

Артур Бенджамин • Майкл Шермер

МАГИЯ — ЧИСЕЛ —

МОМЕНТАЛЬНЫЕ
ВЫЧИСЛЕНИЯ В УМЕ
И ДРУГИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ФОКУСЫ

Эту книгу хорошо дополняют:

Удовольствие от х

Стивен Строгац

Moneyball

Майкл Льюис

Гибкое сознание

Кэрол Дуэк

Branіac

Кен Дженнингс

Arthur Benjamin
and Michael Shermer

SECRETS OF MENTAL MATH:

The Mathemagician's Guide to Lightning
Calculation and Amazing Math Tricks

Three Rivers Press

Артур Бенджамин
и Майкл Шермер

МАГИЯ ЧИСЕЛ

Моментальные вычисления в уме
и другие математические фокусы

Перевод с английского Владислава Ласкавого

Москва
«Манн, Иванов и Фербер»
2015

УДК 512
ББК 22.1я9
Б46

Научный редактор Александр Минько

На русском языке публикуется впервые

*Издано с разрешения Three Rivers Press, an imprint of the Crown Publishing Group,
a division of Random House LLC, a Penguin Random House Company,
и литературного агентства Synopsis*

Бенджамин Артур

Б46 Магия чисел. Ментальные вычисления в уме и другие математические фокусы / Артур Бенджамин и Майкл Шермер ; пер. с англ. В. Ласкавого. — М. : Манн, Иванов и Фербер, 2015. — 320 с.

ISBN 978-5-00057-270-2

Каждый из нас способен умножать, делить, возводить в степень и производить другие операции над большими числами в уме и с большой скоростью. Для этого не нужно решать десятки тысяч примеров и учиться годами — достаточно использовать простые приемы, описанные в этой книге. Они доступны для людей любого возраста и любых математических способностей.

Эта книга научит вас считать в уме быстрее, чем на калькуляторе, запоминать большие числа и получать от математики удовольствие.

УДК 512
ББК 22.1я9

Все права защищены.

Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая фирма «Вегас-Лекс».

VEGAS LEX

© Arthur Benjamin and Michael Shermer, 2006

© Перевод на русский язык, издание на русском языке, оформление. ООО «Манн, Иванов и Фербер», 2015

ISBN 978-5-00057-270-2

Оглавление

Предисловие	11
Пролог	19
Введение	23
Глава 0. Быстрые трюки: простые (и впечатляющие) вычисления	25
Глава 1. Небольшой обмен любезностями: устное сложение и вычитание	35
Глава 2. Произведения растраченной юности: основы умножения	52
Глава 3. Усовершенствованные произведения: умножение среднего уровня	76
Глава 4. Разделяй и властвуй: деление в уме	101
Глава 5. Искусство приближенной оценки	128
Глава 6. Математика с ручкой и бумагой	154
Глава 7. Запоминающаяся глава для запоминания чисел	174

Глава 8. Сложное делаем легким: продвинутое умножение	187
Глава 9. Искусство математической магии.....	223
Глава ∞. Эпилог: как математика помогает задуматься о странных вещах	247
Ответы.....	259
Библиография.....	300
От авторов	304
Об авторах	305

Я посвящаю эту книгу моей жене Дине
и дочерям Лорел и Ариэль.
Артур Бенджамин

Посвящается Ким — моей жене и самому
доверенному личному советчику и помощнику.
Майкл Шермер

Предисловие

Мне нравится размышлять о тех людях, которым первым пришла в голову мысль считать вещи. Наверное, они сразу заметили, что счет на пальцах отлично работает. Может быть, какой-нибудь древний человек по имени Ог (родившийся еще до потопа) или один из его приятелей сказал: «Нас тут один, два, три, четыре, пять. Значит, нам нужно пять кусочков фрукта. — И добавил: — Смотри-ка, ты на своих пальцах можешь сосчитать количество человек у костра, птиц на дереве, камней в ряду, поленьев в костре, виноградин в грозди». Так было положено отличное начало для развития математики. Вы, вероятно, тоже впервые встретились с числами подобным образом.

Должно быть, вы слышали, что математика — это язык науки, а природа говорит на языке математики. Что ж, это правда. Чем больше мы понимаем Вселенную, тем больше математических связей в ее устройстве обнаруживаем. Цветы располагаются на стебле по винтовой линии, причем их количество на разной высоте совпадает с определенной последовательностью чисел (чисел Фибоначчи), которую несложно понять; к тому же любой самостоятельно ее высчитает. Узоры на раковине образуют совершенные математические кривые (логарифмические спирали), появившиеся вследствие определенных химических процессов. Скопления звезд тянутся друг за другом в математическом танце, и его можно наблюдать на расстоянии миллионов и даже миллиардов километров.

В течение многих столетий подтверждается и открывается математическая сущность Природы. Однако с каждым новым открытием кто-то должен взять на себя труд удостовериться, что числа не лгут. Эта книга поможет вам разобраться в этом. Освоив вычисления, вы узнаете ряд математических секретов природы, и трудно представить, куда это может вас привести!

При знакомстве с числами вы поймете: ответ на самом деле лежит на кончиках ваших пальцев. Это не шутка: именно с этого все и начинается. Поскольку у человека десять пальцев, математическая наука взяла за основу цифры от 1 до 10. По сути, мы называем и числа, и пальцы словом «цифры»^{*}. Совпадение? Вряд ли. Нашим далеким предкам очень скоро стало не хватать пальцев для счета. То же самое, вероятно, произошло и с вами. Мы не можем просто игнорировать большие числа и пенять при этом на свои руки (шутка!).

Мы нуждаемся в числах, так как они часть повседневной жизни, хотя порой мы этого даже не замечаем. Подумайте о телефонной беседе с другом: чтобы позвонить, нужен номер телефона; время, потраченное на разговор, тоже измеряется в числах (в часах и минутах). Каждая историческая дата, включая такую важную, как ваш день рождения, обозначается цифрами. Числа мы используем и для презентации идей, которые на первый взгляд не имеют ничего общего с расчетами. Например, выражение «Как молодо вы выглядите!» неявно подразумевает информированность о вашем возрасте, выраженном в числовом эквиваленте, а также оценку вашего внешнего вида тоже в виде числа. Люди часто описывают друг друга с помощью чисел, отображающих рост и вес человека.

^{*} В английском языке слово *digit* имеет два значения: «палец» и «цифра». *Прим. пер.*

И конечно, мы все хотим знать, сколько денег у нас есть или сколько стоит та или иная вещь в числовом выражении: в долларах, песо, юанях, рупиях, рублях, евро или иенах.

Если по какой-то причине вы пока еще не влюблены в математику, читайте эту книгу. Конечно, как человек науки я надеюсь, что вам понравится эта дисциплина. Хотя больше всего мне хотелось бы, чтобы вы ее *полюбили*. Что бы вы ни чувствовали по отношению к ней (ненависть или любовь), я все равно готов поспорить: вы часто будете ловить себя на мысли, что хотите узнать ответ сразу, без того чтобы сначала старательно все записать и усердно работать (или даже не тратя время на то, чтобы взять калькулятор). Вы мечтаете, чтобы ответ появился «по мановению волшебной палочки». Оказывается, множество математических задач решаются именно таким магическим образом. И книга продемонстрирует вам, как это делается.

Что делает любую магию столь интригующей и увлекательной? Зрители не часто могут похвастаться тем, что понимают, как выполняется трюк. «Как она это сделала? Не знаю, но это круто!» Так вот, приемы и методы из этой книги сродни волшебству. Публика редко бывает осведомлена о секретах трюков — она просто ценит их. Заметьте, что магия вряд ли чего-то стоит, если никто не смотрит представление. Но знание того, как работает *магия чисел*, не лишает вас увлекательной интриги. Простая арифметика не позволит вам увязнуть в вычислениях, и вы сможете сосредоточиться на прекрасной природе чисел. В конце концов, математика — двигатель Вселенной.

Доктор Бенджамин занялся быстрыми вычислениями ради забавы. Полагаю, этим он поразил своих учителей и одноклассников. Иллюзионисты могут заставить публику думать, что они обладают сверхъестественными способностями.

Волшебники от математики создают иллюзию своей гениальности. Способность обратить внимание окружающих на то, что вы делаете, представляет собой часть обмена идеями. Если вы произвели на людей впечатление, они будут слушать то, что вы говорите. Так что попробуйте немного поупражняться в магии чисел. Вы можете произвести впечатление на друзей? Отлично! Но вы также будете «выступать для себя» и поймете, что в состоянии решать задачи, которые, как вы полагали раньше, вам не по зубам. Вы придете в восторг *от самого себя*.

Но счет на пальцах — совсем другое дело. Вы когда-нибудь замечали, что считаете вслух, или что-то шепчете, или издаете еще какие-то звуки во время вычислений? Это почти всегда упрощает расчеты. Проблема, однако, в том, что окружающие думают, будто вы ведете себя немножко странно. Так вот, в «Магии чисел» доктор Бенджамин научит вас использовать функцию «говорю вслух» так, чтобы сделать решение задач более простым и быстрым, а ответы — точными (что удивительно). И все это будет «выдаваться» вашим мозгом в процессе обдумывания задачи (как будто вы думаете вслух).

Вы станете перемещаться по математическим задачкам так же, как мы читаем: слева направо. Вы будете щелкать сложные задания как орешки, выдавая результат с погрешностью в пределах процента или около того. Вы научитесь быстро выполнять арифметические действия. Таким образом, вы сможете приятно провести время, размышляя о том, что означают цифры. Ог задумался над вопросом: «Достаточно ли у нас фруктов для каждого человека, сидящего у костра? Если нет, то могут возникнуть проблемы». Теперь вы можете спросить: «Достаточно ли места на этом компьютере, чтобы отслеживать мои музыкальные файлы или банковский счет? Если нет, то могут возникнуть проблемы».

Предисловие

Это книга больше о секретах математики, чем просто о подсчетах. Например, вы научитесь определять, на какой день недели придется или приходилась та или иная дата. Это просто фантастика, почти волшебство, когда вы в состоянии сказать кому-либо, в какой день недели он родился. Это действительно невероятно, если вы способны вычислить, что Соединенные Штаты Америки отмечали свой первый День независимости в четверг 4 июля 1776 года; что 15 апреля 1912 года — день гибели «Титаника» — был понедельник; что первый человек ступил на Луну 20 июля 1969 года, в воскресенье. Вы никогда не забудете, что террористическая атака на США произошла 11 сентября 2001 года. С помощью магии чисел вы всегда сумеете доказать, что это случилось во вторник.

Существующие в природе взаимосвязи лучше всего описывают именно числа. Один, два, три и далее до десяти — эти числа вы можете посчитать на пальцах. Но между ними есть еще бесконечное количество чисел. Это дроби. Некоторые числа никогда не заканчиваются. Они становятся настолько большими, насколько вы пожелаете, и настолько маленькими, что их трудно себе представить. Вы, должно быть, знакомы с ними. «Магия чисел» позволит вам так быстро доставать их из ума, что у вас в нем останется еще достаточно места для размышлений о сложившемся устройстве мира. В общем эта книга покажет вам, что все в природе имеет смысл.

*Билл Найя,
Science Guy®*



Математика — прекрасный, элегантный и чрезвычайно полезный язык с собственными лексикой и синтаксисом, глаголами, существительными и определениями, диалектами и местными наречиями. Он с блеском используется одними людьми и с трудом — другими. Многие из нас боятся исследовать скрытые возможности его применения, тогда как некоторые пускают его в ход, словно меч, чтобы атаковать и покорять налоговые декларации или массивы данных, сопротивляющиеся менее храбрым людям. Возможно, эта книга не превратит вас в Лейбница, не возведет в ранг профессора алгебры, но, надеюсь, способствует появлению у вас нового, волнующего и даже занимательного взгляда на то, что можно делать с числами.

Мы все думаем, что знаем достаточно об арифметике, чтобы сводить концы с концами, и, конечно, не чувствуем вины за то, что при каждом удобном случае обращаемся к карманному калькулятору, который стал неотъемлемой частью нашей жизни. Но так же, как фотография может скрыть истинную красоту картины Вермеера, а электронная клавиатура — стать причиной того, что мы забудем великолепное исполнение Горовица, чрезмерное доверие к технологиям способно лишить удовольствия, которое вы получите при изучении математики на этих страницах.

Я помню, какое наслаждение испытал в детстве, когда мне открылось, что можно умножать на 25, просто прибавляя два нуля к исходному числу и деля это новое число на 4. Метод сравнений по модулю 9 для проверки результатов умножения был следующим захватывающим этапом. А когда я узнал о перекрестном умножении, то уже был на крючке и ненадолго превратился в невыносимого одержимого математикой.

Прививки против такого недуга не существовало. Приходилось лечить себя самому. Так что будьте осторожны!

Вы не держали бы сейчас в руках эту книгу, если бы у вас не было желания улучшить свои математические навыки либо удовлетворить любопытство по отношению к этому увлекательному предмету. Так же как и при использовании любой инструкции, вы сможете удерживать в памяти и применять только определенный процент разнообразных трюков и методов, описанных здесь. Но даже это оправдает время, потраченное на чтение этой забавной книги.

Я знаю обоих авторов довольно хорошо. Арт Бенджамин не только один из числа тех одаренных детей, на которых учителя постоянно ворчали в школе, но, как известно, и актер «Волшебного замка» в Голливуде, где он демонстрирует свои навыки (однажды Арт отправился в Токио, чтобы там в прямом эфире помериться математическими способностями с женщиной-ученым). Майкл Шермер, с его специальными научными познаниями, имеет отличное представление о практическом применении математики (о том, как она используется в реальном мире).

Если это ваше первое знакомство с такого рода полезным математическим материалом, то я вам завидую. Открывая каждый восхитительный способ по-новому атаковать цифры, вы обнаружите, что упустили что-то в школе. Математика, в особенности арифметика, — мощный и надежный инструмент для повседневного использования, позволяющий нам управляться с жизнью более уверенно и точно. Позвольте Арту и Майклу показать вам, как округлить некоторые из углов и срезать неровности на вашем практическом пути. Вспомните слова доктора Сэмюэля Джонсона, человека

в высшей степени практичного во всех отношениях: «Изучение арифметики служит развлечением в моменты одиночества благодаря процессу решения и способствует укреплению репутации на публике благодаря эффектности».

В общем наслаждайтесь книгой. Пусть она развлечет и развеселит вас. Все, чего вы можете желать от жизни, — это совершать хорошие поступки время от времени и иногда съесть кусочек пиццы (без анчоусов!) в компании добрых друзей. Ну, или почти все... Может быть, еще «Феррари».

Джеймс Рэнди

Пролог

Мой хороший друг доктор Артур Бенджамин, профессор математики в колледже Harvey Mudd в Клермонте, выходит на сцену под шквал аплодисментов публики «Волшебного замка», знаменитого клуба магов в Голливуде, где он собирается демонстрировать «магию чисел» или, как он это называет, искусство быстрых устных вычислений. Арт никоим образом не выглядит как профессор математики из престижного колледжа. Удивительно находчивый, он похож на остальных молодых иллюзионистов и магов, которые представляют именитый клуб. Особенным Арта делает то, что он может выступать перед любой группой людей, в том числе перед профессиональными математиками и магами, потому что умеет то, на что мало кто способен. Артур Бенджамин складывает, вычитает, умножает и делит числа в уме быстрее, чем калькулятор. Он может возводить в квадрат двузначные, трехзначные и четырехзначные числа, а также находить квадратные и кубические корни, не записывая ничего на бумаге. А еще он готов научить вас выступать с собственной математической магией.

Традиционно маги отказываются раскрывать свои секреты, считая, что если вы будете их знать, таинственность и очарование их искусства будут утрачены. Но Арт стремится вызвать у людей интерес к математике. Он понимает, что лучший способ сделать это — посвятить читателей в секреты

«математического гения». С этими навыками любой человек сможет повторить то, что демонстрирует Артур Бенджамин на сцене.

Это особая ночь в «Волшебном замке». Арт начинает с вопроса о том, есть ли у кого-нибудь в аудитории калькулятор. Группа инженеров поднимает руки и присоединяется к Арту на сцене. Предлагая проверить калькуляторы, чтобы убедиться в том, что они работают, Арт просит человека из зала назвать двузначное число. «Пятьдесят семь!» — кричит тот. Арт указывает на другого, который произносит: «Двадцать три».

Обращаясь к людям на сцене, Арт говорит: «Умножьте 57 на 23 с помощью калькулятора и убедитесь, что получилась 1311, иначе устройство работает неправильно», и терпеливо ждет, пока добровольцы закончат ввод чисел. После того как каждый участник подтверждает, что его калькулятор выдал результат 1311, аудитория издает вздох. Удивительный Арт обыграл калькуляторы в их собственной игре!

Далее Арт сообщает, что возведет в квадрат четыре двузначных числа быстрее, чем «кнопкодавы» сделают это на своих калькуляторах. Аудитория просит его возвести в квадрат числа 24, 38, 67 и 97. Крупно и четко, чтобы все было видно, Арт пишет на доске цифры: 576, 1444, 4489 и 9409 — и разворачивается к инженерам-добровольцам с просьбой огласить результаты, полученные на калькуляторах. Их ответ вызывает удивление, а затем аплодисменты аудитории: «576, 1444, 4489, 9409». Женщина рядом со мной сидит с открытым от изумления ртом.

После этого волшебник Арт предлагает возвести в квадрат трехзначное число, даже не записывая ответ. «Пятьсот семьдесят два!» — выкрикивает мужчина из зала. Ответ Арта доносится меньше чем через секунду: «572 в квадрате будет

327 184». Он незамедлительно указывает на другого представителя аудитории, который называет число «389», и невозмущенно произносит: «389 в квадрате равно 151 321». Кто-то еще выпаливает «262». «68 644», — оперативно выдает Арт. И, чувствуя, что затянул на какое-то мгновение с последним ответом, обещает компенсировать это со следующим числом. Вызов поступил: 991. Без паузы Арт возводит это число в квадрат: «982 081». Звучит еще несколько трехзначных чисел, и Арт отвечает безупречно. Зрители в аудитории качают головами, не в силах поверить в происходящее.

Покорив аудиторию, Арт заявляет, что предпримет попытку возвести в квадрат четырехзначное число. Женщина выкрикивает: «1306», и Арт мгновенно отвечает: «1 073 296». Аудитория смеется, а Арт объясняет: «Нет-нет. Это слишком просто. Я не рассчитываю на то, что одержу победу над калькуляторами в этом упражнении. Давайте попробуем другой пример». Мужчина предлагает «2843». Делая небольшую паузу между цифрами, Арт отвечает: «Итак, квадрат этого числа должен составлять 8 миллионов... 82 тысячи... 649». Он прав, конечно, и публика взрывается аплодисментами так же громко, как и во время выступления предыдущего мага, который распилил женщину пополам и заставил исчезнуть собаку. Так происходит везде, где бы Артур Бенджамин ни появился: в классе старшей школы, колледже, на профессиональной конференции, в «Волшебном замке» или телевизионной студии.

Профессор Бенджамин выступал со своей магией особого рода по всей стране и в прямом эфире многочисленных телевизионных ток-шоу. Он был предметом исследования по когнитивной психологии Университета Карнеги—Меллона и отмечен в научной книге Стивена Смита *The Great Mental Calculators: The Psychology, Methods, and Lives of Calculating*

Prodigies, Past and Present. («Великие ментальные вычислители: психология, методы и жизнь вундеркиндов вычислений, прошлое и настоящее»). Арт родился в Кливленде 19 марта 1961 года (по его подсчетам, в воскресенье; этому навыку он обучит вас в главе 9). Он был гиперактивным ребенком, доводил учителей до иступления своими выходками, зачастую сводившимися к исправлению математических ошибок, допускаемых ими время от времени. На протяжении всей книги параллельно с обучением математическим секретам Арт вспоминает, когда и где он узнал об этих секретах. Так что я предоставляю возможность поведать эти увлекательные истории ему самому.

Арт Бенджамин — личность экстраординарная. Он придумал необыкновенную программу обучения методам быстрых устных вычислений. Я утверждаю это без тени сомнения и прошу помнить: эта информация поступает не от парочки ребят, сулящих вам чудеса, «если только вы позвоните по нашей горячей линии». Мы с Артом — дипломированные специалисты в области самых консервативных академических дисциплин: Арт в математике, я в истории науки. И мы никогда не подвергли бы себя риску оконфузиться (или что-нибудь похуже), делая столь громкие заявления, если бы не были уверены в них на сто процентов. Словом, метод работает, и практически каждый может ему научиться, потому что мастерство «математического гения» — навык приобретаемый. Итак, вы можете рассчитывать на то, что разовьете свои математические способности, произведете впечатление на друзей, улучшите свою память и изрядно повеселитесь!

Майкл Шермер

Введение

Я всегда любил упражняться с числами, и в этой книге поделюсь своей страстью с вами. Числа казались мне наделенными определенной магической притягательностью, и я проводил огромное количество времени, развлекая себя и других с помощью их великолепных свойств. Будучи подростком, я выступал в качестве мага, а позже объединил свою увлеченность математикой и магией в полнометражном шоу под названием *Mathemagics* («Математическая магия»), в рамках которого хотел продемонстрировать и объяснить секреты быстрых устных вычислений зрителям всех возрастов.

После защиты диссертации я преподавал математику в колледже Harvey Mudd и до сих пор наслаждаюсь тем, что разделяю радость от общения с числами с детьми и взрослыми во всем мире. В этой книге я поделюсь с вами всеми своими секретами, касающимися быстрого выполнения математических действий в уме. (Конечно же, волшебники не должны раскрывать секреты, но у *математической магии* другие правила. Математика должна вселять благоговение, а не пугать своей таинственностью.)

Какую пользу принесет вам эта книга? Вы научитесь производить математические действия в уме быстрее, чем могли себе представить. После небольшой практики вы значительно улучшите свою память на числа. Вы изучите способы делать быстрые вычисления, которые поразят ваших друзей, коллег

и учителей. К тому же начнете рассматривать математику как весьма занимательный вид деятельности.

Слишком часто эта наука преподается как набор жестких правил, где нет места для творческого мышления. Но как вы узнаете из нашей книги, обычно у одной проблемы бывает несколько решений. Большие задачи можно разделить на меньшие, более «покладистые» составляющие. Мы будем выискивать характерные детали, чтобы облегчить вам решение задач. Мне это кажется ценным жизненным уроком, который можно использовать при поиске решения всех видов проблем, как математических, так и любых других.

«Но разве талант к математике не дается от рождения?» Мне часто задают этот вопрос. Многие люди убеждены, что молниеносные вычислители необыкновенно одарены. Может быть, у меня действительно есть повышенный интерес к тому, как что-либо работает, будь то задача по математике или фокус. Но я уверен, основываясь на многолетнем опыте преподавания, что «скоростная» математика — это навык, которым может овладеть любой человек. Но он требует практики и приверженности, если вы хотите стать экспертом в этом деле. А для получения результатов важно придерживаться правильного пути. Позвольте же мне указать вам его!

Глава 0

Быстрые трюки: простые (и впечатляющие) вычисления

Далее вы узнаете, как быстро выполнять математические действия в уме. После непродолжительной практики и освоения методов этой книги ваша способность работать с числами значительно улучшится. После более продолжительной практики вы сможете считать быстрее, чем с помощью калькулятора. В этой главе я научу вас нескольким простым (но впечатляющим) вычислениям, которые вы можете освоить незамедлительно. Более серьезные вещи оставим на потом.

МГНОВЕННОЕ УМНОЖЕНИЕ

Давайте начнем с одного из моих любимых трюков: как умножать в уме любое двузначное число на 11. Это очень легко, если вы знаете секрет.

Представьте следующую задачу:

$$32 \times 11$$

Для ее решения нужно просто сложить цифры $3 + 2 = 5$, а затем поместить пятерку между двойкой и тройкой. Вот и наше решение:

$$352$$