Т. А. Колесникова

МАТЕМАТИКА

Решение задач на ЕГЭ

- Алгоритмы решения задач профильного уровня
- Более 200 задач с подробными решениями
- Задачи для самостоятельного решения с пояснениями к ответам
- Теоретический материал, необходимый для решения задач

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
К60

Колесникова, Татьяна Александровна.

К60 Математика : решение задач на ЕГЭ / Т. А. Колесникова. — Москва : Эксмо, 2020. — 224 с. — (Сборники задач для подготовки к ЕГЭ).

ISBN 978-5-04-107716-7

В книге приводятся теоретические сведения, необходимые для решения задач на ЕГЭ по математике профильного уровня, примеры текстовых и геометрических задач с подробными решениями и ответами, а также задания для самостоятельного выполнения.

Пособие окажет неоценимую помощь учащимся при подготовке к экзамену, а также может быть использовано учителями при организации учебного процесса.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-107716-7

Содержание

Введение

В данном пособии представлен блок единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике профильного уровня, развивающий такой важный навык, как решение задач. Теория и примеры задач с подробным объяснением связаны непосредственно с тем минимумом знаний и навыков, которые понадобятся для успешного выполнения заданий ЕГЭ 1, 4, 10, 11, 17, 19 (решение текстовых задач математического и прикладного характера), 3, 6, 8, 14, 16 (решение геометрических задач).

Книга состоит из двух разделов — «Текстовые задачи» и «Геометрические задачи», каждый из которых включает четыре блока: «Что нужно знать» (теоретический блок, который поможет актуализировать и систематизировать знания, необходимые для решения задач), «Как решать задачи» (что необходимо помнить, на что обращать внимание при решении, подробный разбор примеров задач, которые могут встретиться на экзамене по математике), «Задачи для самостоятельного решения» и «Ответы». Большое внимание уделено решению практических задач и задач с экономическим содержанием.

Задания единого государственного экзамена по математике проверяют знания и умения выпускников, сформированные при изучении следующих разделов курса: «Алгебра», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Начала математического анализа», «Геометрия», «Элементы комбинаторики и теории вероятностей».

Вариант контрольных измерительных материалов (КИМ) экзаменационной работы содержит 19 заданий и состоит из двух частей: часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности, часть 2 — 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности. Задания 1—12 предполагают решение текстовых, стереометрических, планиметрических задач, задач с применением теории вероятностей и производной, решение уравнений и неравенств, исследование функций, проведение алгебраических вычислений и преобразований. Для успешного выполнения заданий с развёрнутым ответом требуются не только хорошие математические знания, но и применение творческого подхода к решению, а также умение эффективно использовать полученные навыки в качестве профессионального инструмента.

Ответ на задания 1—12 даётся записью в виде целого числа или конечной десятичной дроби по приведённому ниже образцу в поле ответа в тексте работы, а затем переносится в бланк ответов № 1. Каждую цифру, знак «минус» и запятую в бланке ответов следует писать в отдельную клетку. Единицы измерений (в том числе проценты и градусы) писать не нужно.

КИМ — БЛАНК

Ответ: –0,95.

11	–	0	,	9	5												

При выполнении заданий 13—19 решение даётся в развёрнутой форме. В бланке ответов № 2 необходимо указать номер задания и записать полное изложение решения с ответом, составленное в соответствии с требованиями. Бланк ответов № 2 односторонний; ответ, записанный на оборотной стороне бланка, не будет оцениваться.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком, который выдаётся комиссией и представляет собой лист формата А4 со штампом учреждения образования. После окончания экзамена черновик сдаётся, но записи в черновике, а также в тексте КИМ не учитываются при оценивании работы. Поэтому обязательно надо перенести ответы в бланки. На черновике желательно записывать пояснение так, как оно будет выглядеть в бланке ответа, чтобы при переписывании не тратить время на формулирование и выстраивание порядка ответа.

Для подготовки к экзамену школьнику следует:

- ознакомиться с кодификатором, спецификацией и демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена по математике;
- уделить особое внимание решению практических задач, ориентированных на применение математических знаний в повседневности; отдельно позаниматься с заданиями, требующими применения теории вероятностей;
- потренироваться осуществлять значительные алгебраические преобразования, строить и исследовать математические модели, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений — эти навыки понадобятся для выполнения заданий высокого уровня сложности.

Желаем успехов на ЕГЭ!

Что нужно знать

В данной главе представлен основной теоретический материал, который необходим для решения текстовых задач как математического, так и прикладного характера. Числа под заглавием каждого блока соответствуют номерам заданий ЕГЭ, в которых может применяться данный теоретический материал.

Единицы измерения величин

1

При решении текстовых задач часто приходится переводить одни единицы измерения величин в другие.

Меры длины

1 км = 1000 м	1 м = 10 дм	1 дм = 10 см
1 см = 10 мм	1 мм = 0,1 см	1 см = 0,1 дм
1 дм = 0,1 м	1 м = 0,001 км	1 см = 0,01 м

Меры массы

1 т = 1000 кг	1 кг = 1000 г	1 ц = 100 кг
1 г = 1000 мг	1 мг = 0,001 г	1 г = 0,001 кг
1 кг = 0,01 ц	1 кг = 0,001 т	1 т = 10 ц

Меры площади

1 м^2 = 10 000 см^2	1 а = 100 м^2	1 м^2 = 0,01 а
1 м^2 = 100 дм^2	1 га = 100 а	1 а = 0,01 га
1 см^2 = 0,0001 м^2	1 га = 10 000 м^2	1 м^2 = 0,0001 га
1 дм^2 = 0,01 м^2	1 км^2 = 100 га	1 га = 0,01 км^2

Меры объёма

1 м^3 = 1000 дм^3	1 л = 1 дм^3	1 дм^3 = 1000 см^3

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

В некоторых задачах необходим перевод нестандартных единиц измерения, например мили в километры. Перевод таких единиц даётся в условии задачи, поэтому заучивать данную информацию необязательно.

Округление с недостатком и избытком

1

В повседневной жизни количество обычно определяется натуральным числом: количество карандашей, этажей в доме, учащихся в классе и т. п. В задачах на округление с избытком и недостатком ответы выражаются также целыми числами, так как количество предметов не может выражаться дробным и отрицательным числом. Если при решении некоторых текстовых задач ответ получается в виде дробного числа, то в зависимости от условия задачи ответ необходимо округлить до целого.

Если в задаче идёт речь о штучных единицах (карандаши, тетради, тарелки, люди и т. д.), то округление производят **с недостатком**, то есть ответ надо округлить до ближайшего **наименьшего целого**, отбросив дробную часть.

Если в задаче идёт речь о предметах, которые включают другие предметы или элементы (автобус с пассажирами, этажи дома, упаковки с чем-либо и т. п.), то округлять нужно **с избытком** до ближайшего **наибольшего целого**. Следует отбросить дробную часть результата, а к целой части прибавить единицу.

Проценты

1, 11, 17

Процент — это сотая часть числа.

Чтобы **выразить проценты дробью или натуральным числом**, надо число процентов разделить на 100.

Чтобы **выразить целое число или дробь в процентах**, надо их умножить на 100 и к полученному результату приписать знак процента (%).

Чтобы **найти процент от данного числа**, нужно данное число умножить на дробь, выражающую указанный процент.

Чтобы **найти число по его проценту**, нужно данное число разделить на дробь, выражающую указанный процент.

При решении задач полезно использовать следующие соотношения:

- если величина B равна $x\,\%$ от A, то $B = \frac{x}{100} \cdot A$;
- если величина C увеличилась на $x\,\%$, то она стала равняться $\left(1 + \frac{x}{100}\right) \cdot C$;
- если величина C уменьшилась на $x\,\%$, то она стала равняться $\left(1 - \frac{x}{100}\right) \cdot C$.

ПОМНИТЕ!

За 100 % принимается та величина, с которой мы сравниваем.

При решении задач на проценты можно использовать пропорцию.

Пропорция — это равенство двух отношений, то есть вида

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ или } a : b = c : d,$$

где a, d — крайние члены пропорции, b, c — средние члены пропорции.

Основное свойство пропорции: произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов, то есть $a \cdot d = b \cdot c$.

Неизвестный член пропорции можно найти, пользуясь основным свойством: $a = \frac{b \cdot c}{d}$.

Начала теории вероятностей

4

Вероятностью события называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных исходов:

$$P(A) = \frac{n}{m},$$

где n — число элементарных событий, благоприятствующих событию A, m — общее число всех элементарных событий.

Благоприятствующих событий не может быть больше, чем всех возможных, а значит, числитель дроби никогда не превысит знаменатель. В ответе должно быть число, удовлетворяющее условию $0 \le P(A) \le 1$. Если у вас получилось отрицательное число или число больше 1, то задача решена неверно.

Элементарные события попарно несовместны и равновозможны.

Два события называются **несовместными**, если одно из них исключает другое в одном и том же испытании, например, один учащийся не может одновременно учиться в двух классах.

События называются **равновозможными**, если одно из них не является более возможным, чем другое.

Два события называются **противоположными**, если в данном испытании они несовместны и одно из них обязательно происходит. Вероятности противоположных событий в сумме дают 1.

Если события A и B независимы, то вероятность одновременного наступления обоих событий равна произведению их вероятностей: $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$.

Если события A и B зависимы, то вероятность произведения двух событий равна $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$ при условии, что первое событие произошло.

Если события A и B несовместные, то вероятность того, что наступит хотя бы одно из двух событий, равна сумме их вероятностей: $P(A+B) = P(A) + P(B)$.

Если события A и B совместные, то вероятность их суммы равна $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ!

Чтобы определить, какую формулу употребить при решении задач, воспользуйтесь следующим правилом: сложение вероятностей применяется там, где перед описанием события в тексте задачи можно вставить союз «или», умножение вероятностей используется, если перед описанием события в тексте задачи можно вставить союз «и».

Смеси, сплавы

11

При решении задач на смешивание удобно пользоваться формулой $m_1c_1 + m_2c_2 = (m_1 + m_2)c_3$, где m_1, m_2 — массы смешиваемых растворов (сплавов), c_1, c_2, c_3 — концентрации растворов (сплавов) до и после смешивания.

Пусть смесь (сплав) массой M содержит некоторое вещество массой m. Тогда концентрация данного вещества в смеси (сплаве) вычисляется по формуле $c=\frac{m}{M}$, а процентное содержание данного вещества: $p=\frac{m}{M}\cdot 100\,\%$.

Движение по прямой, по окружности, по воде

11

Основными величинами задач на движение являются пройденный путь S, скорость v и время t. Зависимость между ними при равномерном движении выражается формулой $S=vt$, откуда $v=\frac{S}{t}$; $t=\frac{S}{v}$. Если тела движутся навстречу друг другу, их скорости складываются, если в разные стороны — вычитаются.

При наличии нескольких участков пути средняя скорость вычисляется по формуле $v=\frac{S_1+S_2+\ldots}{t_1+t_2+\ldots}$.

Скорость перемещения в движущейся воде выражается следующими формулами:

$$v_{\text{по течению}}=v_{\text{собственная}}+v_{\text{течения}};$$

$$v_{\text{против течения}}=v_{\text{собственная}}-v_{\text{течения}};$$

$$v_{\text{собственная}}=(v_{\text{по течению}}+v_{\text{против течения}}):2.$$

При решении задач на движение по воде следует учесть, что скорость движения катера (лодки, корабля) в стоячей воде (например, по озеру) равна собственной скорости движения.

Текстовые задачи на движение, как правило, решаются с помощью составления дробно-рационального уравнения или системы уравнений.

Дробные уравнения и способы их решения

Дробными (дробно-рациональными) называют уравнения, в которых присутствуют дроби, содержащие в знаменателе переменную.

Например: $\dfrac{2x-1}{4x+1}=3$ и $1+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{2x}{x+1}$.

При решении дробных уравнений необходимо помнить про ОДЗ уравнения и исключить посторонние корни, при которых знаменатель исходного уравнения обращается в нуль.

Для решения дробных уравнений применяют способы **введения новой переменной** и **избавления от дробей**.

Чтобы избавиться от дробей, необходимо умножить обе части уравнения на наименьший общий знаменатель; решить получившееся целое уравнение; избавиться от посторонних корней.

Основные приёмы решения систем уравнений

Метод подстановки

При решении методом подстановки необходимо:

1) выразить из какого-нибудь уравнения системы одну переменную через другую; подставить во второе уравнение системы вместо этой переменной полученное выражение;

2) решить уравнение с одной переменной;

3) найти значение второй переменной, подставив в первое уравнение значение найденной переменной.

Метод сложения

При решении методом сложения требуется:

1) умножить почленно уравнение системы, подбирая множители так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными;

2) сложить почленно левые и правые части уравнений системы;

3) решить получившееся уравнение с одной переменной;

4) найти соответствующее значение второй переменной.

Введение новых переменных

Суть данного метода состоит в том, что находят некоторые повторяющиеся выражения, которые **обозначают новыми переменными**. Новая система имеет более упрощённый вид, и её решение сводится либо к методу подстановки, либо к методу алгебраического сложения.

При решении некоторых систем уравнений иногда достаточно ввести только одну новую переменную в одном из уравнений.

Совместная работа

11

Задачи на совместную работу решаются с помощью составления уравнения или системы уравнений.

При решении задач на работу рекомендуется придерживаться следующих правил:

- выполненная работа равна производительности труда, умноженной на время;
- если выполненная работа неизвестна, то её принимают равной 1, тогда производительность труда равна $\frac{1}{t}$, где t — затраченное время;
- если трудятся несколько рабочих, их производительность складывается.

Прогрессия

11

Арифметической прогрессией называется последовательность чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с постоянным для данной последовательности числом, называемым **разностью прогрессии**. Разность прогрессии обозначается буквой d.

$$a_{n+1} = a_n + d$$

Формула n-го члена: $a_n = a_1 + (n-1)d$.

Сумма первых n членов арифметической прогрессии вычисляется по формулам:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n; \quad S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n.$$

Геометрической прогрессией называется последовательность чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на отличное от нуля, постоянное для данной последовательности число, называемое **знаменателем прогрессии**. Знаменатель прогрессии обозначается буквой q.

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

Формула n-го члена: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$.

Сумма первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, \quad q \neq 1; \qquad S_n = nb_1, \quad q = 1.$$

Исследование на наибольшее и наименьшее значение функции с помощью производной

17

Производные некоторых функций

$\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$; $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$; $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$; $(x)' = 1$;

$(c)' = 0$, c — постоянная;

$(a^x)' = a^x \ln a$; $(e^x)' = e^x$; $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$; $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$;

$(\cos x)' = -\sin x$; $(\mathrm{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$;

$(\sin x)' = \cos x$; $(\mathrm{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$

Правила дифференцирования

$(u+v)' = u' + v'$; $(u+v+w+\ldots)' = u' + v' + w' + \ldots$;

$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$;

$(u \cdot v \cdot w \cdot \ldots)' = u' \cdot v \cdot w \cdot \ldots + u \cdot v' \cdot w \cdot \ldots + u \cdot v \cdot w' \cdot \ldots + \ldots$;

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$;

$(cx)' = cx'$, c — постоянная

План исследования функции на наибольшее и наименьшее значение на отрезке [a; b]

1) Найти производную функции.

2) Решить уравнение $f'(x)=0$.

3) Найти значения функции в тех точках интервала [a; b], в которых производная обращается в нуль.

4) Найти значения функции на концах отрезка, то есть найти $f(a)$ и $f(b)$.

5) Выбрать из найденных значений наибольшее и наименьшее.

Числа и их свойства

19

Числовые множества

Натуральные числа — числа, возникающие естественным образом при счёте: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10...

Число 0 не является натуральным.

Множество целых чисел состоит из натуральных чисел, а также противоположных им и числа 0: ..., –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4...

Множество натуральных чисел является подмножеством множества целых чисел.

Простые и составные числа

Натуральное число называют **простым**, если оно имеет только два натуральных делителя: единицу и само это число.

Натуральное число называется **составным**, если у него больше двух натуральных делителей.

Число 1 имеет только один делитель, поэтому его не относят ни к простым, ни к составным числам.

Признаки делимости

Признак делимости на 2. Число делится на 2, если его последняя цифра 0, 2, 4, 6 или 8.

Признак делимости на 4. Число делится на 4, если две последние его цифры — нули или образуют число, делящееся на 4.

Признак делимости на 8. Число делится на 8, если три последние его цифры — нули или образуют число, делящееся на 8.

Признаки делимости на 3 и на 9. На 3 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 3; на 9 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.

Признак делимости на 5. На 5 делятся числа, последняя цифра которых — 0 или 5.

Признак делимости на 25. На 25 делятся числа, две последние цифры которых — нули или образуют число, делящееся на 25 (то есть числа, оканчивающиеся на 00, 25, 50 или 75).

Признаки делимости на 10, 100 и 1000. На 10 делятся только те числа, последняя цифра которых — нуль, на 100 — только те числа, у которых две последние цифры — нули, на 1000 — только те числа, у которых три последние цифры — нули.

Признак делимости на 11. На 11 делятся только те числа, у которых сумма цифр, занимающих нечётные места, либо равна сумме цифр, занимающих чётные места, либо отличается от неё на число, делящееся на 11.

Чётность

Целое число называется чётным, если оно делится на 2. Целое число называется **нечётным**, если оно не делится на 2.

Чётное число имеет вид $a = 2k$, где k — целое. Например: $0;\ \pm 2;\ \pm 4;\ \pm 6\ldots$

Нечётное число имеет вид $a = 2k + 1$, где k — целое. Например: $\pm 1;\ \pm 3;\ \pm 5\ldots$

При выполнении задания 19 можно использовать следующие **утверждения без доказательства**.

- Сумма любого числа чётных слагаемых чётна.
- Сумма чётного числа нечётных слагаемых чётна. Сумма нечётного числа нечётных слагаемых нечётна.
- Пусть имеется произведение нескольких множителей. Если все множители нечётны, то произведение нечётно. Если хотя бы один множитель чётный, то произведение чётно.

Как решать задачи

В данной главе рассмотрены примеры заданий 1, 4, 10, 11 (с кратким вариантом ответа) и 17, 19 (с развёрнутым вариантом ответа) различного уровня сложности, представлены алгоритмы их выполнения, разобраны основные типы задач в пределах каждого задания, приведены подробные решения.

Задание 1

Описание: задание рассчитано на умение решать простейшие текстовые задачи на вычисление, округление чисел с избытком и недостатком, проценты. С такими задачами часто приходится встречаться в повседневной жизни, совершая покупки в магазине, планируя семейный бюджет и т. п.

Оценивание: максимально 1 балл.

Оформление ответа: в экзаменационный бланк № 1 следует записать целое число или конечную десятичную дробь.

План выполнения

1. Внимательно прочитайте условие задачи.
2. Выясните, что дано в условии и что необходимо найти.
3. Выполните на черновике необходимые вычисления.
4. Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1.

Задачи на вычисление

Пример 1

С 1 января на весь 2019 год установлен тариф на электроэнергию, который составляет 5 рублей 20 копеек за 1 кВт·ч. Владимир Петрович снимает показания счётчика: 1 октября —

32 026 кВт·ч, 1 ноября — 32 171 кВт·ч. Сколько рублей Владимир Петрович заплатит за электроэнергию за октябрь?

■ **Решение**

Вычислим расход электроэнергии за октябрь: $32\,171 - 32\,026 = 145$ (кВт · ч).

Вычислим, сколько нужно заплатить за октябрь, учитывая, что 5 руб. 20 коп. = 5,2 руб.: $5{,}2 \cdot 145 = 754$ (руб.).

Ответ: 754.

Пример 2

На заправке «Метеор» 1 л бензина АИ-95 стоит 46 рублей 50 копеек. Водитель Михаил заправил бак вместимостью 20 л и купил плитку шоколада за 125 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1500 рублей?

■ **Решение**

Рассчитаем стоимость всей покупки: $46{,}5 \cdot 20 + 125 = 1055$ (руб.).

Тогда водитель получит сдачу $1500 - 1055 = 445$ (руб.).

Ответ: 445.

Пример 3

Сергей Николаевич получил в подарок автомобиль марки *Dodge*. На спидометре скорость измеряется в милях в час. Выразите скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 58 миль/ч? Учитывайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.

■ **Решение**

Если спидометр показывает скорость 58 миль/ч, значит, в километрах получим: $58 \cdot 1{,}609 = 93{,}322$ км/ч ≈ 93 км/ч.

Ответ: 93.

Округление с недостатком и с избытком

Пример 4

В марте хозяева квартиры установили счётчики холодной и горячей воды, заплатив 2450 рублей. После установки счётчиков ежемесячная оплата стала составлять 500 рублей. Ранее платили по 1100 рублей ежемесячно. Считая, что тарифы на воду не изменятся, определите, через сколько месяцев счётчики окупятся (то есть экономия впервые превысит затраты на установку).

■ **Решение**

Вычислим ежемесячную экономию: $1100-500=600$ (руб.).

Значит, счётчики окупятся через $2450:600=4\frac{1}{12}$ месяца, или за 5 полных месяцев.

Ответ: 5.

Пример 5

Олег собирается на встречу выпускников и хочет подарить букет первой учительнице. Олег знает, что букет должен состоять из нечётного количества цветов. Розы стоят 75 рублей за штуку. Из какого наибольшего числа роз Олег может купить букет, если у него имеется 500 рублей?

■ **Решение**

Узнаем, сколько роз по 75 руб. можно купить на 500 руб.: $500:75=6\frac{2}{3}$.

Получается 6 штук, но, поскольку букет должен состоять из нечётного количества цветов, купить нужно 5 роз.

Ответ: 5.

Проценты и округление

Пример 6

Магазин-склад «Уют» продаёт мебель в разобранном виде. Предоставляется услуга по сборке мебели на дому, которая составляет 10 % от стоимости купленной мебели. Павел покупает стеллаж за 4300 рублей. Сколько рублей Павел заплатит за стеллаж вместе со сборкой?

■ **Решение**

Вычислим стоимость сборки: $4300\cdot 0{,}1=430$ (руб.).

Тогда стеллаж вместе со сборкой будет стоить $4300 + 430 = 4730$ (руб.).

Ответ: 4730.

Пример 7

В результате подорожания цена на блендер повысилась на 23 % и составила 2337 рублей. Сколько рублей стоил блендер до подорожания?

■ **Решение**

После повышения цена блендера составляет $100\,\% + 23\,\% = 123\,\%$.

Составим пропорцию:

2337 руб. — 123 %

x руб. — 100 %

$$x = \frac{2337 \cdot 100\,\%}{123\,\%} = 1900 \text{ (руб.)}.$$

Ответ: 1900.

Пример 8

Упаковка чая стоит 140 рублей. Во время распродажи скидка на весь ассортимент составляет 35 %. Какое наибольшее количество упаковок чая можно купить во время распродажи на 900 рублей?

■ **Решение**

Во время распродажи упаковка чая стоит $100\,\% - 35\,\% = 65\,\%$.

Вычислим цену с учётом скидки: $140 \cdot 0{,}65 = 91$ (руб.).

$900 : 91 = 9\frac{81}{91}$, значит, на 900 рублей максимально можно купить 9 упаковок чая.

Ответ: 9.

Задание 4

Описание: задание проверяет умение использовать элементы теории вероятностей при решении прикладных задач. Для его выполнения понадобится производить действия с дробями и совершать простые вычисления. Задание представляет собой текстовую задачу, которая решается с помощью базовых арифметических операций. В ряде задач ответ требуется округлить.

Оценивание: максимально 1 балл.

Оформление ответа: в экзаменационный бланк № 1 следует записать целое число или конечную десятичную дробь.

План выполнения

1. Внимательно прочитайте задачу.

2. Выявите число всех элементарных событий и число благоприятствующих событий, не пропустив ни одного из всех возможных исходов и не включая ни одного лишнего.

3. При решении задачи на классическое определение вероятности установите, зависимы (совместны) или независимы (несовместны) элементарные события.

4. Выполните на черновике необходимые вычисления.

5. Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1.

ПРИМЕЧАНИЕ

Для решения большинства задач данного типа достаточно повторить классическое определение вероятности события, понятие зависимых (совместных) и независимых (несовместных) событий, теоремы произведения и суммы вероятностей событий.

Классическое определение вероятности

Пример 1

В чемпионате по гимнастике участвуют 23 спортсмена из Венгрии, 19 — из Румынии, 18 — из Албании. Порядок выступления определяется жеребьёвкой. Вычислите вероятность того, что албанский спортсмен будет выступать вторым.

■ **Решение**

Найдём общее количество участников: $23+19+18=60$ (спортсменов).

Тогда искомая вероятность равна $p = \frac{m}{n} = \frac{18}{60} = 0{,}3.$

Ответ: 0,3.

Пример 2

Соревнование по художественной гимнастике проводится с 1 по 9 августа. Каждую страну на соревновании представляет один спортсмен. Планируется всего 70 выступлений. Гимнаст из России — один из участников соревнования. 1 августа будут выступать 14 гимнастов, с 2 по 9 августа будут выступать остальные гимнасты, их выступления распределены поровну. Жеребьёвкой определён порядок выступлений. Вычислите вероятность того, что гимнаст из России выступит 8 августа.

■ Решение

Вычислим количество ежедневных выступлений в период с 2 по 9 августа (всего 8 дней): $\frac{70-14}{8} = 7$ (выступлений).

Поэтому вероятность того, что гимнаст из России будет выступать 8 августа, равна $p = \frac{7}{70} = 0{,}1.$

Ответ: 0,1.

Пример 3

Никита бросает один игральный кубик 2 раза. Определите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Дайте ответ с точностью до сотых.

■ Решение

В сумме 7 очков может выпасть в следующих случаях: $1+6$, $6+1$, $2+5$, $5+2$, $3+4$, $4+3$, то есть $m = 6$ (благоприятные исходы).

При каждом подбрасывании кубика может выпасть одно из шести чисел, значит, $n = 6 \cdot 6 = 36$.

Тогда искомая вероятность равна

$$p = \frac{m}{n} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0{,}166\ldots \approx 0{,}17.$$

Ответ: 0,17.