оболочки к варьированию конструктивных параметров.	81
2.11. Разрешающие уравнения для линейной задачи устойчивости при осесимметричном докритическом состоянии	84

2.12. Оценка погрешности расчета устойчивости	89
2.13. Чувствительность критических нагрузок подкрепленной цилиндрической оболочки к варьированию конструктивных параметров	91
2.14. Устойчивость трехслойной оболочки с легким наполнителем, подкрепленной шпангоутами	91
2.15. Чувствительность к жесткости поперечного силового набора подкрепленных цилиндрических оболочек	97
Глава 3. Деформирование и устойчивость оболочек с начальными расслоениями.	107
3.1. Геометрия конструкции; кинематические и статические гипотезы	107
3.2. Разрешающие уравнения и граничные условия	110
3.3. Дискретные модели деформирования слоистых оболочек	111
3.4. Исследование деформирования оболочек с начальными расслоениями под действием гидростатической нагрузки	112
Глава 4. Математическая модель волновых процессов в оболочках вращения, обтекаемых потоком жидкости	129
4.1. Краевая задача гидроупругости оболочки вращения	130
4.2. Дискретизация задачи	139
4.3. Алгоритм решения связанной задачи гидроупругости для анализа колебаний оболочки в обтекающем потоке	146
4.4. Влияние параметров упругости и демпфирования на фазовую скорость и затухание бегущей волны в цилиндрической оболочке	148
4.5. Влияние расслоений на фазовую скорость и затухание бегущей волны в цилиндрической оболочке	152
4.6. Стационарные волновые процессы в цилиндрических оболочках	154
4.7. Переходные процессы при возбуждении колебаний в оболочках вращения	167
Список литературы	185

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Геометрические параметры и координаты

- R_s, R_θ — радиусы главных кривизн оболочки
 h — толщина оболочки
 s — координата по длине дуги меридиана
 n — координата по нормали к координатной поверхности
 θ — окружная координата
 β — угол между касательной к меридиану и осью оболочки
 φ — угол, образованный нормалью к координатной поверхности и осью вращения оболочки
 α — угол спиральности между проекцией направления армирования на плоскость (θ, n) и касательной плоскостью к координатной поверхности (s, θ)
 η — угол между проекцией направления армирования на плоскость (s, θ) и координатной плоскостью (s, n)
 ψ — угол между проекцией направления армирования на координатную плоскость (s, n) и касательной плоскостью к координатной поверхности (s, θ)

Физические параметры

- t — температура, время
 A — работа внешних сил
 Π — потенциальная энергия (функционал Лагранжа)
 T — кинетическая энергия
 W — полная энергия деформации
 χ — плотность энергии деформации
 ω — частота колебаний
 ρ — плотность
 λ — коэффициент запаса по устойчивости (отношение критической нагрузки к приложенной)
 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ — коэффициенты демпфирования

- E — модуль упругости изотропного материала
 G — модуль сдвига изотропного материала
 μ — коэффициент Пуассона изотропного материала
 $\varpi_{\text{крит}}^{(1)}, \varpi_{\text{крит}}^{(2)}$ — критические частоты
 $a_{\text{к-л}}$ — фазовая скорость бегущей волны, рассчитанная по гипотезе Кирхгофа–Лява
 \tilde{a} — предельное значение фазовой скорости
 E_s, E_θ, E_n — модули упругости ортотропного материала
 $G_{s\theta}, G_{sn}, G_{\theta n}$ — модули сдвига ортотропного материала
 ν_s, ν_θ — коэффициенты Пуассона ортотропного материала
 $\zeta, \zeta', \bar{\zeta}$ — тензор коэффициентов температурной деформации материала
 ζ_t — начальные температурные напряжения
 \mathbf{d}, \mathbf{d}' — изотермический тензор упругости
 C_{mp}, D_{mp}, K_{mp} — интегральные жесткостные характеристики оболочки
 D_{22}^* — цилиндрическая жесткость шпангоутов

Силовые факторы и напряжения

- $q_s, q_\theta, q_{s\theta}$ — погонные усилия
 $m_s, m_\theta, m_{s\theta}$ — погонные моменты: изгибающие и крутящий
 r_s, r_θ — перерезывающие погонные усилия
 F_i — объемные силы
 f_i — поверхностные силы
 σ — напряжения
 σ' — напряжения в базисе, связанном с направлением армирования
 $\tau_{s\theta}, \tau_{\theta n}, \tau_{sn}$ — касательные напряжения в базисе (s, θ, n)
 $\tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{13}$ — касательные напряжения в базисе, связанном с направлением армирования

Перемещения, деформации

- \mathbf{e}, \mathbf{e}' — линейный тензор деформаций в точке материала
 $\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{s\theta}$ — деформации координатной поверхности оболочки
 γ_s, γ_θ — деформации поперечного сдвига
 $\varkappa_s, \varkappa_\theta, \varkappa_{s\theta}$ — деформации изгиба и кручения
 $\vartheta_s, \vartheta_\theta$ — углы поворота нормали вокруг меридиана и окружности

- u, v, w — перемещения точек координатной поверхности (s, θ) вдоль меридиана, окружности и нормали
 u_s, u_θ, u_n — перемещения вдоль меридиана, окружности и нормали в зависимости от нормальной координаты

Матрицы

- Γ — матрица связи деформаций в точке с деформациями координатной поверхности
 Ξ — матрица зависимости перемещений в заполнителе и шпангоутах от перемещений на срединных поверхностях несущих слоев трехслойной оболочки
 \bar{Z} — матрица демпфирования
 Σ — матрица связи деформаций поверхности приведения трехслойной оболочки с перемещениями
 \mathbf{b} — операторная матрица, связывающая деформации срединных поверхностей несущих слоев оболочки с перемещениями
 \mathbf{N} — матрица функций формы конечного элемента
 \mathbf{B} — матрица деформаций конечного элемента как результат действия оператора \mathbf{b} на матрицу функций формы \mathbf{N}
 \mathbf{k} — матрица жесткости конечного элемента
 \mathbf{m} — матрица масс конечного элемента
 \mathbf{g} — матрица геометрической жесткости конечного элемента
 Ψ — глобальная матрица геометрической жесткости
 \mathbf{D} — матрица упругости конечного элемента
 $\bar{\mathbf{d}}$ — матрица упругости материала, преобразованная на основе статических и кинематических гипотез
 $\mathbf{J}_{s\theta}, \mathbf{J}_s, \mathbf{J}_\theta$ — матрицы связи между нелинейными составляющими тензора деформаций координатной поверхности и узловыми неизвестными

Матрицы-столбцы

- δ — вектор узловых переменных конечного элемента
 Δ — глобальный вектор узловых переменных
 $\dot{\Delta}$ — глобальный вектор узловых скоростей
 \mathbf{P} — глобальный вектор распределенных нагрузок
 \mathbf{Q} — вектор-столбец приведенных узловых сил
 \mathbf{v} — вектор скорости
 \mathbf{R} — вектор амплитуд узловых сил и моментов

Функции

$\delta(x)$ — дельта-функция Дирака

$H(x)$ — функция Хевисайда

ξ_1, ξ_2 — базисные функции для выражения перемещений в заполнителе и шпангоутах трехслойной оболочки через перемещения несущих слоев

N_1, N_2, \dots — функции формы конечного элемента

ВВЕДЕНИЕ

При создании новых силовых конструкций машин и оборудования уже на ранних стадиях проектирования для принятия проектно-конструкторских решений требуется информация о влиянии конструктивных параметров на прочностные характеристики. Эта информация в отсутствие опытных данных может быть получена только с помощью теоретических моделей. Разработка перспективных видов силовых конструкций зависит от наличия опережающих разработок эффективных средств их математического моделирования.

Поэтому представляется актуальной разработка теоретических моделей статического деформирования, устойчивости и колебаний спирально-армированных оболочек вращения из полимерных композиционных материалов, учитывающих особенности физико-механических свойств этих материалов, применительно к новым видам оболочечных конструкций.

В настоящей монографии рассматривается математическое моделирование статического деформирования, колебаний и устойчивости составных и подкрепленных оболочек из композиционных материалов при силовом и температурном воздействии.

Дискретные модели деформирования строятся на основе кинематических гипотез типа Кирхгофа–Лява и Тимошенко с использованием вариационных принципов теории оболочек. В случае оболочек вращения дискретизация в направлении меридиана основана на методе конечных элементов; при этом перемещения представляются в форме кубического эрмитова сплайна с возможностью разрыва производных в местах стыка разнородных частей, а в окружном направлении — в виде тригонометрических рядов Фурье. При построении моделей разработана методика вычисления интегральных характеристик жесткости оболочек с различными схемами армирования, в том числе пространственными, дано обоснование сходимости численно-аналитического решения краевых задач статики, устойчивости и колебаний оболочек вращения. Оболочки более общего вида моделируются двумерными конечными элементами. Выполнена программная реализация разработанной методики численного моделирования статического деформирования, устойчивости и малых колебаний подкрепленных и составных оболочек вращения с произвольными схемами армирования при силовых и термических воздействиях. Достоверность теоретических выводов обеспечивается использованием апробированных математических моделей упругого деформирования, колебаний и линейной устойчивости рассматриваемых конструкций, методов численного решения краевых

задач, исследованием сходимости итерационных последовательностей, сравнением результатов тестовых расчетов с аналитическими решениями соответствующих задач и сопоставлением отдельных расчетно-теоретических результатов с известными экспериментальными данными.

Первая глава содержит аналитический обзор основных моделей статического деформирования, колебаний и устойчивости оболочек вращения с учетом их структурной неоднородности, анизотропии конструкционных материалов, силовых и термических воздействий. Приводится анализ численных и численно-аналитических методов, используемых для решения задач математического моделирования оболочек при расчетах их прочности.

Во **второй главе** представлена математическая модель деформирования упругих пространственно-армированных оболочек вращения, подкрепленных шпангоутами, основанная на полуаналитическом методе конечных элементов в варианте метода перемещений. С использованием данной модели разработаны частные методики решения задач статики, колебаний и устойчивости этих конструкций, а также трехслойных оболочек вращения с легким заполнителем. Решения краевых задач представлены эрмитовым сплайном третьего порядка вдоль меридиана и разложением в тригонометрические ряды по окружности. На тестовых примерах проведена оценка погрешности численно-аналитического решения краевых задач статики, устойчивости и колебаний оболочек вращения. Получена теоретическая оценка сходимости предлагаемого варианта метода конечных элементов для случая однородной оболочки и при наличии стыка ее разнородных частей. Сходимость на гладких участках оболочки обосновывается применением известной теоремы о порядке аппроксимации метода конечных элементов, а для узла, соединяющего разнородные части оболочки, порядок аппроксимации получен теоретически непосредственной оценкой невязки в этом узле. Найдено, что использование сплайна, гладкого по всей длине оболочки, не позволяет учесть краевой эффект вблизи стыка разнородных участков, а предложенная методика разрыва производных устраняет этот недостаток. Анализируется точность предлагаемого решения на основе сравнения результатов расчета контрольных примеров с точными аналитическими решениями, а также с численными решениями, полученными известными методами.

В **третьей главе** на основе рассмотрения геометрических и конструктивных особенностей крупногабаритных оболочечных конструкций из слоистых композиционных материалов сформулированы математические модели, позволяющие описать статическое деформирование и устойчивость оболочечных конструкций с локальными дефектами структуры типа расслоений и непроклеев. Программная реализация разработанных методик математического моделирования позволила создать инструментальные средства для проектирования новых крупногабаритных оболочек из слоистых композиционных материалов. С использованием разработанных моделей, алгоритмов и программ проводится

расчетно-теоретическое исследование напряженно-деформированного состояния и устойчивости оболочек с начальными расслоениями под воздействием гидростатических нагрузок. Анализируется влияние размеров и расположения расслоений на напряженно-деформированное состояние и устойчивость многослойной цилиндрической оболочки.

В результате получены количественные зависимости параметров напряженно-деформированного состояния и критических нагрузок потери устойчивости от размеров и расположения расслоений и непрочностей. Произведена оценка точности численного решения на основе сравнения с известными результатами экспериментального определения несущей способности пластин с расслоениями. Полученные результаты могут быть использованы для регламентации допустимых технологических дефектов при изготовлении машиностроительных конструкций.

В *четвертой главе* математическая модель деформирования оболочки дополнена уравнениями течения вязкой жидкости, что позволяет анализировать вынужденные колебания оболочки произвольной гауссовой кривизны при внешнем обтекании жидкостью. Строится алгоритм решения связанной и несвязанной задач гидроупругости, проводится сопоставление результатов расчета по предложенному алгоритму с аналитическими решениями, исследуется сходимость алгоритма. Исследовано влияние выбора кинематической гипотезы на решение. Показано обратное влияние колебаний оболочки на картину обтекания.

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАТИКИ, УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАНИЙ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Задачи обеспечения прочности занимают приоритетное место в процессе проектирования силовых конструкций машин, приборов и оборудования. В настоящее время сохраняется тенденция к увеличению объема исследований функциональных свойств конструкции на стадии предэскизного и эскизного проектирования [4, 5, 43, 47, 77]. Уже на ранних этапах проектирования конструкции, когда определены только ее основные проектные параметры, появляется потребность в оценках несущей способности создаваемой конструкции, на основе которых второстепенные, но важные для обеспечения прочности конструкции параметры варьируются для выбора рационального проекта. В связи с этим все большее практическое значение при проектировании ответственных силовых конструкций приобретают методы математического моделирования и вычислительного эксперимента.

1.1. Особенности физико-механических свойств оболочек из композиционных материалов

Одной из основных тенденций развития современной техники является широкое использование для изготовления различных конструкций композиционных материалов, состоящих из структурных компонентов с существенно различными физико-механическими свойствами. Однако эффективность конструктивных решений во многом зависит от правильного учета специфики механического поведения композитов под нагрузкой [148, 155]. Неоднородность материала оказывает существенное влияние на напряженно-деформированное состояние композитной оболочки, которое отличается от напряженного состояния традиционных оболочек из однородных изотропных материалов [97, 100]. Особенно это касается тех случаев, когда конструкции работают в экстремальных условиях нагружения. В связи с этим математическая модель проектируемой конструкции должна учитывать специфику используемого для ее изготовления материала.

Представляются важными следующие аспекты, которые должны быть отражены в математической модели.

Неоднородность и анизотропия материала

Конструктивные особенности оболочек из волокнистых композиционных материалов заключаются в наличии неоднородности материала

на различных структурных уровнях: микроструктуры «волоконно-матрица», неоднородности на уровне слоев и неоднородности на уровне «оболочка–подкрепление» для оболочек с силовым набором [37, 136].

Неоднородность на уровне микроструктуры приходится принимать во внимание при определении напряжений в волокнах и связующем для установления закономерностей разрушения композиционного материала. При этом не может идти речь об учете действительной формы проектируемого изделия, поскольку характерный размер изделия на много порядков больше расстояния между волокнами в материале. Поэтому при расчете напряженно-деформированного состояния изделия используются модели, основанные на представлении композиционного материала некоторой однородной средой с осредненными («эффективными») физико-механическими характеристиками.

Композиционные материалы обладают существенной анизотропией характеристик упругости и прочности. По данным работ [82, 129], модули упругости в продольном и поперечном (по отношению к армированию) направлении различаются в 10–100 раз, пределы прочности на растяжение вдоль и поперек волокон — в 30–100 раз, а пределы прочности на растяжение вдоль волокон и на сдвиг — до 150 раз. При некоторых технологиях изготовления оболочек прочность межслоевого сдвига может быть в несколько раз ниже прочности сдвига внутри слоя. Поэтому при математическом моделировании необходимо, с одной стороны, чтобы модель учитывала анизотропию, а с другой стороны, чтобы учитывались все компоненты тензора напряжений, которые могут оказать существенное влияние на прочность [74].

В настоящее время благодаря работам [39, 104, 109, 127, 128, 132, 139, 145] достаточно хорошо развиты модели и методы определения эффективных характеристик упругости композиционных материалов по свойствам их компонент. Обзор методов получения точных и оценочных значений для эффективных упругих модулей и эффективных коэффициентов теплового расширения представлен, например, в [104]. Приведены результаты сравнения теории с экспериментами. В [132] получены выражения для эффективных компонент тензоров жесткости и термического расширения на основе упрощенной гипотезы об однородности деформации пространственно-армированного композита, проведен анализ влияния на них параметров структуры и найдены доставляющие им экстремум коэффициенты армирования и угла ориентации прямолинейных волокон. В [109] получены аналитические выражения для эффективных характеристик на примере упругой и линейной вязкоупругой неоднородных сред. Выполнен ряд фундаментальных работ по экспериментальному исследованию механических свойств композиционных материалов [85, 128, 143].

Можно сделать вывод, что существующие модели, основанные на рассмотрении микроструктурных компонентов композиционного материала, позволяют оценить их эффективные модули упругости. На ранних стадиях проектирования, при отсутствии экспериментальных данных,

такие оценки используются для предварительного анализа напряженного состояния. Однако при наличии материалов-прототипов оказывается возможным прямое экспериментальное измерение констант закона упругости ортотропных материалов в осях анизотропии [128], что, несомненно, улучшает адекватность моделирования. Для получения характеристик упругости в осях, не совпадающих с осями анизотропии, их в любом случае приходится пересчитывать с учетом тензорных свойств [88, 100], поскольку прямое измерение коэффициентов взаимного влияния между растягивающими напряжениями и сдвиговыми деформациями практически трудно выполнимо [128].

Термоупругость

Механическое поведение конструкций из композиционных материалов более чувствительно к температурным воздействиям по сравнению с однородными изотропными материалами. Различие коэффициентов линейного температурного расширения (КЛТР) волокон и связующего приводит к последствиям двух видов. Во-первых, возникают значительные микроструктурные напряжения даже при равномерном нагреве материала [39, 50, 98]. Во-вторых, эффективные КЛТР материала различны в направлениях вдоль и поперек волокон, что, в свою очередь, приводит к появлению температурных деформаций сдвига в осях, расположенных под углом к направлению армирования.

Поэтому модель деформирования оболочечной конструкции из композитов при силовых и температурных воздействиях должна строиться на основе определяющих соотношений материала с учетом термоупругости [39].

Слоистая структура волокнистых композитов

Микроструктурные модели не позволяют с приемлемыми затратами рассчитать напряженно-деформированное состояние элементов конструкций, содержащих большое число включений. При существующих технологиях изготовления конструкций из композитов волокна располагаются в объеме изделия упорядоченно, образуя монослои с одинаковыми направлениями армирования, а монослои, в свою очередь, образуют слоистый пакет. В связи с этим учет неоднородности в прикладных расчетах на прочность ограничивается уровнем слоев, каждый из которых рассматривается как однородный анизотропный материал с модулями упругости, определенными так, как описано выше [37].

Слоистые оболочечные конструкции широко распространены, хотя высокая прочность в плоскости слоев, как правило, сочетается с низкой прочностью между слоями. Преимущества волокнистых композитов наиболее полно реализуется в тонкостенных элементах, где напряжения в слоях значительно превышают межслоевые нормальные и касательные напряжения [39]. Поэтому при проектировании приходится выбирать рациональные схемы армирования, обеспечивающие наибольшую прочность при заданном виде нагружения [100]. Обычно (при изготовлении

оболочки намоткой) армирующие волокна расположены вдоль срединной поверхности оболочки, под некоторым углом к меридиану. В оболочках, работающих при высоком давлении и температуре, находят применение пространственные схемы армирования, в которых армирующие волокна располагаются под углом к поверхности оболочки; это приводит к появлению эффектов взаимного влияния линейных и сдвиговых деформаций в системе отсчета «меридиан–окружность», т. е. оболочка становится неортотропной.

Реализация рациональных схем армирования определяется возможностями используемых технологических процессов. При изготовлении баллонов давления, емкостей, баков, трубопроводов и других конструкций часто используется метод непрерывной намотки. Этот метод позволяет получить оболочки вращения достаточно сложной формы с направленными изменениями механических, физических и химических свойств в соответствии с назначением конструкции и спектром действующих нагрузок [100].

Проблема оптимального армирования оболочек вращения из композиционных материалов решается в [100], где получены теоретические зависимости модулей упругости материала от угла укладки (путем поворота осей координат), дающие возможность априорной оценки жесткости при проектировании материала, армированного непрерывным волокном. Однако в этой работе анализируются схемы армирования, основанные на укладке волокон параллельно срединной поверхности оболочки, что не дает возможности обобщить результаты на пространственное армирование. В работе [89] эта задача решена для материала, армированного лентой; с помощью анализа геометрии укладки лент предложен способ определения характеристик упругости, исследована на примере особенность их изменения в зависимости от радиуса и ширины ленты. В работе [116] теоретические оценки модулей и пределов прочности использованы при оптимизации малогабаритных баллонов давления, изготовленных методом спирально-кольцевой намотки органических нитей, по критерию массы. В [139] разработан алгоритм оптимального проектирования стержневых, гибридных, спирально армированных элементов, в котором при оценке модулей упругости и пределов прочности материала учитывается разориентация волокон в пределах слоев, обусловленная технологией намотки. В [39] получены путем поворота осей координат соотношения, определяющие термоупругие характеристики слоя, армированного под углом к направлению нагружения, по известным упругим постоянным исходного ортотропного элемента. Предложено рассматривать систему двух симметрично армированных слоев как один ортотропный. Заметим, что при технологии намотки волокна располагаются по геодезическим линиям. Вследствие этого изменение угла армирования зависит от изменения радиуса, а толщина монослоя определяется углом армирования, т. е. (в случае криволинейного меридиана) как углы армирования, так и толщина каждого слоя изменяются вдоль меридиана [100].

В случае крупногабаритной конструкции параметры армирования композита также целесообразно выбирать переменными для достижения минимальной массы. В оболочках вращения, изготовленных намоткой, ориентация волокон внутри слоя может меняться непрерывно по меридиану. Другим конструктивным решением может быть ориентация однонаправленных слоев в композите в четырех основных направлениях (0° , 45° , 90° , -45°), составляющих четыре основные группы [129], и изменение соотношения числа слоев каждого вида в зависимости от вида напряженного состояния.

Для уменьшения напряжений в связующем и обеспечения максимальной реализации свойств волокон слои должны быть ориентированы как минимум в трех направлениях: 0° , $+45^\circ$, -45° . В большинстве конструкций используются слоистые композиты с ориентацией слоев во всех четырех направлениях. Это позволяет минимизировать напряжения в матрице и создавать наиболее благоприятные условия поведения композита.

Можно укладывать волокна под разными углами, варьируя свойства композиционных материалов внутри слоя, но нужно учитывать, что от порядка укладки слоев по толщине пакета зависят как мембранные, так и изгибные, и крутильные жесткости материала [55]. Вполне естественно, что, используя однородные материалы, невозможно получить такое разнообразие физико-механических свойств оболочечных конструкций.

В отличие от ортотропных оболочек, исследованных достаточно полно для построения практически применимых математических моделей, в литературе не содержится достаточно полных сведений о моделировании оболочек с пространственными схемами армирования. Материал с пространственным армированием, как правило, не является ортотропным, и напряжения растяжения и сжатия в естественных осях координат оболочки вызывают появление деформаций поперечного сдвига. Существующие подходы к расчету таких оболочек основываются на экспериментальном определении эффективных модулей спирально армированного слоистого пакета. Как правило, коэффициентами взаимного влияния пренебрегают, что приводит к возможной неточности описания деформаций и напряжений.

Силовой набор и наполнитель

Выше уже указывалось, что преимущества композиционных материалов наиболее полно реализуются в тонкостенных элементах конструкций [28, 39], в частности, в оболочках. Особенностью тонкостенных конструкций является их способность разрушаться от потери устойчивости при напряжениях, не превышающих предела пропорциональности материала. Потеря устойчивости обусловлена нелинейными составляющими деформаций. Увеличение критических нагрузок достигается конструктивными средствами — введением силового набора и увеличением изгибной жесткости за счет разнеса материала от срединной поверхности, т. е. применение трехслойных конструкций

с легким наполнителем [80]. Именно такие конструкции в настоящее время наиболее часто используются в качестве корпусов летательных аппаратов и других машин.

Наличие элементов подкрепления, а также нагруженных и защемленных кромок приводит к появлению краевых эффектов, в зоне которых напряжения могут значительно превышать напряжения, существующие вдали от указанных концентраторов [32]. Некоторые из этих особенностей имеются и у изотропных оболочек (такие, как краевой эффект Лява [138]). Наряду с этим слоистая структура обуславливает и появление краевых эффектов других видов: эффекта Рейснера [32], эффекта релаксации нормали и др., причем скорость затухания этих специфических краевых эффектов различна. Поэтому требуется надежное вычисление напряжений в зоне краевых эффектов [71].

В отличие от традиционных материалов, в которых подкрепляющие элементы часто закрепляют шарнирно, слоистые материалы обычно находятся в жесткой склейке с элементами силового набора. С одной стороны, это не дает конструктивно разгрузить зону соединения, но, с другой, позволяет конструкции нести необходимую нагрузку даже при растрескивании одного или нескольких слоев, т. е. повышает ее живучесть.

Трехслойная пластина или оболочка состоит из двух относительно тонких слоев (называемых несущими) из высокопрочных материалов, связанных слоем наполнителя, толщина которого значительно больше толщины несущих слоев. Прочностные характеристики и плотность наполнителя, как правило, значительно ниже, чем несущих слоев. При использовании соответствующих материалов несущих слоев и наполнителя трехслойные оболочки могут обладать хорошими вибропоглощающими характеристиками, иметь необходимые звуко- и теплоизоляционные свойства, требуемую свето- и радиопрозрачность. По материалу несущих слоев и наполнителя трехслойные конструкции делятся на: металлические, полимерные, комбинированные. По структуре сечения трехслойные конструкции разделяют на симметричные и несимметричные. Если несущие слои имеют одинаковую толщину и изготовлены из одинаковых материалов, то конструкцию считают симметричной. У несимметричных конструкций несущие слои имеют неодинаковую толщину, изготовлены из разных материалов, т. е. асимметрия может быть геометрической и физической. Применение несимметричных по структуре трехслойных конструкций связано не только с требованиями получения конструкции минимальной массы, но и с функциональными свойствами, например, обеспечением теплоизоляции, радиопрозрачностью и др. Созданию и применению трехслойных конструкций предшествовало большое число теоретических и экспериментальных исследований. В результате выявлены основные преимущества трехслойных конструкций: малая масса (по сравнению с традиционными типами подкрепленных пластин и оболочек при определенных размерах конструкции и типах материалов);

экономичность; хорошие функциональные свойства; долговечность; выносливость; большой срок службы за счет равномерного подкрепления несущих слоев, а также невысокая трудоемкость изготовления [80].

Однако трехслойные конструкции имеют и некоторые недостатки: снижение прочности в процессе эксплуатации клеевых соединений за счет старения клея; жесткие требования к технологическому процессу и его стабильности; необходимость применения совершенных методов и аппаратуры для неразрушающего контроля соединений заполнителя с несущими слоями; отсутствие надежных методов нормирования допускаемых дефектов трехслойных конструкций, особенно типа расслоения.

При изгибе пластин или оболочек основным видом деформации заполнителя, обеспечивающим совместную работу несущих слоев, является поперечный сдвиг. При нагружении сосредоточенными силами в направлении, перпендикулярном срединной поверхности пластинки или оболочки, заполнитель сжимается или растягивается в этом направлении.

При описании работы заполнителя обычно предполагается, что тангенциальные перемещения по толщине при деформировании трехслойной конструкции изменяются линейно. Это допущение справедливо при определенных параметрах заполнителя [141].

При расчете конструкции вдали от зон с резким изменением ее параметров или вдали от опор допустимо считать, что сближение слоев по нормали отсутствует.

Большое влияние на напряженно-деформированное состояние трехслойных конструкций оказывает характер закрепления кромок. Классические граничные условия для трехслойных конструкций не имеют практического применения в реальных условиях опирания края. Для трехслойных конструкций специфическим является случай закрепления пластины или оболочки по контуру за несущие слои [141].

Несовершенства и начальные повреждения

В настоящее время существует тенденция увеличения габаритов корпусных конструкций из слоистых композиционных материалов. Это обусловлено тем, что такие конструкции имеют существенно меньшую массу, чем их металлические аналоги, и основано на опыте создания и эксплуатации композитных конструкций меньших габаритов. Увеличение размеров конструкций связано с ростом вероятности технологических дефектов в них. Это вынуждает находить более рациональные конструктивные решения, обеспечивающие достаточный уровень прочности изделий при серийном производстве и в то же время позволяющие снизить потери в производстве, вызванные меньшей стабильностью прочностных свойств конструкций.

Однонаправлено армированные волокнистые материалы типа стекло- и углепластиков разрушаются хрупко, и их диаграмма деформирования близка к линейной вплоть до начала разрушения [100]. Поэтому