

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРОСВЕЩЕНИЕ

ТРЕТЬЯ СЕРИЯ

22

ВЫПУСК

2018

УДК 51.009

ББК 22.1

М34

Математическое просвещение. Третья серия, выпуск 22.

Электронное издание.

М.: МЦНМО, 2020.

256 с.

ISBN 978-5-4439-3270-5

В сборниках серии «Математическое просвещение» публикуются материалы о проблемах современной математики, изложенные на доступном для широкой аудитории уровне, статьи по истории математики, обсуждаются проблемы математического образования.

Подготовлено на основе книги: Математическое просвещение. Третья серия, выпуск 22. — М.: МЦНМО, 2018. — 256 с. ISBN 978-5-4439-1270-7.

6+

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11
тел. (499) 241-08-04
<http://www.mccme.ru>

ISBN 978-5-4439-3270-5

© МЦНМО, 2020

Содержание

Математический мир

Открытия, а не изобретения:

интервью с Эрнестом Борисовичем Винбергом 7

А. Б. Сосинский

Золотая эра мехмата (1957–1967) глазами приезжего 17

В. М. Тихомиров

Николай Христович Розов 35

Вик. С. Куликов, Г. Б. Шабат

Игорь Ростиславович Шафаревич — великий математик и Учитель . . 37

В. Н. Дубровский

Андрей Александрович Егоров 64

Геометрия: классика и современность

В. М. Тихомиров

Планиметрия Евклида и Лобачевского от Евклида до Гильберта . . . 69

М. А. Горелов

Задачи с двумя известными 85

И. Х. Сабитов

Как быстро вычислить сумму углов многоугольника? 114

Наш семинар: математические сюжеты

К. А. Ваньков, В. М. Журавлёв

Правильные паркеты и производящие функции 127

П. П. Рябов

Дополнение к результатам Ф. А. Шарова 158

А. С. Ремизова, А. Б. Скопенков	
<i>Простое доказательство локальной леммы Ловаса</i>	164
М. Д. Бронштейн, Э. Ю. Лернер	
<i>О счастливых билетах по-казански</i>	170
Д. В. Фомин	
<i>Определение набора чисел по набору его кратных сумм</i>	179

Нам пишут

М. А. Горелов	
<i>Неравенства для средних Джини</i>	207
А. Б. Скопенков	
<i>Отклик на статью В. М. Журавлёва и П. И. Самовола</i>	
<i>«От школьной задачи к элементам высшей алгебры»</i>	209

По мотивам задачника

Н. Н. Осипов	
<i>Знаменитый предел Арнольда</i>	211
А. Я. Канель-Белов	
<i>Памяти Данияра Муштари (1945–2013)</i>	216
Данияр Хамидович Муштари	
<i>О правильной раскраске 16-мерной сферы</i>	218
Б. Р. Френкин	
<i>Минимизация числа пересадок и ствол дерева</i>	220
А. В. Крупецков	
<i>Интересная сумма Гольдбаха</i>	229

Задачник

<i>Условия задач</i>	231
<i>Решения задач из прошлых выпусков</i>	237

24 декабря 2017 года скончался замечательный лингвист, академик РАН Андрей Анатольевич Зализняк. Его деятельность была тесно связана с математикой и информатикой. В следующем выпуске будут опубликованы посвящённые ему материалы:

Успенский В. А. О русском языке, о дешифровке древних текстов, о «Слове».
Зализняк А. Истина существует.
Пиперски А. Андрей Анатольевич Зализняк (1935–2017).

Математический мир

Открытия, а не изобретения: интервью с Эрнестом Борисовичем Винбергом



*Э. Б. Винберг выступает в качестве почётного докладчика
Европейского математического общества*

Эрнест Борисович Винберг в 2016 году был удостоен права выступить как почётный докладчик Европейского математического общества на 50-й сессии семинара «Софус Ли» в Бендлево (Польша). По этому случаю мы

Опубликовано на английском языке в EMS Newsletter, December 2016 (pp. 31–34).
Интервьюеры: Алиса Фиаловски, Йоахим Хильгерт, Бент Эрстед, Владимир Сальников.
Фотографии: Януш Грабовский. Перевод Б. Р. Френкина.

Публикация согласована с редакцией EMS Newsletter.



Эрнест Борисович Винберг, Бендлево, 2016

попросили его дать интервью для EMS Newsletter. Интервью состоялось в Бендлево (Польша) 27 сентября 2016 года.

Профессор Винберг, мы рады вашему приезду на 50-ю сессию семинара «Софус Ли» и хотели бы задать вам ряд вопросов.

Прежде всего, кто ввёл вас в область ваших будущих исследований?

По сути, у меня было два научных руководителя: Евгений Борисович Дынкин и Илья Иосифович Пятецкий-Шапиро. Оба они являлись выдающимися математиками. Дынкин был блестящим лектором, привлекавшим множество молодёжи, а Пятецкий-Шапиро поставил задачу, ставшую своего рода вызовом. Задача относилась к однородным ограниченным областям. Эли Картан поставил вопрос, всегда ли такая область является симметрической, а Пятецкий-Шапиро построил контрпример в размерности 4. После этого возникла задача классификации однородных ограниченных областей в комплексных пространствах. И оказалось, что она связана с классификацией однородных выпуклых конусов в вещественных векторных пространствах. Это и стало темой моей кандидатской диссертации.

А когда это было?

Я поступил в аспирантуру в 1959 году, но моя научная работа началась несколько раньше. Моей первой публикацией стала дипломная работа об инвариантных линейных связностях в однородных пространствах, выполненная под руководством Дынкина в 1958/59 учебном году.

Продолжили ли вы работать с Дынкиным и Пятецким-Шапиро? Расскажите немного о своих научных руководителях.

На самом деле я никогда не работал с Дынкиным, так как к тому времени он полностью переключился на теорию вероятностей. До 1965 года я продолжал заниматься кэлеровыми многообразиями с Пятецким-Шапиро и другим его студентом, Семёном Гиндикиным. После этого я обратился к другим задачам. Некоторые из них были подсказаны моей предыдущей тематикой, другие нет, но примерно в 27 лет я стал более или менее самостоятельным. Тем не менее тема моей докторской диссертации также была связана с задачей Пятецкого-Шапиро. Она относилась к гипотезе Сельберга об арифметичности дискретных подгрупп, так называемых решёток, в полупростых группах Ли. Пятецкий-Шапиро интересовался этой задачей, но не смог её решить, хотя имел некоторые результаты в этом направлении. Я развил теорию гиперболических групп отражений, что позволило мне построить много контрпримеров в ранге 1. После этого Маргулис доказал свою знаменитую теорему, давшую положительный ответ на гипотезу Сельберга для высших рангов. Моя работа по гиперболическим группам отражений имела два источника: во-первых, теорию простых корней Дынкина, которая тесно связана с конечными группами отражений; во-вторых, теорию автоморфных форм для решёток в полупростых группах Ли, которая была любимой тематикой Пятецкого-Шапиро. Так что в некотором смысле я продолжал изучение вопросов, поставленных и Дынкиным, и Пятецким-Шапиро. В 1966 году в Москве проходил Международный конгресс математиков, и я сделал там два доклада. Один из них был посвящён нашей совместной работе с Пятецким-Шапиро и Гиндикиным, а второй — гиперболическим группам отражений.

Московская математическая школа в то время была поистине знаменита. Кто из ваших коллег принадлежал к тому же поколению?

Да, это было поистине замечательное время; иногда его называют золотым веком московской математики. Особенно сильным был наш курс. Многие из нас стали преподавателями мехмата в 1961 году по инициативе академика Колмогорова. Среди них были кроме меня Кириллов, Арнольд, вероятностники Шур и Тутубалин, топологи Архангельский, Пасынков и Пономарёв, а также некоторые другие. Мне очень повезло, что это произошло.



Интервью Эрнеста Борисовича

Как вы выбираете задачу, над которой будете работать? Иными словами, как вы решаете, надо ли тратить время на размышления об этой задаче? Как известно, вы решили много различных задач; вы не из тех исследователей, которые продвигаются только в одном направлении. Что должно вам понравиться в задаче, чтобы вы стали работать над ней?

Да, я работал над различными задачами, но они были как-то взаимосвязаны. Все области математики взаимосвязаны. Мне трудно сказать, как я выбираю задачу. Если мне что-то интересно и я чувствую, что могу что-то сделать в этом направлении, я пытаюсь это сделать. Если неинтересно — не пытаюсь.

Можете ли вы как-то сформулировать, что делает задачу интересной для вас?

На мой взгляд, есть два типа математических результатов: изобретения и открытия. Я осознаю важность изобретений, но предпочитаю открытия. Иногда, получив результат, я испытываю отчётливое ощущение открытия чего-то существующего в природе. А другие математические работы и результаты не вызывают у меня такого ощущения; мне представляется, что это скорее изобретения — создания человеческого мозга, — чем что-то реально существующее в природе.

Какое ваше открытие самое любимое?

Надеюсь, что я его ещё не сделал.

А из тех, что вы уже сделали?

На мой взгляд, это, во-первых, теория гиперболических групп отражений; во-вторых, мои результаты в теории инвариантов, которые я называю «эффективной теорией инвариантов» (они связаны с градуированными алгебрами Ли); а также, может быть, моя работа по инвариантным упорядочениям в полупростых группах Ли. Совсем недавно я начал заниматься так называемыми теоремами типа Шевалле. Существует известная теорема Шепарда — Тодда — Шевалле об условиях, при которых алгебра инвариантов конечной линейной группы свободна. Согласно этой теореме, это будет в точности тогда, когда группа порождена комплексными отражениями. Тот же вопрос можно поставить для бесконечных групп отражений. Естественная постановка задачи — рассматривать группы комплексных отражений в симметрических областях, а именно в комплексных шарах и так называемых трубах будущего: это единственные симметрические области, которые допускают отражения. Недавно я получил некоторые результаты в этом направлении совместно с Осипом Шварцманом, моим бывшим студентом. Пожалуй, на данный момент это мой самый любимый результат.

В течение нескольких десятилетий вы вели совместно с А. Л. Онищиком очень известный семинар и в итоге выпустили книгу. Не могли бы Вы подробнее рассказать об этом семинаре?

В действительности это было продолжение известного семинара Дынкина — нашего общего учителя, — после того как Дынкин переключился на теорию вероятностей. Он был учеником Колмогорова, внёсшего большой вклад в эту область, создателя аксиоматической теории вероятностей. Первая работа Дынкина относилась к теории вероятностей. Но затем он стал посещать семинар Гельфанда, и Гельфанд предложил ему сделать доклад о классификации простых алгебр Ли. Готовясь к этому докладу, Дынкин открыл свои знаменитые простые корни. Он тогда был студентом четвёртого курса (это было во время войны, в 1944 году). После этого Дынкин заинтересовался теорией простых алгебр Ли и написал свои знаменитые статьи, что сделало его классиком в теории Ли. Около 1955 года он переключился на теорию вероятностей и в итоге стал классиком и в этой теории. Кстати, интересно, что за несколько лет до своей кончины в 2014 году он сделал совместную работу по простым алгебрам Ли с моим учеником Андреем Минченко.

Вернёмся к вашему вопросу. Наш семинар начался в 1961 году, когда мы оба — Онищик и я — были молодыми преподавателями мехмата. Сначала мы пытались изучать всю математику, начиная с канторовской теории

множеств. Но скоро мы осознали свою полную наивность и сосредоточились на теории групп Ли. В это время уже были доступны знаменитые записки семинара Шевалле и вышла монография Шевалле «Теория групп Ли». Мы поняли, что нужно изучать алгебраические группы в их связи с группами Ли.

Наш семинар посещали многие увлечённые молодые люди. Дело происходило следующим образом: мы (Онищик и я) излагали некий кусок теории, обычно в виде последовательности задач. Все участники — около 25 — делились на несколько групп, которые обсуждали задачи и их решения между заседаниями семинара. Самые интересные решения рассказывались на следующем заседании. Затем мы излагали некий новый кусок теории, и т. д.

В результате такой работы появилась книга «Семинар по группам Ли и алгебраическим группам» (в английском издании слово «семинар» было опущено). Она была написана при помощи некоторых участников нашего семинара, которые записывали задачи и то, что мы рассказывали. Мы с Онищиком всё это переписали заново, отредактировали, и так появилась наша книга. Она сохранила стиль семинара. Теория излагается в виде последовательности задач для самостоятельного решения читателем, однако в конце каждой главы есть некоторые указания. Имеются также упражнения. Эта книга использовалась несколькими поколениями студентов и аспирантов мехмата.

Затем мы переключились на теорию инвариантов. Мы изучали её вместе — руководители и участники. В итоге некоторые из нас стали специалистами в этой теории и внесли в неё свой вклад. В этот период В. Л. Попов присоединился к нам с Онищиком как руководитель семинара.

Кроме упомянутых, на семинаре были представлены и многие другие темы. Один год мы изучали суперматематику. Возможно, вы знаете, что одним из основателей суперматематики был Ф. А. Березин, наш старший коллега, ученик Гельфанда. Возникали и другие темы, например дискретные группы и применения теории Ли в математической физике. Дмитрий Алексеевский, один из участников нашего семинара, очень хорошо понимающий математическую физику, сделал ряд докладов на эту тему.

Семинар продолжался таким образом около 50 лет. Но сейчас Онищик уже не может больше участвовать в его проведении, и появились новые руководители — мои младшие ученики (а ныне коллеги) Д. Тимашёв и И. Аржанцев. К сожалению, сейчас дело идёт гораздо хуже, так как приходит всё меньше студентов изучать математику. Младшее поколение меньше этим интересуется, что весьма печально...

Вы основали журнал «Transformation Groups». Не могли бы вы рассказать о его первых шагах?



Во время интервью

Мы основали этот журнал вместе с моим бывшим учеником Владимиром Поповым при активном участии и поддержке Анн Костант, в то время математического редактора в издательстве Birkhäuser. И мы вели этот журнал (я надеюсь, успешно) в течение двадцати лет. Первыми ответственными редакторами были (кроме меня и Попова) К. Де Кончини, Г. Маргулис, А. Онищик, Дж. Шварц и М. Вернь. В целом редколлегия состоит из более чем 30 математиков и постепенно обновляется. В разное время ответственными редакторами были М. Брион, П. Этингоф, Э. Френкель, В. Гинзбург, В. Голдмен, М. Капович, А. Клещев, И. Миркович, Х. Накадзима, А. Премет и А. Зелевинский. Мы отклоняем больше половины поступающих статей.

Как написано в предисловии к первому выпуску, понятие группы преобразований отражает симметрию мира, и мир познаваем настолько, насколько он симметричен (но мы не знаем, почему он столь замечательно симметричен). Вся моя работа связана с различными видами групп преобразований.

Я вначале познакомилась с вами как с преподавателем — в первые годы моего пребывания на мехмате МГУ. Поэтому мой вопрос таков: есть ли у вас какая-либо философия преподавания, какие-то принципы, которым вы стремитесь следовать?

Мой первый принцип: не так важно, чему учить, а главное — как учить. Ведь ясно, что большинство теорем, которые мы преподаём студентам, никогда им не потребуются после окончания университета. Но мы должны научить их мыслить. Второй принцип: нужно стараться избегать скучных вычислений, заменяя их идеями, позволяющими получить тот же результат без вычислений.

И мехмат — не единственное место в Москве, где можно учиться математике.

Прежде он был по существу единственным таким местом. Но затем появился Независимый московский университет (НМУ), а в последние годы и факультет математики Высшей школы экономики.

Не хотите ли вы сказать что-нибудь о Независимом университете?

Создание Независимого университета было очень важным и полезным делом. Но хотел бы сказать, что на самом деле он не независим. Я знаю только одного человека — Валентину Кириченко, — которая окончила НМУ и не училась на мехмате МГУ. Независимый университет — это скорее система специальных курсов: там не учат элементарным алгоритмам. Но я думаю, что НМУ был очень важен для нескольких поколений молодёжи, а также для талантливых математиков, которые не могли преподавать в Московском университете по каким-то причинам.

Вы были научным руководителем многих молодых математиков: под вашим руководством было защищено более 40 кандидатских и несколько докторских диссертаций. Есть ли у вас какая-то стратегия в этом вопросе? Каков ваш подход к руководству учениками?

Ну, у меня нет специальной стратегии. Я просто стараюсь заинтересовать их математикой. Я стараюсь найти интересные задачи, которые они смогут решить. Но боюсь, что я не уделяю достаточно внимания своим ученикам.

Вы были блестящим преподавателем и выдающимся исследователем в течение всей своей жизни. И вы один из тех, кто всё время оставался в Москве...

Да, я никогда не рассматривал возможность эмиграции. Я оставался в Москве. Но в течение последних двадцати лет я каждое лето езжу на два-три месяца в Германию, а именно в Билефельдский университет. Они положили начало этому, выдвинув меня на премию Александра фон Гумбольдта, которую я получил в 1997 году. После этого они продолжали приглашать меня по линии своего Центра совместных исследований. Кстати, этот университет с успехом выдвигал многих математиков из бывшего СССР на премию Гумбольдта: Александра Меркурьева, Сергея Адяна, Владимира Платонова и других. В Билефельде я сотрудни-

чал с местными математиками Й. Меннике, Х. Хеллингом и Г. Абельсом, а также с другими гостями со всего мира. Посещение Билефельдского университета — это как бы моя вторая жизнь. В Москве я всё время занят множеством разных вещей; многие люди беспокоят меня и чего-то от меня хотят. А когда я приезжаю в Билефельд, я отдыхаю от этого и размышляю о проблемах, которые меня интересуют, разговариваю с коллегами и так далее. Так что моя жизнь разделена на две различные части, каждая из которых очень важна для меня.

Вы уже говорили, что в настоящее время вы занимаетесь группами комплексных отражений. Не могли бы вы назвать и другие вещи, которые вас сейчас интересуют? Может быть, какие-то проекты? В чём состоит ваша текущая деятельность?

Я всегда работаю одновременно над двумя-тремя темами. В данный момент я занимаюсь, как вы уже сказали, группами комплексных отражений, а также некоторыми «неабелевыми градуировками» простых алгебр Ли, о которых я собираюсь рассказывать на этой конференции. Я размышляю также о некоторых задачах эквивариантной симплектической геометрии, которые являются продолжением моих прежних результатов.

И мы слышали, что сейчас, как всегда, вы занимаетесь преподаванием. Студентов каких курсов вы учите?

Я читаю алгебру для второкурсников и специальный курс теории инвариантов для студентов начиная с третьего года обучения. Я также веду два семинара: один исследовательский — о нём мы уже говорили — и другой для студентов, он называется «Алгебра и геометрия». На этом семинаре мы стараемся показать взаимосвязи алгебры и геометрии. Например, в течение нескольких лет мы изучали взаимосвязи между алгебраической теорией инвариантов и теорией автоморфных форм. А именно, благодаря теоремам типа Торелли автоморфные формы можно изучать средствами геометрической теории инвариантов, реализуя арифметические факторы симметрических областей как пространства модулей некоторых классов алгебраических многообразий.

А в наши дни сколько студентов посещают эти семинары, если, как вы сказали, заинтересованных студентов стало меньше?

Да. К сожалению, лишь несколько студентов участвуют в нашем исследовательском семинаре, и лишь 10–12 посещают семинар «Алгебра и геометрия». Но время от времени ко мне всё же приходят талантливые студенты, которые хотят заниматься математикой, а не бизнесом, и некоторые из них даже не собираются эмигрировать.

Большое спасибо!

Спасибо за ваш интерес!

P. S. Вне этого интервью Эрнест Борисович сообщил нам о двух своих интервью, данных Дынкину в США в 1992 и 1999 годах. Огромная коллекция интервью Дынкина со многими российскими и западными математиками, посещавшими его в Соединённых Штатах, теперь доступна в онлайн-библиотеке Корнельского университета, см. <http://dynkincollection.library.cornell.edu/>



© Noel
Tovia Matoff

Интервьюеры:

Алиса Фиаловски — профессор математики в Институте математики университета г. Печ и в университете Лоранда Этвёша (Венгрия). Её научные интересы — теория Ли, когомологии, теория представлений, деформации, с приложениями к математической физике.



Иоахим Хильгерт — профессор математики в Институте математики Падерборнского университета (Германия). Его научные интересы — гармонический анализ, представления групп Ли, симплектическая геометрия и супермногообразия.



Бент Эрстед — профессор математики на математическом факультете университета в Аархусе (Дания). Его научные интересы — гармонический анализ, представления групп Ли, конформная геометрия, спектральная геометрия.



Владимир Сальников — старший исследователь-математик в отделении математических исследований Люксембургского университета (Люксембург). Его научные интересы — градуированная и обобщённая геометрия, динамические системы и интегрируемость, приложения к теоретической физике и механике.

Золотая эра мехмата (1957–1967) глазами приезжего

А. Б. Сосинский

Эти воспоминания я решился предложить российской математической общественности лишь после некоторых колебаний. Конечно, более именитые выпускники и сотрудники мехмата наверняка написали бы историю этого замечательного десятилетия факультета более объективно и содержательно, но я думаю, что необычность моей точки зрения в какой-то мере оправдывает публикацию нижеследующего текста. Дело в том, что я приехал в Россию в 1957 году из другого мира, воспитанный на других, совсем не советских культурных ценностях, и потому на всё смотрел совсем не теми глазами, что другие свидетели мехматской жизни того времени.

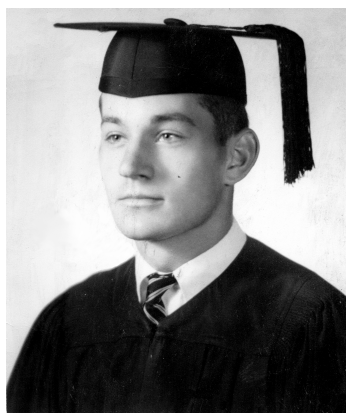
Предупреждаю — мои воспоминания очень субъективны, я описываю здесь не кусок истории мехмата, а *историю моего восприятия* обстановки и событий мехмата того времени. Однако я старался не давать прямых оценок событиям и их участникам, а ограничиваться описанием фактов так, как я их тогда воспринимал.

Несколько слов о себе. Я родился в Париже в семье русских эмигрантов. Мой отец, Бронислав Сосинский, brave кавалерийский офицер Белой Армии в гражданской войне, оказался там в 1923 году. В Париже он встретил мою маму, Ариадну Викторовну Чернову, дочь знаменитого эсера В. М. Чернова, которая приехала туда из Москвы через Прагу примерно тогда же. Они поженились в 1928 году, а я появился на свет в 1937 году. Во время Второй мировой войны мой отец ушёл добровольцем в Иностранный легион французской армии, был ранен, взят в плен, а после освобождения из плена (1943) создал и возглавил движение сопротивления на острове Олерон, куда наше семейство перебралось сразу после начала войны.

В 1947 году мои родители приняли советское гражданство и семья переехала из Парижа — но не в Москву, а в Нью-Йорк, где отец получил работу в секретариате ООН. Там я два года учился в американской средней школе, а потом во французском лицее в Нью-Йорке, который окончил в 1954 году

со всяческими отличиями. Уже тогда, в возрасте 14–15 лет, я понял, что буду математиком (разумеется — великим). В 1954 году я поступил в NYU (Нью-Йоркский университет) и проучился там весь 1954/55 учебный год.

В 1955 году вся семья проводила двухмесячный отпуск в СССР, и я впервые оказался в России. В момент приезда мои родители считали, что я остаюсь в Советском Союзе и продолжу учёбу в Московском университете, но реалии российской жизни, разговоры с друзьями и родственниками, только что освобождёнными из сталинских лагерей, заставили их передумать.



Новоиспечённый бакалавр наук Нью-Йоркского университета, 1957 г.

Вернувшись в США осенью 1955 года, я за два года закончил NYU, получив степень бакалавра наук и искусств (опять со всяческими отличиями) и был рекомендован в аспирантуру в Институт Куранта (и был даже принят туда, после успешного собеседования с Липманом Берсом¹⁾). Но не стал поступать. Я не буду здесь рассказывать о моей учёбе в NYU, я расскажу лишь об одном неприятном инциденте, произошедшем во время моей американской учёбы и послужившем своего рода полезной «прививкой» для будущей учёбы в СССР.

Дело было на лекции по экономике. Лектор, вещая о вреде марксизма, сказал, что Маркс пропагандировал принцип «цель оправдывает средства». Я поднял руку и спросил, в каких же это произведениях Маркс этот принцип высказывал (прекрасно зная, что таких произведений нет). Лектор сначала смутился, а потом спокойно сказал, что он мне это объяснит после лекции. Действительно, после лекции он меня подозвал и, убедившись, что народ разошёлся, тихо объяснил, что по существующей инструкции он обязан докладывать администрации о любых «антиамериканских» высказываниях со стороны студентов. Но он это не будет делать, однако просит меня больше не задавать подобных вопросов. Это было в 1956 году, т. е. в конце эпохи маккартизма, и я к этому отнёсся серьёзно — больше таких вопросов не задавал.

В 1956 году я принял советское гражданство (в советском посольстве в Вашингтоне), и в июле 1957 года я отправился в Москву. Вот здесь и начинается мой рассказ...

¹⁾ Липман Берс (1914–1993) — выдающийся американский математик, уроженец Риги, специалист по комплексному анализу, римановым поверхностям, группам Клейна, создатель теории псевдоаналитических функций.

Учёба на мехмате (1957–1961). Так девятнадцатилетний выпускник NYU, франко-американский молодой человек с русскими корнями, стал студентом мехмата МГУ. Этому предшествовала длительная бюрократическая возня, во время которой я познакомился с министром образования СССР Вячеславом Петровичем Елютиным и ректором МГУ Иваном Георгиевичем Петровским, и после долгих мытарств я был принят на третий курс механико-математического факультета МГУ в порядке перевода из Нью-Йоркского университета.

Это произошло в конце августа 1957 года, в начале «Золотых лет московской математики»²⁾. После смерти Сталина (1953 г.) И. Г. Петровский, возглавлявший МГУ с 1951 года, сумел собрать на мехмате (где он возглавлял кафедру дифференциальных уравнений) уникальный коллектив математиков и способствовал поступлению на факультет лучших абитуриентов со всего Советского Союза, независимо от их национальности и социального происхождения. Деканом факультета в тот момент был Андрей Николаевич Колмогоров, отделение математики возглавлял Павел Сергеевич Александров, среди заведующих математических кафедр, кроме упомянутых Петровского, Колмогорова и Александрова, стоит отметить Д. Е. Меньшова, Н. В. Ефимова, А. Г. Куроша, А. А. Маркова. На мехмате работал целый ряд семинаров высочайшего уровня, среди которых выделялся знаменитый семинар Израиля Моисеевича Гельфанда. В это время студентами мехмата были Юра Манин, Яша Синай, Володя Алексеев, Дима Арнольд, Саша Кириллов, Дима Аносов, Митя Фукс, Галя Тюрина, Володя Тихомиров, Эрик Винберг, Саша Виноградов, Игорь Гирсанов, Серёжа Новиков. Думаю, что никогда, ни в каком университете мира, не училось одновременно подобное созвездие математиков. При этом на факультете царила удивительная атмосфера, это был уникальный оазис, существовавший под крылом Петровского почти независимо от внешнего тоталитарного советского мира.

Но тогда я — новоиспечённый студент мехмата, недавно приехавший из США, — всего этого не знал. А мой первый приход на факультет закончился крайне неудачно.

Меня вызвал на собеседование замдекана по учебной работе А. И. Широков. Я сразу ему объяснил, что хотя я свободно владею русским разговорным языком, я никогда не занимался математикой на русском, не читал

²⁾ «Golden Years of Moscow Mathematics» — название книги, выпущенной AMS (американским математическим обществом) в 1993 году. По мнению американских математиков, в этот период мехмат был бесспорно лучшим во всём мире местом для обучения математике. Для этой книги я написал, по заказу AMS, мемуарную статью под названием «In the Other Direction» (см. <https://www.mccme.ru/~merzon/mirror/abs-otherdir.txt.html>); этой статьёй я активно пользовался при написании настоящего текста.

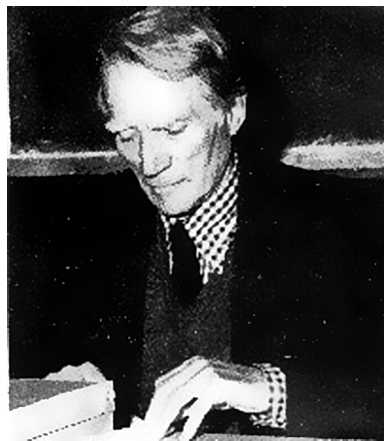
ни одной математической книги по-русски, не знаю русской математической терминологии и поэтому прошу его иметь это в виду во время беседы. И представляете, Ширшов начал с такого вопроса: что такое определитель? Нет чтобы спросить, что такое детерминант! Я ответил, что не знаю. Затем он меня спросил, что такое непрерывная функция. Я задумался. Через несколько секунд тягостного молчания, я решил — это, наверно, *continuous function*, и (довольно коряво) сформулировал ε - δ определение. Собеседование длилось достаточно долго, я плохо понимал вопросы, отвечал на них неуверенно, в том числе про вещи, которые я прекрасно знал. В конце разговора Ширшов сказал, что я произвёл на него странное впечатление: с одной стороны, я хорошо соображаю и знаю некоторые продвинутые разделы математики, но с другой стороны — у меня огромные лакуны в образовании, и мне будет совсем трудно на третьем курсе. Он мне предложил начать учёбу со второго курса. И я, отчасти из-за свойственной мне тогда застенчивости и неуверенности в себе, согласился.

Лишь лет пять спустя я понял, насколько это было необязательное и неудачное решение. Во-первых, я ещё не понимал иерархическую суть советской системы и не осознал, что я мог бы спокойно отказаться, сославшись на решение министра, которое какой-то там замдекана не в силах отменить. Во-вторых, я не попал на третий курс, где тогда учились Серёжа Новиков, Саша Виноградов, Митя Фукс (мои будущие соратники по науке) и Галя Тюрина, и занимались они именно тем, чем я должен был заниматься — учили алгебраическую топологию, на тот момент возможно наиболее актуальную часть математики, притом самостоятельно, вне рамок какого-либо официального семинара. А на втором курсе не было студентов такого калибра, и наиболее сильные мои будущие однокурсники (Фред Шмелькин, Алик Михалев, Миша Цаленко) занимались неинтересной мне абстрактной алгеброй.

В тот момент я не слишком расстроился, тем более, что обстановка и учёба на втором курсе, где я сразу почувствовал себя комфортно, мне очень понравилась, а мои однокурсники, доброжелательно (и с некоторым любопытством) принявшие как своего приезжего «американца», в своём большинстве разделяли мою любовь к математике и некоторые мои нематематические интересы. Правда, меня удивляла тональность часто задаваемого мне тогда вопроса (обычно тет-а-тет): «А зачем ты приехал в СССР?». Эти слова произносились с такой интонацией, что их смысл следовало понимать так: «Ты вроде неглупый парень, какого чёрта ты сюда приехал?». Я отшучивался от вопроса таким ответом: «По заданию ЦРУ. У меня каждый день прибавляются деньги на счету в швейцарском банке», и в итоге тема была закрыта.

Но, наверно, уместно именно здесь дать честный ответ на этот вопрос. Мой выбор был обусловлен тремя причинами. Во-первых, научными: я понимал (хоть и не до конца), в какой я попаду уникальный математический центр. Мне ещё в 1955 году это пытался объяснить друг нашей семьи Яков Семёнович Дубнов, известный математик, недавно вернувшийся на мехмат из мест не столь отдалённых. Во-вторых — культурных: из трёх культур (русской, французской и англосаксонской), в которых я вырос, сильнее оказалась идущая от семьи именно русская культура. И наконец — политических: я тогда наивно полагал, что тупого мужика Хрущёва сменит более молодой, динамичный и демократичный лидер и воцарится «социализм с человеческим лицом». Сейчас, через много лет после резкого окончания «хрущёвской оттепели», такие надежды кажутся форменной глупостью, но нужно помнить, что тогда их разделяло большинство западноевропейской интеллигенции.

Вернёмся к моей учёбе. На обязательных лекциях и занятиях я тогда познавал мало чего нового — лекционный материал мне был в основном известен по курсам в NYU, притом в лучшем исполнении. В частности, скучный и архаичный курс анализа многих переменных Л. А. Тумаркина не выдерживал никакой конкуренции с замечательным курсом Жана ван Хейеноорта³⁾ (по прекрасному учебнику Куранта). На лекциях Тумаркина я посылал лектору вежливые записки с указанием на ошибки и пробелы в доказательствах; он на записки не реагировал, и я вскоре перестал ходить на эти лекции. Систематически прогуливал я и другие, но ходил на весьма театральные лекции Куроша по алгебре и на лекции по истории КПСС (благо меня однокурсники предупредили, что их пропускать нельзя). Я ходил на все семинарские занятия по марксистским предметам и держал себя тихо — тут сыграл свою роль опыт, приобретённый в NYU. А вот на семинарские занятия по математике — новый для меня



Ж. ван Хейеноорт

³⁾ Jean van Heijenoort, легендарная личность, француз (с голландской фамилией по отцу), в то время математический логик, но до этого защитивший блестящую диссертацию по функциональному анализу, во время войны работавший в США рука об руку с фон Нейманом и Винером над радиолокацией, создатель первого действующего стереофонического проигрывателя, а ещё до этого — личный секретарь и телохранитель Троцкого, был моим первым настоящим учителем.

жанр — я ходил охотно, выполнял все домашние занятия и таким образом по-настоящему научился пользоваться изучаемым материалом.

Конечно, и лекции, и практические занятия принципиально отличались от того, к чему я привык в США. Вместо часовых лекций в небольших аудиториях, которые я посещал в NYU, лекции читались «парами» (2×45 минут) в огромных амфитеатрах (аудитории 16-10 и 16-24) на две сотни студентов с лишним. Практические занятия мне были совсем внове, ничего подобного в NYU не было, решение задач происходило там только при выполнении (письменно) домашних заданий, которые задавались в конце каждой лекции⁴⁾. Выходить к доске по вызову преподавателя, однако, несмотря на мою застенчивость, мне не было в тягость — я к этому привык ещё в мою бытность французским школьником в лицее.

В свободное от обязательных занятий время я просиживал штаны в читальном зале, самостоятельно изучая топологию, и ходил на спецкурсы и спецсеминары. Я сразу стал постоянным участником знаменитого тогда топологического кружка Павла Сергеевича Александрова, и в рамках этого семинара получил задачу для курсовой работы от известного педагога, слепого математика Алексея Серапионовича Пархоменко. По его указанию, я за тот учебный год изучил «Польскую топологию» (геометрическую топологию плоских континуумов), не понимая, что это была отмирающая наука. К концу учебного года я написал курсовую работу, в которой доказал, что некоторый класс отображений не может повысить размерность плоского континуума. Эту курсовую Пархоменко заставил меня переписать три или четыре раза, вникая во все детали, тем самым научив меня писать математические работы.

Защита моей курсовой состоялась в торжественной обстановке многолюдного семинара П. С. Александрова и длилась недолго: как только я сформулировал основную теорему, участник семинара В. И. Локуциевский сказал, что результат неверен, ибо есть контрпример американского тополога Р. Д. Андерсона. Представляете, в каком отчаянии будущий «великий математик» покинул аудиторию!

Впоследствии анализ работы показал, что в самом доказательстве не было ошибки (недаром Пархоменко всё проверил), она произошла из-за того, что я сослался на ошибочную лемму Ю. Рожанской, опубликованную в «Докладах Академии наук». И как учит нас математическая логика — из лжи следует всё что угодно!

⁴⁾ В американских вузах, в том числе в NYU, бывают отдельные от лекций практические занятия, но они, как правило, сопровождают лекции по пресловутому Calculus'у (на этих лекциях материал излагается без каких-либо доказательств!) для студентов нематематических специальностей. При этом студента не полагается вызывать к доске, он/она может там оказаться лишь по собственной инициативе.