

В. А. Успенский

Математическое

и гуманитарное:

преодоление барьера

МЦНМО

Владимир Успенский

**Математическое и гуманитарное.
Преодоление барьера**

«МЦНМО»

2011

УДК 510
ББК 72

Успенский В. А.

Математическое и гуманитарное. Преодоление барьера /
В. А. Успенский — «МЦНМО», 2011

ISBN 978-5-457-91539-8

Можно ли уничтожить и нужно ли уничтожать ставшие, увы, традиционными (хотя, как видим, и не столь древние!) границы между гуманитарными, естественными и математическими науками? Об этом я не берусь судить. Но вот разрушить барьеры между представителями этих наук, между лириками и физиками, между гуманитариями и математиками - это представляется и привлекательным, и осуществимым.

УДК 510
ББК 72

ISBN 978-5-457-91539-8

© Успенский В. А., 2011
© МЦНМО, 2011

Содержание

I	5
II	7
III	9
IV	11
V	13
Конец ознакомительного фрагмента.	14

Владимир Успенский

Математическое и гуманитарное: преодоление барьера

*Поверх барьеров.
Борис Пастернак.*

*Уточняйте значения слов. Тогда человечество избавится от
большой части своих заблуждений.
Рене Декарт.*

*«Да, мой голубчик, – ухо вянет:
Такую, право, порешишь чушь!»
И в глазках крошечных проглянет
Математическая сушь.*

Андрей Белый. Первое свидание.

*Чем дальше, тем Белому становилось яснее, <.. > что
искусство и философия требуют примирения с точными знаниями –
«иначе и жить нельзя». <...>. Недаром прежде, чем поступить на
филологический факультет, он окончил математический.
Владислав Ходасевич.*

I

Никто не знает, сохранят ли грядущие века и тысячелетия сегодняшнее деление наук на естественные и гуманитарные. Но даже и сегодня безоговорочное отнесение математики к естественным наукам вызывает серьёзные возражения. Естественнаучная, прежде всего физическая, составляющая математики очевидна, и нередко приходится слышать, что математика – это часть физики, поскольку она, математика, описывает свойства внешнего, физического мира. Но с тем же успехом её можно считать частью психологии, поскольку изучаемые в ней абстракции суть явления нашего мышления и тем самым должны проходить по ведомству психологии. Не менее очевидна и логическая, приближающаяся к философской, составляющая математики. Скажем, знаменитую теорему Гёделя о неполноте, гласящую, что, какие бы способы доказывания ни установить, всегда найдётся истинное, но не доказуемое утверждение – причём даже среди утверждений о таких, казалось бы, простых объектах, как натуральные числа, – эту теорему с полным основанием можно считать теоремой теории познания.

В 1950-х годах, по возвращении с индийских научных конференций, мои московские математические коллеги с изумлением рассказывали, что в Индии математику – при стандартном разделении наук на естественные и гуманитарные – относят к наукам гуманитарным. И на этих конференциях им приходилось сидеть не рядом с физиками, как они привыкли, а с искусствоведами. К великому сожалению, у людей гуманитарно-ориентированных математика нередко вызывает отторжение, а то и отвращение. Неуклюжее (и по содержанию, и по форме) преподавание математики в средней школе немало тому способствует.

Лет сорок назад было модно подчёркивать разницу между так называемыми *физиками* (к коим относили и математиков) и так называемыми *лириками* (к коим относили всех гуманитариев). Терминология эта вошла тогда в моду с лёгкой руки поэта Бориса Слуцкого, провозгласившего в 1959 году в культовом стихотворении «Физики и лирики»:

Что-то физики в почёте,
Что-то лирики в загоне.
Дело не в сухом расчёте,
Дело в мировом законе.

Однако само противопоставление условных *физиков* условным *лирикам* вовсе не было вечным. По преданию, на воротах знаменитой Академии Платона была надпись: «Негеометр (то есть нематематик—*В. У.*) да не войдёт сюда!». С другой стороны, самоё математику можно называть младшей сестрой гуманитарной дисциплины, а именно юриспруденции: ведь именно в юридической практике Древней Греции, в дебатах в народных собраниях впервые возникло и далее шлифовалось понятие доказательства.

II

Можно ли уничтожить и нужно ли уничтожать ставшие, увы, традиционными (хотя, как видим, и не столь древние!) границы между гуманитарными, естественными и математическими науками – об этом я не берусь судить. Но вот разрушить барьеры между представителями этих наук, между *лириками* и *физиками*, между гуманитариями и математиками – это представляется и привлекательным, и осуществимым. Особенно благородная цель – уничтожить этот барьер внутри отдельно взятой личности, то есть превратить гуманитария отчасти в математика, а математика – отчасти в гуманитария. Обсуждая эту цель, полезно вспомнить некоторые факты из истории российской науки. Эти факты связаны – в обратном хронологическом порядке – с именами Колмогорова, Барсова и Ададурова (в другом написании – Адодурова).

Первой научной работой великого математика Андрея Николаевича Колмогорова (1903–1987) была работа отнюдь не по математике, а по истории. В начале 20-х годов XX в., будучи семнадцатилетним студентом математического отделения Московского университета, он доложил свою работу на семинаре известного московского историка Сергея Владимировича Бахрушина. Она была опубликована посмертно¹ и чрезвычайно высоко оценена специалистами – в частности, руководителем Новгородской археологической экспедиции Валентином Лаврентьевичем Яниным. Выступая на вечере памяти Колмогорова, состоявшемся в Московском доме учёных 15 декабря 1989 года, он так охарактеризовал историческое исследование Колмогорова: «Эта юношеская работа в русле исторической науки занимает место, до которого её [исторической науки] развитие ещё не докатилось. Будучи опубликованной, она окажется впереди всей исторической науки». А в предисловии к выше-названному посмертному изданию исторических рукописей Колмогорова В. Л. Янин писал: «Некоторые наблюдения А. Н. Колмогорова способны пролить свет на источники, обнаруженные много десятилетий спустя после того, как он вёл своё юношеское исследование». И там же:

Андрей Николаевич сам неоднократно рассказывал своим ученикам о конце своей «карьеры историка». Когда работа была доложена им в семинаре, руководитель семинара профессор С. В. Бахрушин, одобрив результаты, заметил, однако, что выводы молодого исследователя не могут претендовать на окончательность, так как «в исторической науке каждый вывод должен быть снабжён несколькими доказательствами[^]!). Впоследствии, рассказывая об этом, Андрей Николаевич добавлял: «И я решил уйти в науку, в которой для окончательного вывода достаточно одного доказательства». История потеряла гениального исследователя, математика приобрела его.

26 апреля (по старому стилю, а по новому стилю тогда было 7 мая) 1755 года состоялось торжественное открытие Московского университета. После молебна были произнесены четыре речи. Первая из них – и притом единственная, сказанная на русском языке, – называлась «О пользе учреждения Московского университета». Говорил её Антон Алексеевич Барсов (1730–1791). Неудивительно, что в 1761 году он был назначен профессором (в современных терминах – заведующим кафедрой) на кафедру красноречия; вступление в эту должность ознаменовалось его публичной лекцией «О употреблении красноречия в Российской империи», произнесённой 31 января (11 февраля) 1761 года. Чем же занимался Барсов

¹ А. Н. Колмогоров. Новгородское землевладение XV века. М.: Физматлит, 1994.

до того? Преподавал математику – именно с Барсова, в феврале 1755 года специально для этой цели переведённого из Петербурга в Москву, и началось преподавание математики в Московском университете! Впоследствии Барсов прославился трудами по русской грамматике; ему же принадлежит и ряд предложений по русской орфографии, тогда отвергнутых и принятых лишь в XX веке.

Ещё раньше, в 1727 году, знаменитый математик Даниил Бернулли, работавший в то время в Петербургской академии наук, обратил внимание на студента этой академии Василия Евдокимовича Ададурова (1709–1780). В письме к известному математику Христиану Гольдбаху от 28 мая 1728 года Бернулли отмечает значительные математические способности Ададурова и сообщает о сделанном Ададуриным открытии: сумма кубов последовательных натуральных чисел равна квадрату суммы их первых степеней: $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$. Математические заслуги Ададурова засвидетельствованы его включением (с портретом в виде силуэта) в биографический раздел однотомного «Математического энциклопедического словаря» (М.: «Советская энциклопедия», 1988). А из статьи «Ададуров» в первом томе другого словаря, «Нового энциклопедического словаря» Брокгауза и Ефрона, мы узнаём, что Ададуриным написано несколько сочинений по русскому языку и, более того, что «в 1744 году ему было поручено преподавать русский язык принцессе Софии, т. е. будущей императрице Екатерине II». Последующие изыскания (они были проведены братом автора этих строк Борисом Андреевичем Успенским) показали, что Ададуров является автором первой русской грамматики на русском же языке, составление каковой следует рассматривать как большое событие. Ведь важнейшим этапом в языковом сознании носителей какого бы то ни было языка является появление первой грамматики этого языка на том же самом языке; этот этап сравним с осознанием того, что кажущаяся пустота вокруг нас заполнена воздухом. Прибавим ещё, что с 1762 года по 1778 год Ададуров был куратором Московского университета – вторым после основавшего университет И. И. Шувалова.

Итак, даже если согласиться с традиционной классификацией наук, отсюда ещё не следует с неизбежностью аналогичная классификация учёных или учащихся. Приведённые факты показывают, что математик и гуманитарий способны уживаться в одном лице.

Здесь предвидятся два возражения. Прежде всего, нам справедливо укажут, что Ададуров, Барсов, Колмогоров были выдающимися личностями, в то время как любые рекомендации должны быть рассчитаны на массового потребителя. На это мы ответим, что образцом для подражания – даже массового подражания – как раз и должны быть выдающиеся личности и что примеры Ададурова, Барсова, Колмогорова призваны вдохновлять. Далее нам укажут, опять-таки справедливо, что отнюдь не всем гуманитариям и отнюдь не всем математикам суждено заниматься научной работой, это и невозможно, и недолжно. Ну что ж, ответим мы, примеры из жизни больших учёных выбраны просто потому, что история нам их сохранила; возможность же и цель сочетания в одном лице математического и гуманитарного подхода к окружающему миру сохраняют привлекательность не только для научных работников, но и для тех гуманитариев и математиков, кто не собирается посвятить себя высокой науке.

III

По всеобщему признанию, литература и искусство являются частью человеческой культуры. Ценность же математики, как правило, видят в её практических приложениях. Но наличие практических приложений не должно препятствовать тому, чтобы и математика рассматривалась как часть человеческой культуры. Да и сами эти приложения, если брать древнейшие из них – такие как, скажем, использование египетского треугольника (т. е. треугольника со сторонами 3, 4, 5) для построения прямого угла – также принадлежат общекультурной сокровищнице человечества. (Кому, чьей сокровищнице принадлежит шестигранная форма пчелиных сот, обеспечивающая максимальную вместимость камеры при минимальном расходе воска на строительство её стен, – этот вопрос мы оставляем читателю для размышления.) В Древнем Египте, чтобы получить прямой угол, столь необходимый при строительстве пирамид и храмов, поступали следующим образом. Верёвку делили на 12 равных частей, точки деления, служащие границами между частями, помечали, а концы верёвки связывали. Затем за верёвку брались три человека, удерживая её в трёх точках, отстоящих друг от друга на 3, 4 и 5 частей деления. Далее верёвку натягивали до предела – так, чтобы получился треугольник. По теореме, обратной к теореме Пифагора, треугольник оказывался прямоугольным, причём тот человек, который стоял между частью длины 3 и частью длины 4, оказывался в вершине прямого угла этого треугольника.

Раздел математики, сейчас называемый «математический анализ», в старые годы был известен под названием «дифференциальное и интегральное исчисление». Отнюдь не всем обязательно знать точное определение таких основных понятий этого раздела, как *производная* и *интеграл*. Однако каждому образованному человеку желательно иметь представление о *производном числе* как о мгновенной скорости (а также как об угловом коэффициенте касательной) и об *определённом интеграле* как о площади (а также как о величине пройденного пути). Поучительно знать и о знаменитых математических проблемах (разумеется, тех из них, которые имеют общедоступные формулировки) – решённых (таких как проблема Ферма и проблема четырёх красок²), ждущих решения (таких, как проблема близнецов³) и тех, у которых решения заведомо отсутствуют (из числа задач на геометрическое построение и простейших задач на отыскание алгоритмов). Ясное понимание несуществования чего-то – чисел ли с заданными свойствами, или способов построения, или алгоритмов – создаёт особый дискурс, который можно было бы назвать *культурой невозможного*. И культура невозможного, и предпринимаемые математикой попытки познания бесконечного значительно расширяют горизонты мышления.

Всё это, ломая традиционный стереотип математики как сухой цифири, создаёт её образ как живой области знания, причём *живой* в двух смыслах: во-первых, связанной с жизнью, во-вторых развивающейся, то есть продолжающей активно жить. Всякому любознательному человеку такая область знания должна быть интересна. Вообще, образованность предполагает ведь знакомство не только с тем, что непосредственно используется в профессиональной деятельности, но и с человеческой культурой как таковой, чьей неотъемлемой частью – повторим это ещё раз – является математика.

² Проблема четырёх красок заключается в требовании доказать следующий факт: любую мыслимую карту можно так раскрасить в четыре цвета, чтобы страны, имеющие общую границу, всегда были окрашены в разные цвета. Проблема ждала решения более ста лет.

³ Близнецами называются такие два простых числа, разность между которыми равна двум, например 3 и 5, 5 и 7, 11 и 13, 17 и 19, 29 и 31. Неизвестно, конечным или бесконечным является количество близнецовых пар; в требовании дать ответ на этот вопрос и состоит *проблема близнецов*. (Напомним, что простым называется такое большее единицы целое число, которое делится без остатка только на само себя и на единицу).

Здесь возможен следующий упрёк. Хотя в названии настоящего очерка политкорректно говорится о *преодолении барьера*, изложение явно уклоняется в сторону пропаганды «математического». Автор болезненно относится к такому упрёку и спешит оправдаться. Дело в том, что гуманитарная культура не нуждается в пропаганде, она не только повсеместно признана неременной частью культуры вообще, но часто отождествляется с последней. Отличать ямб от хорея, понимать значение выражения «всевышней волею Зевеса», а заодно и знать, кто такой Зевес, – все (или, по крайней мере, большинство) согласны в том, что подобные знания и умения входят в общеобязательный культурный багаж. Включение же в этот багаж чего-то математического в качестве обязательной составной части многим может показаться непривычным и потому нуждается в лоббировании.

IV

Однако образование состоит не только в расширении круга знаний. Не в меньшей степени оно состоит в расширении навыков мышления. Математик и гуманитарий обладают различными стилями мышления, и ознакомление с иным стилем обогащает и того, и другого. Скажем, изучение широко распространённого в математике аксиоматического метода, при котором в рассуждениях допускается использовать только ту информацию, которая явно записана в аксиомах, прививает привычку к строгому мышлению. А знакомство со свойствами бесконечных множеств развивает воображение. Потребуется ли когда-нибудь, скажем, историку аксиоматический метод или бесконечные множества? Более чем сомнительно. Но вот строгость мышления и воображение не помешают и ему. С другой стороны, и математику есть чему поучиться у гуманитария. Последний более толерантен к чужому мнению, чем математик, и это говорится здесь в пользу гуманитария (разумеется, имеются в виду некоторые усреднённые – а то и воображённые автором этих строк – гуманитарий и математик). Математические понятия резко очерчены, тогда как гуманитарные расплывчаты; и как раз эта расплывчатость делает их *более адекватными для описания окружающего нас расплывчатого мира*, поскольку его явления (или надо сказать «его феномены»?) сами расплывчаты. Математик ведь привык иметь дело с такими утверждениями, каждое из которых либо истинно, либо ложно, и эта привычка поневоле заставляет его видеть мир в черно-белом цвете. Его мышление настроено на более высокую контрастность или резкость (не знаю, какое слово здесь правильное). Ему, в отличие от гуманитария, чужда или непонятна мысль, что истина, может быть, и одна, но вот правда у каждого своя.

Поучительно сравнить между собой методы рассуждений, применяемые в математических и в гуманитарных науках. На самом деле речь идёт здесь о двух типах мышления, и человеку полезно быть знакомым с каждым из них. Автор не берётся (потому что не умеет) описать эти типы, но попытается проиллюстрировать на двух примерах своё видение их различия. Пример первый. Все знают, что такое вода, – это вещество с формулой H_2O . Но тогда то, что мы все пьём – это не вода. Разумеется, в повседневной речи и математик, и гуманитарий и то, и то называет водою, но в своих теоретических рассуждениях первый как бы тяготеет к тому, чтобы называть водою лишь H_2O , а второй – всё, что имеет вид воды.

Потому что математик изучает идеальные объекты, имеющие такой же статус, как, скажем, круги и треугольники, которых ведь нет в реальной природе; гуманитарий же изучает предметы более реалистические. Боюсь, впрочем, что этот пример слишком умозрителен и способен отчасти запутать читателя. Вот другой, уже не умозрительный, а взятый из жизни пример. Имеется строгое (кстати, в наиболее отчётливой форме сформулированное Колмогоровым) определение того, что такое ямб. Мы имеем здесь в виду не *ямбическую стопу та-тА*, понимание которой не вызывает вопросов, а *ямбическую строку*, которая может состоять отнюдь не из одних только ямбических стоп (как иногда ошибочно думают): любая ямбическая стопа может быть всегда заменена пиррихием *та-та* (здесь оба слога безударны), а в особых случаях, впервые чётко указанных Третьяковским, и спондеем *тА-тА* (здесь оба слога ударны). Если в стихотворении встречается отклонение от законов, которым обязана подчиняться ямбическая строка, то с точки зрения математика это уже не ямб. Однако для многих филологов стихотворение, содержащее не слишком много нарушений, не перестаёт быть ямбическим – в то время как математик назовёт его всего лишь похожим на ямб, ямбоподобным.

По-видимому, математики, которых специально обучают обращению с абстракциями, начинают мыслить отчасти по-особому. Некоторые из них перестают это замечать и начинают думать, что так мыслят все. Другие же математики достаточно реалистически осознают

ограниченность применения своих представлений к реальным ситуациям и с удовольствием рассказывают анекдоты, высмеивающие тех математиков, которые эту ограниченность не замечают (или не желают замечать). Вот три примера таких анекдотов.

Жена говорит мужу-математику: «Купи батон, а если будут яйца, купи десяток». Муж приносит десять батонов. (Действительно, сказанное женой имеет – на формальном уровне – два смысла, и муж воспользовался тем из них, который аналогичен смыслу фразы: «Купи батон, а если хватит денег, купи десяток».)

Летающие на воздушном шаре заблудились в критической для них ситуации, и им жизненно необходимо знать, где они находятся. Завидев человека внизу, они крикнули ему: «Где мы?». Человек внизу оказался математиком, и его ответом было: «Вы на воздушном шаре». (Более длинный вариант анекдота таков. Спрошенный, прежде чем ответить, подумал, и тогда один из унесённых ветром воздухоплавателей сказал: «Ясно, что этот человек – математик. Во-первых, он подумал, прежде чем дать ответ. Во-вторых, его ответ был совершенно точен и совершенно бессмыслен».)

Пассажиры поезда наблюдают в окно нескончаемые стада белых овец. И вдруг замечают чёрную овцу, повернувшуюся к мчащемуся поезду боком. «О, здесь бывают и чёрные овцы!» – восклицает один из пассажиров. «По меньшей мере одна овца с по меньшей мере одним чёрным боком», – поправляет его другой, математик.

«Сказка ложь, да в ней намёк! Добрым молодцам урок». Эти анекдоты весьма поучительны: в них в наглядной и сжатой форме выражена идея о том, что чрезмерная точность может быть вредной, может мешать адекватному восприятию текста. Здесь – основа для уважительного диалога между гуманитарием и математиком, диалога, полезного для обеих сторон. В этом диалоге математик обучает гуманитария... – нет, не так, не обучает, а делится с собеседником своими представлениями о важности точности, причём не только точности слов, о которой говорил ещё Декарт, процитированный нами в эпиграфе, но и точности синтаксических конструкций. Математик в этом диалоге пытается передать гуманитарию свою способность увидеть логический каркас текста. Гуманитарий же делится с математиком своими соображениями о важности неточности, он объясняет математику, что и «плоть» текста, натянутая на его логический каркас, и контекст, в котором возникает текст, не менее существенны, чем упомянутый каркас. Окружающий мир, говорит гуманитарий, аморфен и расплывчат, и потому неточные, расплывчатые тексты и образы более приспособлены для адекватного его отражения, нежели тексты и образы математически точные.

V

Ряд положений языкознания может быть изложен с математической точностью. (А, скажем, для литературоведения подобный тезис справедлив разве что в применении к стиховедению.) В то же время именно на уроках математики учащиеся могли бы приучаться правильно выражать свои мысли на своём родном языке. Уроки языка и уроки литературы на родном языке проводятся, как правило, одним и тем же учителем. На наш взгляд, было бы полезнее несколько отделить лингвистику от литературоведения. И уже совсем крамольная идея – объединить, хотя бы в порядке эксперимента, язык и математику, с тем, чтобы один и тот же учитель преподавал и математику, и родной язык. Некоторые уважаемые коллеги автора этих строк нашли эту фантастическую идею ужасающей. Поэтому спешу объяснить.

Прежде всего, идея эта не столько крамольная, сколько утопическая и относится к некоторому идеальному будущему. Будущее, как известно, подразделяется на обозримое и необозримое. В обозримом будущем объединение уроков языка и уроков математики нереально хотя бы потому, что преподавателей, способных осуществить такое объединение, на сегодняшний день не существует. Если же говорить о будущем необозримом, то можно предполагать, что сама технология обучения в этом будущем кардинально изменится и окажется мало похожей на сегодняшнюю. Так что высказанное предложение обозначает всего лишь вектор движения, и притом не движения реальной организации образования, а движения мысли. Это как показ изделий высокой моды или выставки и конкурсы бумажной архитектуры, которые хотя и не предполагают реализации образцов одежды или архитектурных проектов, но ценятся дизайнерами реальной одежды и реальной архитектуры.

Конец ознакомительного фрагмента.

Текст предоставлен ООО «ЛитРес».

Прочитайте эту книгу целиком, [купив полную легальную версию](#) на ЛитРес.

Безопасно оплатить книгу можно банковской картой Visa, MasterCard, Maestro, со счета мобильного телефона, с платежного терминала, в салоне МТС или Связной, через PayPal, WebMoney, Яндекс.Деньги, QIWI Кошелек, бонусными картами или другим удобным Вам способом.