

Т. А. КОЛЕСНИКОВА
Д. А. КУДРЕЦ
Н. Н. УДАЛОВА

ЭФФЕКТИВНАЯ ПОДГОТОВКА к ЕГЭ

МАТЕМАТИКА



✓ ИНФОРМАЦИЯ ОБО ВСЕХ
ТИПАХ ЗАДАНИЙ
С ПОШАГОВЫМ ВЫПОЛНЕНИЕМ

✓ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

✓ ОТВЕТЫ С ПОДРОБНЫМИ
И ПОНЯТНЫМИ ОБЪЯСНЕНИЯМИ



УДК 373:51
ББК 22.1я721
К60

Макет подготовлен при содействии ООО «Аудиономикс»

Колесникова, Татьяна Александровна.
К60 Математика / Т.А. Колесникова, Д.А. Кудрец, Н.Н. Удалова. — Москва : Эксмо, 2019. — 288 с. — (Эффективная подготовка к ЕГЭ).

ISBN 978-5-04-101211-3

Издание предназначено для подготовки к ЕГЭ по математике и содержит задания, сгруппированные по видам проверяемых умений и способов действий. Приводится информация о каждом типе задания, разбор примеров, а также задания для самостоятельного выполнения с подробными пояснениями к ответам.

Пособие поможет учащимся научиться выполнять различные типы экзаменационных заданий вне зависимости от их содержания, а также будет полезно учителям и репетиторам при подготовке учащихся к экзамену.

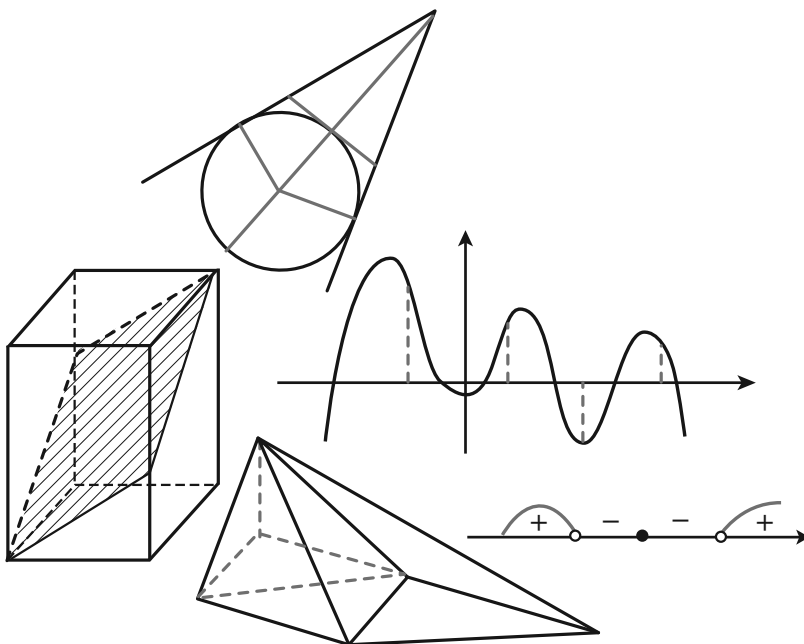
**УДК 373:51
ББК 22.1я721**

ISBN 978-5-04-101211-3

© Колесникова Т.А., Кудрец Д.А., Удалова Н.Н, 2019
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2019

Содержание

Введение	4
Прикладные задачи (задания 1, 2, 10, 17).....	6
Геометрические фигуры, координаты, векторы (задания 3, 6, 8, 14, 16)	57
Математические модели (задания 4, 11, 19).....	137
Уравнения и неравенства (задания 5, 13, 15, 18).....	193
Функции (задания 7, 12).....	249
Вычисления и преобразования (задание 9).....	274



Прикладные задачи



Задания 1, 2, 10, 17

Задачи данного раздела связаны с применением математических знаний в прикладных аспектах и ориентированы на умение находить нужную информацию и правильно её обрабатывать. Основные методы решения: арифметический (по действиям) и алгебраический (через составление уравнения или неравенства). Следует обратить особое внимание на единицы измерения: в течение всего решения они обязательно должны быть одинаковыми, кроме того, в задачах части 1 необходимо дать ответ в указанных единицах измерения.

ЗАДАНИЕ 1

Задание состоит из текстовой задачи, которая обычно решается в 2—3 действия. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерений писать не нужно.



2 минуты



базовый



1 балл

Пример задания

Флакон шампуня стоит 80 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 500 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25 %?

Выполнение



- 1 Внимательно прочитайте условие задачи. Выясните, что дано в условии и что необходимо найти.
- 2 Выполните на черновике необходимые вычисления.

Найдём сумму скидки: $80 \cdot \frac{25\%}{100\%} = 20$ (рублей). Во время распродажи шампунь будет стоить $80 - 20 = 60$ (рублей). Разделим 500 на 60: $\frac{500}{60} = \frac{50}{6} = 8\frac{1}{3}$. Поскольку $\frac{1}{3}$ флакона купить нельзя, покупка составит 8 флаконов шампуня.

- 3 Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1.

Ответ: 8.

Обратите внимание

- ✓ Задачи этого типа требуют не только вычисления процентов, но и округления результатов с избытком или недостатком.
- ✓ Обычно в условии идёт речь об увеличении или снижении цен на товары.

ЗАДАНИЕ 2

Задание состоит из текстовой части и графика или диаграммы. Иногда график состоит из точек, которые для наглядности соединены линиями. Ответом к заданию является число.



2 минуты



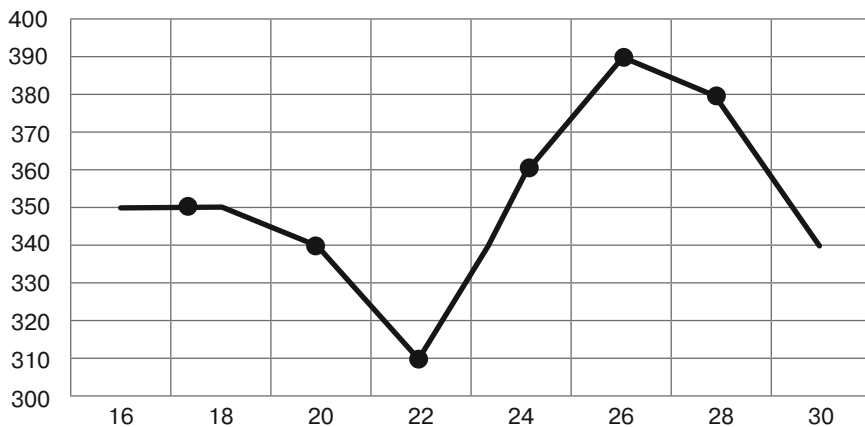
базовый



1 балл

Пример задания

На рисунке показано изменение биржевой стоимости акций завода во второй половине октября 2017 года. На оси абсцисс указаны дни, на оси ординат — стоимость акций. 16 октября бизнесмен приобрёл 210 акций этого завода. Третью своих акций он продал 20 октября, а оставшиеся акции — 26 октября. Какова сумма прибыли, полученной бизнесменом в результате этих операций? Ответ дайте в рублях.



Выполнение



- 1) Внимательно прочитайте условие задачи.
- 2) Используя значения на вертикальной и горизонтальной шкале графика (диаграммы), определите данные, требуемые для решения. При необходимости выполните вычисления на черновике.

В день покупки бизнесмен заплатил за акции $210 \cdot 350 = 73500$ (рублей).

Стоимость акций, проданных 20 октября, была равна $\frac{1}{3} \cdot 210 \cdot 340 = 23800$ (рублей).

Стоимость акций, проданных 26 октября, равна $\frac{2}{3} \cdot 210 \cdot 390 = 54600$ (рублей).

Прибыль бизнесмена составила $23800 + 54600 - 73500 = 4900$ (рублей).

- 3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1.

Ответ: 4900.

Обратите внимание

-  Во многих графиках используется декартова система координат. Обычно оси чертят под прямым углом друг к другу и наносят на них шкалу. На оси абсцисс (горизонтальная ось) откладываются значения аргумента, на оси ординат (вертикальная ось) — значения функции.
-  Положительные значения на графиках и диаграммах указываются без знака «+», отрицательные — со знаком «-».

ЗАДАНИЕ 10

Задание представляет собой задачу из разных разделов физики, которая решается с помощью уравнения или неравенства. Ответом является целое число или конечная десятичная дробь.



5 минут



повышенный



1 балл

Пример задания

Лебёдка равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол поворота катушки изменяется по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 10^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, $\beta = 2^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Определите время после начала работы лебёдки, когда угол намотки φ достигнет 200° . Ответ выразите в минутах.

Выполнение

- 1) Внимательно прочитайте условие задачи.
- 2) Подставьте в данную формулу известные величины. Определите критерии выполнения условия. Решите на черновике получившееся уравнение или неравенство.

Подставив данные значения в формулу, получаем уравнение:

$10t + \frac{2t^2}{2} = 200$; $t^2 + 10t - 200 = 0$; $t = 10$ или $t = -20$ (мин). Учитывая то, что время — неотрицательная величина, получаем $t = 10$ (мин).

- ③ Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1.

Ответ: 10.

Обратите внимание

- ✔ В заданиях этого типа используют линейные, квадратные, степенные, рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические зависимости физических величин, а также тригонометрические выражения. При подготовке необходимо повторить основные методы решения соответствующих уравнений и неравенств.
- ✔ Подробные формулы для вычисления физических величин даны в условии задачи. Все величины должны быть выражены в указанных единицах измерения.

Пример задания

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $PV^k = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^3$, где P — давление в газе (в Па), V — объём газа (в м^3), $k = 2$. Газ начинают сжимать. Какой наибольший объём V (в м^3) будет занимать газ при давлении не ниже $P = 1,6 \cdot 10^6 \text{ Па}$?

Выполнение



- ① Внимательно прочитайте условие задачи.
- ② Подставьте в данную формулу известные величины. Определите критерии выполнения условия. Составьте уравнение или неравенство. Решите его на черновике.

Из закона для идеального газа получаем: $p = \frac{10^5}{V^k} = \frac{10^5}{V^2}$.

По условию задачи давление должно быть не ниже $1,6 \cdot 10^6$ Па.

Получим неравенство: $\frac{10^5}{V^2} \geq 1,6 \cdot 10^6 \Leftrightarrow V^2 \leq \frac{10^5}{1,6 \cdot 10^6} \Leftrightarrow V^2 \leq \frac{1}{16}$.

Учитывая, что $V \geq 0$, приходим к решению $V \leq \frac{1}{4}$.

Следовательно, наибольший объём будет равен $V = \frac{1}{4} = 0,25$.

3) Запишите полученное число в поле ответа КИМ и бланк ответов № 1.

Ответ: 0,25.

ЗАДАНИЕ 17

Задание состоит из задачи на оптимальный выбор или банковской задачи. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. При выполнении задания требуется чётко и разборчиво записать в бланк ответов № 2 полное решение и ответ.



35 минут



повышенный



3 балла

Пример задания

На первом заводе рабочие трудятся суммарно $4t^2$ часов в неделю и производят t станков. На втором заводе рабочие трудятся суммарно t^2 часов в неделю и также производят t станков. За час работы на каждом из заводов рабочий получает 2 тыс. рублей. В неделю суммарно должно выпускаться 40 станков. Какая наименьшая сумма еженедельно выделяется на оплату труда рабочих?

Выполнение



① Внимательно прочитайте условие задачи. Запишите номер задания в бланк ответов № 2.

② Определите, что необходимо найти в задаче. Составьте с учётом данных математическую модель, формулу для нахождения искомой величины.

Для решения данной задачи понадобится найти наименьшее значение функции.

③ Выполните необходимые вычисления на черновике.

④ Перенесите ход решения и ответ в бланк ответов № 2.

Пусть рабочие первого завода за неделю производят x приборов, второго завода — y приборов. Тогда $x+y=40$. Доля человеко-часов, затраченных на первом заводе, составит $4x^2$, а на втором — y^2 . Таким образом, придётся запланировать на оплату труда рабочих обоих заводов $f(x)=2 \cdot (4x^2+y^2)$ тыс. руб. за неделю. Так как $y=40-x$, то $f(x)=2(4x^2+(40-x)^2)$, $0 \leq x \leq 40$.

Найдём наименьшее значение функции:

$$f(x)=2(4x^2+(40-x)^2)=10x^2-160x+3200.$$

Рассмотрим функцию $f(x)$ при $0 \leq x \leq 40$. Это квадратичная функция, старший коэффициент положителен, следовательно, она имеет наименьшее значение в вершине при

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{160}{20} = 8.$$

Отсюда наименьшая сумма, необходимая для выплаты рабочим, составит $f(8)=2560$ тыс. руб.

Ответ: 2560 тыс. руб.

Обратите внимание

- Решение задач на оптимальный выбор предполагает нахождение наибольшего значения функции, заданной уравнением или в виде текста.
- Если решение основано на методе перебора, необходимо обосновать единственность решения задачи.
- Банковские задачи связаны с определением суммы вклада или процента по вкладу. Следует помнить, что в мировой практике существует два способа погашения кредитов:
 - дифференцированный, когда периодический платёж включает постоянную сумму для погашения основного долга по кредиту, к которой прибавляются проценты на оставшуюся часть долга;
 - аннуитетный (равными платежами); при аннуитетной схеме, как правило, бывает кратной qn либо фиксированная сумма, которую клиент обязан вносить в отчётный период, либо сумма взятого кредита.

Тренировочные задания



- 1 Килограмм орехов стоит 50 рублей. Маша купила 3 кг 400 г орехов. Сколько рублей сдачи она должна получить с 300 рублей?

Ответ: _____.

- 2 Показания счётчика электроэнергии 1 мая составляли 10400 кВт/ч, а 1 июня — 10800 кВт/ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за май, если 1 кВт/ч электроэнергии стоит 1 рубль 80 копеек? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

- 3 На одну порцию рисовой каши требуется 80 г риса и 0,12 л молока. Какое наибольшее количество порций

каши может приготовить столовая, имея в распоряжении 900 г риса и 3 л молока?

Ответ: _____.

- ④ В доме, где живёт Вася, один подъезд. На каждом этаже находится по 3 квартиры. Вася живёт в квартире № 17. На каком этаже живёт Вася?

Ответ: _____.

- ⑤ Иванову начислена заработная плата 20000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13 %. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Ответ: _____.

- ⑥ Для хранения жёлуди необходимо просушить. При этом они теряют 8 % массы. Сколько сырых желудей необходимо взять, чтобы получить 46 кг, годных для хранения?

Ответ: _____.

- ⑦ Чему равно число, если 12 % от этого числа составляет 36?

Ответ: _____.

- ⑧ В квартире две прямоугольные комнаты. Размеры первой комнаты — 5×3 м, а размеры второй комнаты — 4×4 м. Какая из комнат больше по площади? В ответе запишите площадь этой комнаты в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- ⑨ В квартире, где проживает Ваня, установлен счётчик расхода холодной воды. 1 января счётчик показывал расход 103 м^3 , а 1 февраля — 114 м^3 . Какую сумму должен за-

платить Ваня за холодную воду за январь, если цена 1 м³ холодной воды составляет 19 рублей 20 копеек? Ответ дайте в рублях.

Ответ: _____.

- 10 На счету Петинного мобильного телефона было 53 рубля, а после разговора с Ваней осталось 8 рублей. Сколько минут длился разговор с Ваней, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

Ответ: _____.

- 11 Рост человека 5 футов 1 дюйм. Выразите его рост в сантиметрах, если 1 фут равен 12 дюймам, а 1 дюйм составляет 2,54 см. Результат округлите до целого числа.

Ответ: _____.

- 12 В день рождения принято дарить имениннице букет из нечётного числа цветов. Стоимость одной розы составляет 30 рублей. У Маши есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа роз она может купить букет, чтобы поздравить подругу?

Ответ: _____.

- 13 Микроавтобус рассчитан не более чем на 20 пассажиров. Какое наименьшее количество микроавтобусов понадобится, чтобы совершить перевозку экскурсии из 12 взрослых и 29 детей?

Ответ: _____.

- 14 В доме, в котором живёт Петя, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 5 квартир. Петя живёт в квартире № 100. В каком подъезде живёт Петя?

Ответ: _____.

- (15) Одного рулона обоев хватает для оклейки полосы от пола до потолка шириной 1,6 м. Сколько рулонов обоев нужно купить для оклейки прямоугольной комнаты размером $3,5 \times 5,5$ м?

Ответ: _____.

- (16) В городе живёт 50000 жителей. Среди них 15 % детей и подростков. Среди взрослых жителей 17 % не работают (пенсионеры, студенты, домохозяйки и т. п.). Сколько взрослых жителей города работает?

Ответ: _____.

- (17) Ребро куба увеличили на 20 %. На сколько процентов увеличилась площадь полной поверхности куба?

Ответ: _____.

- (18) Магазин закупает ящики по оптовой цене 120 рублей за штуку и продаёт с наценкой 20 %. Какое наибольшее число ящиков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?

Ответ: _____.

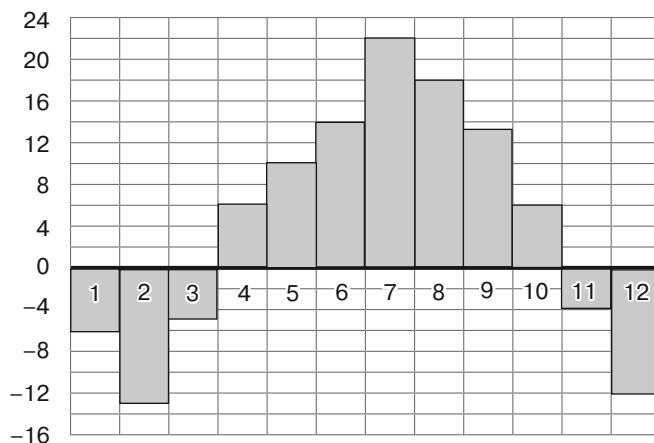
- (19) На 2000 рублей можно посетить Эрмитаж 5 раз. Сколько раз можно будет посетить Эрмитаж на 4000 рублей, если цена билета уменьшится на 25 %?

Ответ: _____.

- (20) Иванов получил авторский гонорар в размере 7000 рублей. Он решил купить книги по математике на всю сумму. Какое наибольшее количество книг сможет купить Иванов, если удержанный у него налог на доходы составляет 13 % гонорара, одна книга стоит 600 рублей, при этом нужно купить нечётное число книг?

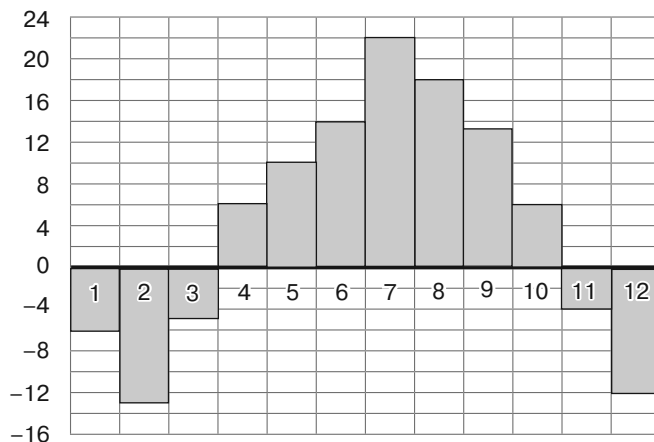
Ответ: _____.

- 21) На диаграмме показана среднемесячная температура в Пскове за каждый месяц 2017 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 2017 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

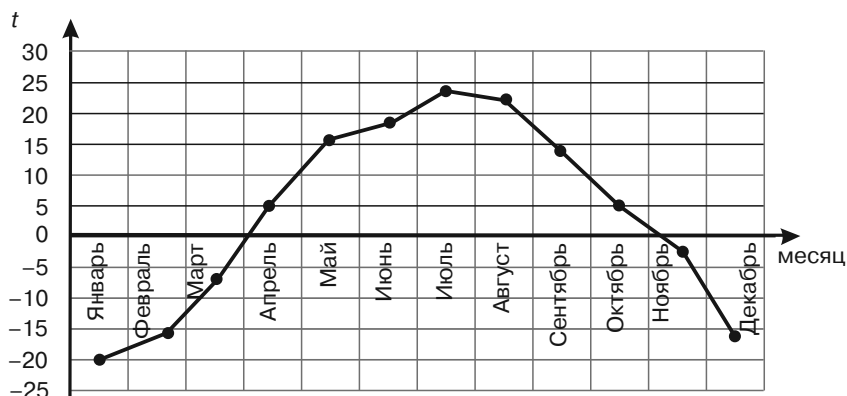
- 22) На диаграмме показана среднемесячная температура в Пскове за каждый месяц 2017 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей



и наименьшей среднемесячными температурами. Ответ дайте в градусах Цельсия.

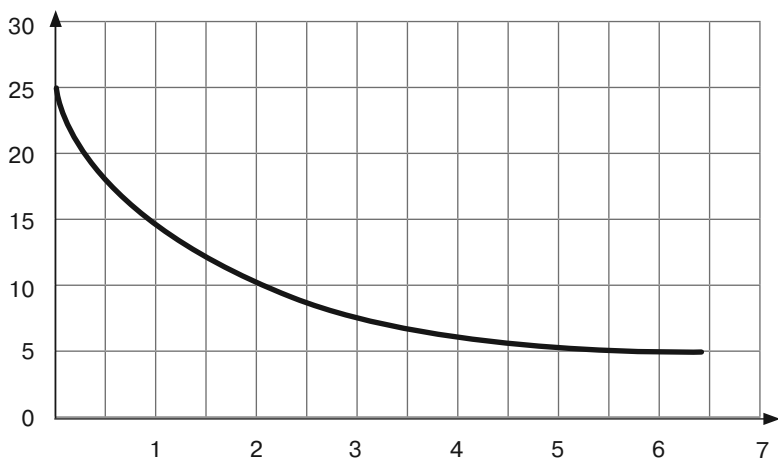
Ответ: _____.

- 23 На рисунке точками показана средняя температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 2017 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько месяцев из данного периода средняя температура была больше 20°C .



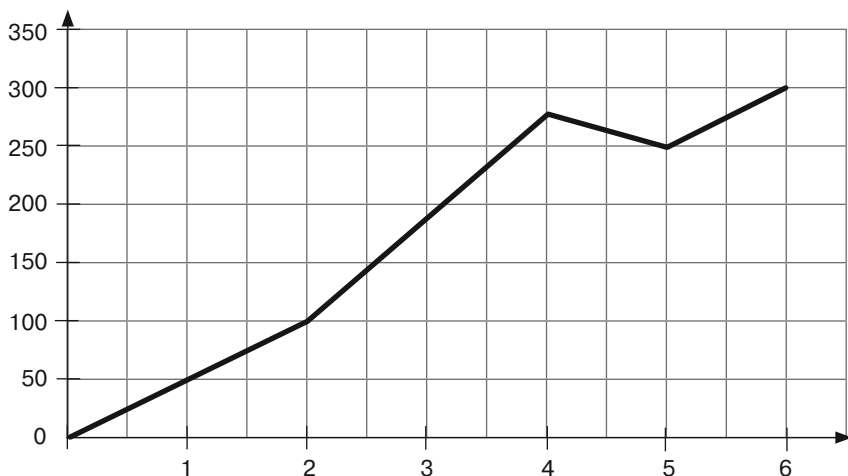
Ответ: _____.

- 24 В ходе химической реакции количество исходного вещества, которое ещё не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время (в минутах), прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат — масса оставшегося реагента, который ещё не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за 6 минут.



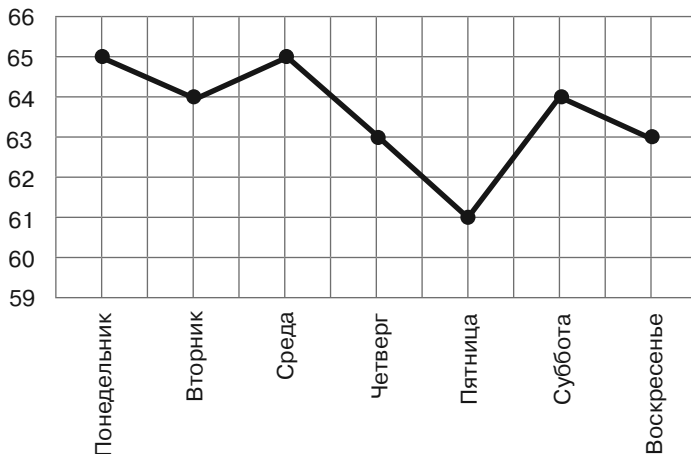
Ответ: _____.

- 25 На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время (в часах), на оси ординат — пройденный путь (в километрах). Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в километрах в час.



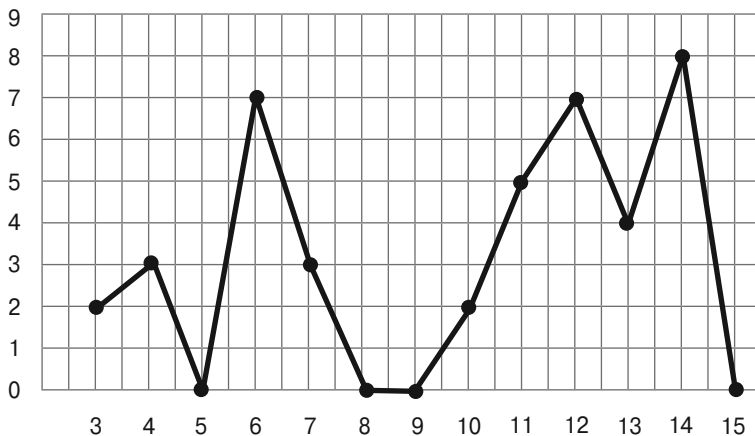
Ответ: _____.

- 26 На рисунке жирными точками обозначен курс доллара за неделю. По горизонтали указываются дни недели, по вертикали — курс доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, в какой день недели курс доллара был минимальным. В ответе укажите стоимость доллара в рублях.



Ответ: _____.

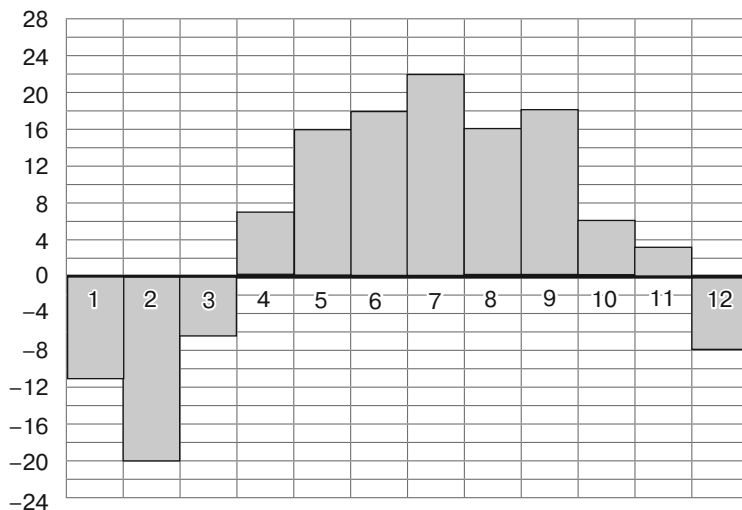
- 27 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпавших в Смоленске с 3 по 15 мая 2017 года. По горизонтали указываются числа месяца, по



вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода не выпадало осадков.

Ответ: _____.

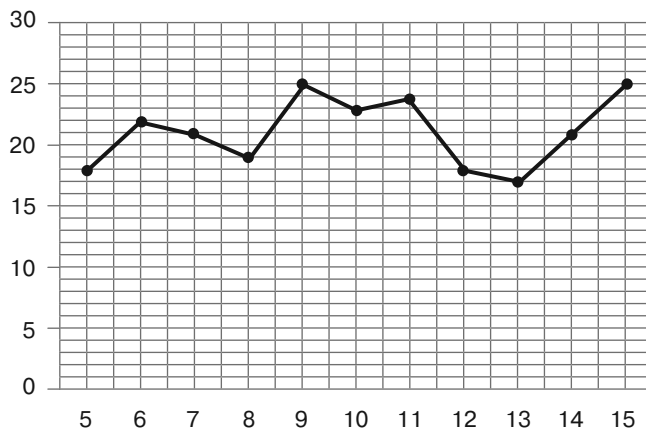
- 28 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Москве за каждый месяц 2017 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 2017 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

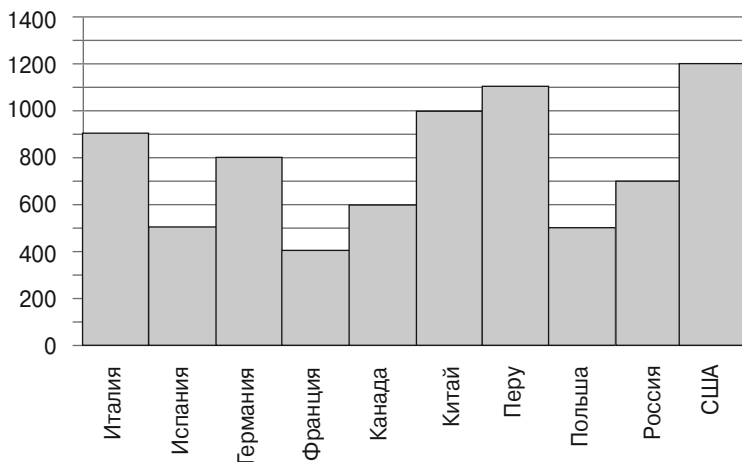
- 29 На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Казани каждый день с 5 по 15 июля 2017 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку разность между наименьшей и наибольшей средне-

суточной температурой за указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____.

- 30 На диаграмме показано распределение выбросов углекислого газа в атмосферу в странах мира (в миллионах тонн) за 2017 год. Среди представленных стран первое место по выбросу углекислого газа в атмосферу занимают США. Какое место занимает Россия?



Ответ: _____.

- 31) При вращении на верёвке ведра с водой вода не выливается. Сила давления воды на дно максимальна в нижней точке вращения и минимальна в верхней. В верхней точке сила давления равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведра в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения ($g = 10$ м/с²), P — давление в ньютонах. С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 90 см? Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

- 32) Мотоциклист, движущийся со скоростью $v_0 = 12$ км/ч, разгоняется с постоянным ускорением $a = 6$ км/ч². Расстояние до мотоциклиста от исходной точки определяется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне 15 км от исходной точки. Ответ укажите в минутах.

Ответ: _____.

- 33) Температура звёзд вычисляется по закону Стефана — Больцмана $P = \sigma ST^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), T — температура (в градусах Кельвина). Площадь поверхности звезды равна $\frac{1}{9} \cdot 10^{21}$ м², мощность излучения — $5,13 \cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру звезды в градусах Кельвина.

Ответ: _____.

- 34) Для получения увеличенного изображения объекта на экране применяется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 20$ см. Расстояние d_1 от линзы до объекта может изменяться в пределах от 20 до 60 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно разместить объект, чтобы изображение на экране было чётким? Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 35) При сближении источника и приёмника звука частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, определяется по формуле $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 10$ м/с и $v = 15$ м/с — скорости приёмника и источника соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике будет не менее 160 Гц, если частота источника $f_0 = 150$ Гц?

Ответ: _____.

- 36) Батискаф, равномерно погружающийся вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 374 МГц. Скорость погружения батискафа вычисляется по формуле $v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 4 м/с.

Ответ: _____.

- 37) Из-за эффекта Доплера частота звука зависит от скорости и меняется по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука ($c = 315$ м/с). Первоначальная частота звука $f_0 = 440$ Гц. С какой минимальной скоростью приближался звук, если он отличался от первоначального не менее чем на 10 Гц? Ответ выразите в м/с.

Ответ: _____.

- 38) При движении ракеты её видимая длина (в метрах) изменяется по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 5$ м — длина неподвижной ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света, а v — скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы её видимая длина была не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

Ответ: _____.

- 39) В комнате поддерживается температура $T_{\text{п}} = 20^\circ\text{C}$. Для этого по трубам пропускают горячую воду. Расход воды $m = 0,2$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры $T_{\text{в}} = 60^\circ\text{C}$ до температуры T , причём $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{п}}}{T - T_{\text{п}}}$, где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, $\alpha = 0,7$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 56 м?

Ответ: _____.

- 40) Мяч бросили под углом α к поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) вычисляется по формуле $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$.

При каком значении угла α (в градусах) время полёта составит 6 с, если мяч бросили с начальной скоростью $v_0 = 60$ м/с? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Ответ: _____.

- 41) Датчик преобразует электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время (в секундах), $U_0 = 8$ — напряжение (в вольтах), $\omega = 160^\circ/\text{с}$ — частота, $\varphi = -10^\circ$ — фаза. Датчик настроен так, что, если напряжение в нём не ниже чем 4 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) будет гореть лампочка на протяжении первой секунды после начала работы?

Ответ: _____.

- 42) Заряженный металлический шарик зарядом $q = 4 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 10$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 2,5 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F = qvB \sin \alpha$ Н, направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвётся от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила была не менее чем $5 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

- 43) Энергия (в джоулях), выделяющаяся при ударе двух шаров массой $m = 16$ кг, которые движутся с одинаковой скоро-

стью $v = 5$ м/с под углом 2α друг к другу, определяется формулой $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться шары, чтобы в результате удара выделилось не менее 100 Дж?

Ответ: _____.

- 44) Зависимость температуры электроплитки (в градусах Цельсия) от времени работы задаётся формулой $T(t) = 1400 + 200t - 10t^2$, где t — время в минутах. Известно, что при температуре свыше 1760 °С плитка может испортиться. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить плитку. Ответ выразите в минутах.

Ответ: _____.

- 45) Аппарат для погружения на небольшие глубины имеет кубическую форму. Выталкивающая сила определяется по формуле $F = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000$ кг/м³ — плотность воды, g — ускорение свободного падения ($g = 9,8$ Н/кг). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше 78400 Н? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

- 46) В ходе распада масса урана уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса, t — время от начального момента (мин), T — период полураспада (мин). В начальный момент времени масса урана составляет 160 мг. Через сколько минут масса урана будет равна 10 мг, если период его полураспада 0,5 ч?

Ответ: _____.