



УНИВЕРСИТЕТСКИЙ КУРС
ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

В.А. Алешкевич
Л.Г. Деденко
В.А. Караваев

МЕХАНИКА



УДК 531/534(075.8)
ББК 22.2я73
А 45

Алешкевич В.А., Деденко Л.Г., Караваев В.А. **Курс общей физики. Механика** / Под ред. В.А. Алешкевича. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 472 с. — ISBN 978-5-9221-1271-0.

Учебник представляет собой первую часть серии «Университетский курс общей физики», предназначенную для студентов физических специальностей вузов. Отличительная его особенность — многоуровневая концепция изложения важнейших экспериментальных фактов и основ теории физических явлений с учетом современных научных достижений. Учебник включает следующие основные разделы: кинематика и динамика, основы релятивистской механики, механика твердого тела, механика сплошных сред, колебания и волны.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Физика».

Рецензенты:

кафедра общей и молекулярной физики Уральского государственного университета
(зав. кафедрой проф. С.Ф. Борисов);

проф. А.В. Аганов (зав. кафедрой общей физики Казанского государственного университета)

© ФИЗМАТЛИТ, 2011

© В.А. Алешкевич, Л.Г. Деденко, В.А. Караваев,
2011

ISBN 978-5-9221-1271-0

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Раздел 1. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА

Лекция 1 5

Задача механики (5). Модельный характер физических представлений (5). Пространство и геометрия (7). Время (11). Синхронизация часов (12). Необратимость времени (13). Физические величины и их измерение (14). Эталоны основных механических величин (15)

Лекция 2 18

Задача кинематики (18). Материальная точка (18). Тело отсчета (18). Система координат (18). Система отсчета (18). Траектория (21). Способы задания движения точки (21). Перемещение (24). Скорость (24). Ускорение (26). Нормальное и тангенциальное ускорения (29). Движение по окружности (31). Скорость и ускорение точки в полярных координатах (32). Теорема о сложении скоростей (36)

Лекция 3 40

Инерциальные системы отсчета (40). Первый закон Ньютона (40). Локально инерционная система отсчета (43). Преобразования Галилея (44). Принцип относительности Галилея (46). Сила (47). Масса (47). Второй закон Ньютона (47). Третий закон Ньютона (51). Силы в механике (52)

Лекция 4 63

Количество движения (импульс) материальной точки (63). Импульс силы (63). Импульс системы материальных точек (64). Изменение импульса под действием внешних сил (64). Закон сохранения импульса (66). Центр масс (67). Теорема о движении центра масс (67). Система центра масс (68). Движение тел с переменной массой (69). Уравнение Мещерского (69). Формула Циолковского (72). Момент количества движения (импульса) материальной точки (79). Уравнение моментов (79). Момент импульса и момент силы относительно оси (83). Момент импульса системы материальных точек (84). Закон сохранения момента импульса (85)

Лекция 5 87

Работа силы (87). Мощность (87). Кинетическая энергия и ее изменение (88). Консервативные и неконсервативные силы (88). Работа упругой силы (89). Работа гравитационной силы (90). Работа кулоновской силы (91). Поле сил (92). Потенциальная энергия частицы в поле (93). Потенциальное поле сил (95). Полная механическая энергия частицы (95). Движение в центральном силовом поле (96). Механическая энергия системы материальных точек (101). Закон сохранения механической энергии (103). Столкновения (103). Задача двух

тел (задача Кеплера) (106). Законы сохранения и симметрия пространства и времени (108)

Лекция 6 111

Неинерциальные системы отсчета (111). Связь скоростей материальной точки в неподвижной и движущейся системах отсчета (113). Относительное, переносное и абсолютное движение (113). Сложение ускорений (116). Силы инерции (120). Проявления сил инерции (122). Принцип эквивалентности (129)

Раздел 2. ОСНОВЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МЕХАНИКИ

Лекция 7 132

Исходные положения механики Ньютона (132). Предельная скорость распространения взаимодействий (133). Принцип относительности (135). Гипотеза о сокращении длин движущихся тел (141). Преобразования Лоренца (142)

Лекция 8 147

Измерение времени при движении с околосветовыми скоростями (147). Замедление темпа хода движущихся часов (149). Сокращение продольных размеров движущихся тел (152). Нарушение синхронности хода совокупности движущихся часов (154). Интервалы (157). Пространство Минковского (160)

Лекция 9 162

Преобразования скоростей (162). Ускорители на встречных пучках (164). Струи частиц (165). Аберрация света звезд (166). Преобразования ускорений (168). Сопутствующая система отсчета (169). Парадокс близнецов (172)

Лекция 10 176

Релятивистские импульс и масса (176). Релятивистское уравнение движения (179). Работа силы и энергия частицы (183). Энергия, импульс и масса системы свободных частиц (184). Связанные состояния системы взаимодействующих частиц (185). Взаимопревращения энергии покоя и кинетической энергии (188)

Раздел 3. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Лекция 11 192

Кинематика абсолютно твердого тела (192). Степени свободы (192). Углы Эйлера (192). Поступательное движение (194). Вращение вокруг неподвижной оси (195). Плоское движение (198). Движение твердого тела с одной неподвижной точкой (202). Движение свободного твердого тела (205)

Лекция 12 206

Динамика абсолютно твердого тела (206). Момент импульса (207). Тензор инерции (207). Главные оси инерции (210). Момент импульса твердого тела отно-

сительно оси (213). Момент инерции относительно оси (213). Эллипсоид инерции (214). Вычисление моментов инерции (216). Теорема Гюйгенса — Штейнера (217). Момент импульса относительно движущегося центра масс (218)

Лекция 13 221

Уравнения динамики твердого тела (221). Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси (224). Кинетическая энергия вращающегося тела и работа внешних сил (225). Свободные оси (225). Устойчивость свободного вращения (225). Центр удара (227). Плоское движение твердого тела (229). Кинетическая энергия при плоском движении (231). Движение аксиально симметричного твердого тела с неподвижным центром масс (232). Уравнения Эйлера (233)

Лекция 14 238

Гироскопы (238). Свободный гироскоп (238). Прецессия гироскопа под действием внешних сил (240). Угловая скорость прецессии (240). Нутации (242). Гироскопические силы (244). Волчки (248). Устойчивость вращения симметричного волчка (249)

Раздел 4. МЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

Лекция 15 251

Деформации твердого тела (251). Элементарные деформации (252). Коэффициент Пуассона (252). Понятие о тензоре деформаций (253). Упругие деформации (257). Модули Юнга и сдвига (257). Изгиб балок (261). Кручение валов (265). Понятие о тензоре напряжений (268). Устойчивость упругого равновесия (268). Энергия упругих деформаций (270)

Лекция 16 272

Жидкость и газ в состоянии равновесия (272). Условия равновесия (272). Закон Паскаля (272). Жидкость в поле внешних сил (273). Закон Архимеда (278). Плавание тел (278). Равновесие газов (280). Распределение плотности и давления в атмосфере (281). Воздухоплавание (285). Центрифугирование (286). Торнадо (287)

Лекция 17 289

Стационарное течение несжимаемой жидкости (289). Условие несжимаемости (289). Уравнение Бернулли (291). Дифференциальная форма условия несжимаемости (296). Понятие о дивергенции вектора (296). Уравнения Эйлера для идеальной жидкости (299). Течение сжимаемой жидкости (300). Распространение возмущений давления и плотности (303). Истечение сжатого газа через сопло (305)

Лекция 18 307

Силы вязкого трения (307). Течение вязкой жидкости (308). Уравнение Навье — Стокса (308). Число Рейнольдса (309). Формула Пуазейля (310). Ламинарное и турбулентное течение (312). Турбулентность атмосферы (316). Обтекание тел потоком жидкости (319). Лобовое сопротивление (319). Подъемная сила (323). Формула Жуковского (323). Эффект Магнуса (327). Экранный эф-

фekt (328). Сверхзвуковое обтекание тел (328). Гидродинамическое подобие (331)

Раздел 5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Лекция 19 333

Незатухающие гармонические колебания систем с одной степенью свободы (333). Метод векторных диаграмм (338). Сложение взаимно перпендикулярных колебаний (339). Фазовый портрет колебательной системы (342). Негармонические колебания математического маятника (345). Свободные колебания в диссипативных системах с вязким трением (347). Затухание колебаний в системах с сухим трением (351)

Лекция 20 354

Вынужденные колебания под действием гармонической силы (355). Режим медленных колебаний (356). Режим быстрых колебаний (356). Резонансный режим (357). Метод комплексных амплитуд (358). Амплитудные и фазовые характеристики (358). Баллистический режим колебаний (363). Установление колебаний (363). Характеристики различных колебательных систем (364). Параметрические колебания (366). Автоколебания (368). Маятник на вращающемся валу (маятник Фруда) (369)

Лекция 21 374

Свободные незатухающие колебания в системах с двумя степенями свободы (374). Нормальные колебания (моды) (374). Парциальные и нормальные частоты (376). Биения (377). Спектр колебаний (379). Методика анализа колебаний двух связанных осцилляторов (380). Соотношение между парциальными и нормальными частотами (382). Затухание колебаний (382). Энергия колебательной системы и ее диссипация (383). Вынужденные колебания (384). Резонанс (384). Колебания систем со многими степенями свободы (385)

Лекция 22 390

Распространение возмущений в системе с большим числом степеней свободы (390). Возбуждение волн (392). Группа волн (395). Групповая скорость (395). Волны в сплошном шнуре (397). Волновое уравнение (397). Отражение волны на конце шнура (399). Возбуждение стоячих волн в шнуре (402). Моды колебаний (402). Волны в упругих телах (405). Поперечные волны (405). Энергия, переносимая волной (406). Вектор Умова (406). Продольные волны (409). Скорость волн в тонком стержне (411). Скорость волн в толстом стержне (412). Явления на границах двух сред (413). Волновое сопротивление (413)

Лекция 23 416

Тепловые колебания кристаллической решетки твердых тел (416). Акустические фононы (416). Объемные сейсмические волны (417). Современная модель Земли (417). Поверхностные сейсмические волны (419). Волны в жидкостях и газах (419). Звук (420). Интенсивность звука (421). Поглощение звука (422). Излучатели звука (423). Применение акустических методов (425). Основные характеристики звука (426). Закон Вебера—Фехнера (428). Диаграм-

ма слуха (428). Акустические резонаторы (431). Музыкальные инструменты (433). Эффект Доплера (434). Бинауральный эффект (435). Интерференция волн (436). Дифракция волн (438)

Лекция 24 441

Волны на поверхности жидкости (441). Гравитационные волны (441). Капиллярные волны (447). Цунами (449). Внутренние волны (449). Акустические волны большой амплитуды (449). Линейный режим (451). Нелинейный режим (451). Уединенные волны (солитоны) (458)

Предметный указатель 461

РАЗДЕЛ 1

КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА

ЛЕКЦИЯ 1

Задача механики. Механика (от греч. μηχανή — машина, конструкция) — наука, изучающая перемещения тел или их частей относительно друг друга. Задача механики — экспериментальное исследование различных движений, обобщение полученных данных в виде законов, на основании которых можно предсказать характер движения в каждом конкретном случае.

Движение всех материальных тел происходит в пространстве и во времени. Кроме того, все тела имеют свои собственные размеры и структуру и занимают определенное место в пространстве. С течением времени и размеры, и структура, и взаимное расположение тел могут изменяться. Ясно, что для экспериментального изучения движений надо уметь определять размеры тел, пространственные координаты и время.

Для обобщения полученных данных в виде тех или иных закономерностей необходимо иметь представление как о свойствах пространства и времени, так и о характеристиках самих тел. Принципиально важным при этом является умение строить определенную физическую модель явления. Поэтому прежде чем перейти к рассмотрению основных законов механики и методов решения конкретных задач кинематики и динамики, мы кратко познакомимся, во-первых, с модельным характером основных представлений механики, во-вторых, — с современными представлениями о важнейших свойствах пространства и времени и, в-третьих, — с процедурой измерения основных механических величин (длины, времени, массы).

Модельный характер физических представлений. В реальном мире связи между явлениями и предметами столь многообразны, что охватить их все невозможно. Естественно, мы выделяем лишь те особенности, которые кажутся нам наиболее существенными, и отбрасываем все второстепенное. Так создается модель, которая есть лишь более или менее точное отображение реальности. Отбросить все несущественное — важнейший элемент физического исследования. К сожалению, не существует рецепта, следуя которому можно было бы выделить в исследуемом явлении главное и отбросить все второстепенное. Здесь должны сказать свое слово опыт и физическая интуиция исследователя.

Предположим, что мы хотим описать полет артиллерийского снаряда. Зная начальную скорость и считая поле тяжести однородным, можно рассчитать траекторию снаряда. Эта траектория будет, однако, отличаться от реальной. Различие можно уменьшить, если уточнить модель: учесть сопротивление воздуха, ветер, неоднородность поля тяжести и вращение Земли (при большой дальности полета), вращение снаряда и т.д. В итоге можно выявить те

факторы, которые будут оказывать наибольшее влияние на рассматриваемое движение, и добиться того, что расчеты по принятой модели дадут более хорошее совпадение с результатами реальной стрельбы.

Таким образом, учет наиболее существенных факторов и отбрасывание всего несущественного сводится к идеализации реальной ситуации и созданию определенной физической модели. При этом используется целый ряд абстракций (абстрактных понятий), связанных с идеализацией тех или иных объектов или процессов. Примерами абстракций, встречающихся в механике, являются: материальная точка, прямолинейное равномерное движение, абсолютно твердое тело, абсолютно упругий удар, гармонические колебания, несжимаемая и невязкая жидкость и др.

Для описания одного и того же объекта в разных ситуациях могут быть использованы разные абстрактные понятия. Например, Землю можно считать материальной точкой в Солнечной системе, но по отношению к искусственному спутнику ее в первом приближении следует рассматривать как однородный массивный шар. В следующем приближении необходимо учесть реальную форму Земли и неравномерное распределение массы по ее объему. При изучении различий в ускорении свободного падения на полюсе и на экваторе существенными оказываются приплюснутость Земли с полюсов и ее вращение вокруг оси.

Все модели, создаваемые с использованием различных абстракций, имеют принципиально приближенный характер и справедливы лишь для той группы явлений, для которой они созданы. Механика Ньютона, о которой пойдет речь ниже, — это классическая нерелятивистская механика, она изучает достаточно медленные движения тел с достаточно большими массами. Классические представления о движении неприменимы к явлениям микромира — там необходимо использовать квантово-механические подходы. Для объектов, движущихся со скоростями, сравнимыми со скоростью света (например, элементарных частиц в ускорителе), также должен быть использован иной — релятивистский подход, основанный на теории относительности. При этом механика Ньютона является предельным случаем релятивистской и квантовой механики.

Используя те или иные абстрактные понятия, не следует забывать о критериях их применимости. Подобный критерий должен быть сформулирован так: если некоторая величина $a \ll A$, то можно использовать модель с $a = 0$ (пример: пренебрежение массой нити по сравнению с массой груза во многих механических системах). Подобный количественный критерий не всегда удается сразу и легко сформулировать, но он всегда существует. Например, при построении моделей механических систем важнейшей абстракцией является понятие материальной точки — тела, в геометрическом смысле эквивалентного математической точке, но обладающего массой. При этом размеры a тела должны быть много меньше характерного расстояния A , на котором рассматривается его движение. В модели абсолютно твердого тела деформация a , возникающая при тех или иных взаимодействиях, должна быть много меньше характерного размера тела A .

Ясно, что модель того или иного явления должна адекватно отражать свойства, обнаруживаемые в опыте. Соответствие той или иной модели реальной ситуации может быть установлено только на основе экспериментов. В истории

развития науки известно много примеров, когда представления (модели), сыгравшие определенную роль в накоплении физических знаний, в конце концов были отброшены как не соответствующие действительности. Так, в XIX в. господствовала теория мирового эфира — некоторой субстанции, заполняющей все окружающее нас пространство. При этом распространение света рассматривалось с чисто механистических позиций как волновой процесс в этом эфире. В рамках этих представлений были, в частности, получены фундаментальные уравнения Максвелла. С последующим развитием физики концепция эфира была поколеблена. Из опытов Брэдли по абберрации света звезд следовало, что эфир, если он есть, должен быть неподвижен, а из опытов Майкельсона — Морли — что он должен увлекаться движущимися телами (см. лекцию 7). Современная физика эфир отвергает, хотя попытки обнаружения «эфирного ветра» продолжают и поныне.

Пространство и геометрия. Геометрия, к которой мы привыкли и которую изучаем в школе, по своему происхождению является опытной наукой. Она отражает свойства реальных материальных тел, оперируя, правда, с идеализированными образами (абстрактными понятиями), такими, как точка, прямая линия, поверхность, объем и т. п. Эта геометрия базируется на ряде аксиом, сформулированных Евклидом (III век до н. э.), и поэтому называется евклидовой геометрией. В рамках этой геометрии, в частности, сумма углов треугольника равна 180° , отношение длины окружности к ее диаметру равно π , справедлива теорема Пифагора и т. д. Пространство, в котором справедливы аксиомы этой геометрии, также получило название евклидова. Евклидово пространство безгранично, однородно и изотропно (см. ниже), имеет три измерения. Именно такое пространство было взято И. Ньютоном в 1687 г. в качестве модели абсолютного пространства в его механистической картине мира.

По Ньютону, «абсолютное пространство по самой своей сущности безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным. Относительное есть его мера или какая-либо ограниченная подвижная часть, которая определяется нашими чувствами по положению его относительно некоторых тел и которое в обыденной жизни принимается за пространство неподвижное».

Совсем иной точки зрения придерживался Э. Мах. По Маху (1883), «об абсолютном пространстве и абсолютном движении никто ничего сказать не может; это чисто абстрактные вещи, которые на опыте обнаружены быть не могут. Все наши основные принципы механики представляют собою ... данные опыта об относительных положениях и движениях тел. Не следует и невозможно принимать их без проверки в областях, в которых их в настоящее время признают правильными. Никто не вправе расширять сферы действия этих основных принципов за пределы опыта. Такое расширение даже бессмысленно, ибо никто не сумел бы найти ему применение».

Следует отметить, что пространство, о котором говорили Ньютон и Мах, по своей сути является плоским, т. е. не обладающим какой-либо кривизной. Современная физика в рамках общей теории относительности (ОТО) А. Эйнштейна допускает искривление пространства. Согласно ОТО, следует говорить об искривлении четырехмерного пространства-времени, пространственная часть которого есть его «сечение» в некоторый момент времени. Геометрия такого

искривленного пространства перестает быть евклидовой. Одним из создателей неевклидовой геометрии по праву считается русский математик Н. И. Лобачевский, работа которого «О началах геометрии» была опубликована в 1829 г. Кроме Лобачевского разработкой неевклидовой геометрии занимались также К. Гаусс и Я. Бояи. В последующем большой вклад в создание новых геометрий внес Б. Риман, работы которого составили математический фундамент ОТО.

Наиболее простой иллюстрацией искривленного пространства в двумерном случае является поверхность шара (рис. 1.1). Аналогом прямых линий — линий кратчайшего расстояния между любыми двумя точками — являются дуги больших кругов (дуги AB , AC и BC). Меридиональные дуги AB и AC (A — полюс шара) пересекают экватор (дуга BC) под прямым углом. Ясно, что для треугольника ABC не выполняется теорема Пифагора, а сумма внутренних углов больше 180° .

Отклонения от евклидовости в рассмотренном примере связаны, очевидно, с тем, что поверхность шара имеет некоторую кривизну. На определенном этапе развития физики, естественно, возник вопрос: насколько точно евклидова геометрия отражает свойства окружающего нас пространства и не обладает ли это пространство кривизной? Гаусс предложил ответить на этот вопрос, измеряя сумму внутренних углов большого треугольника, образованного вершинами трех гор (метод триангуляции, рис. 1.2). Такие измерения были выполнены в 1821—1823 гг. Для точного измерения углов треугольника ABC , образованного вершинами гор Брокен, Хохехаген и Инзельберг в Германии, были использованы геодезические приборы. Сумма углов с погрешностью до $1''$ составила 180° . На основании этих опытов Гаусс пришел к выводу, что в пределах точности этих измерений окружающее нас пространство является плоским.

Отметим, что использование в методе триангуляции световых лучей было вполне естественным и по существу не имело никаких альтернатив. Тем не менее само определение понятия «прямая линия» представляет собой некоторую проблему. Было бы наивно говорить, что прямая — это линия, проведенная по линейке: надо ведь еще проверить, не искривлена ли сама линейка. Здесь следует заметить, что человек с древних времен пользовался световыми лучами как идеально прямыми линиями. Действительно, ведь для того чтобы проверить, не кривая ли линейка, мы подносим ее к глазам и смотрим вдоль ребра. Если бы свет распространялся не по прямой, а по искривленной

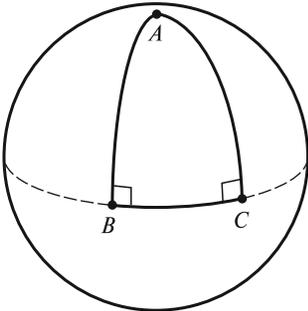


Рис. 1.1

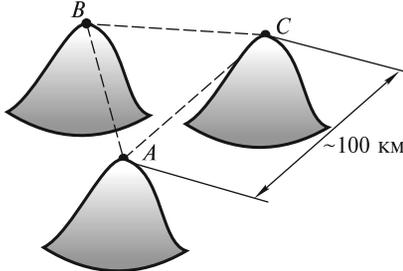


Рис. 1.2

линии, то все линейки, изготовленные с помощью такого оптического контроля, были бы тоже искривлены, но мы бы этого не заметили. Отметим, что первые научные представления о зрительных лучах — прямых линиях — содержались еще у Платона и Евклида.

Из примера с геометрией на поверхности шара ясно, что отклонения от евклидовости будут все более значительными и заметными по мере увеличения размеров рассматриваемого треугольника. В этой связи для того, чтобы повысить точность в ответе на вопрос о евклидовости нашего физического пространства, необходимо применять метод триангуляции к треугольникам как можно с большей базой — например, таким,

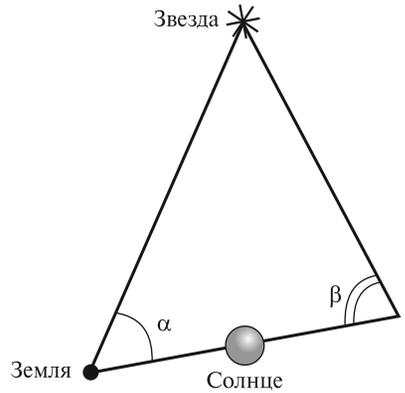


Рис. 1.3

которые образованы Землей, другими планетами и звездами. Так, в методе К. Шварцшильда измеряемый треугольник образован диаметром земной орбиты и двумя отрезками, соединяющими противоположные концы этого диаметра с удаленной звездой (рис. 1.3). Наблюдения за удаленной звездой и соответствующие измерения углов α и β проводят с интервалом в 6 месяцев, когда Земля находится в противоположных точках своей орбиты. Если пространство является плоским, то сумма углов $\alpha + \beta$ всегда меньше 180° . В настоящее время не существует данных, согласно которым эта сумма была бы больше 180° .

Современные представления о евклидовости пространства в целом базируются на наблюдениях удаленных объектов, измерениях флуктуаций так называемого реликтового микроволнового излучения и выводах из теорий Большого Взрыва и расширяющейся Вселенной.

В 1922 г. российский ученый А. А. Фридман на основе ОТО предложил теорию однородной и изотропной расширяющейся Вселенной. Согласно Фридману, если средняя плотность ρ вещества во Вселенной меньше некоторого критического значения ρ_k , то Вселенная будет расширяться вечно. При $\rho > \rho_k$ расширение должно смениться сжатием. Если $\rho = \rho_k$, то темп расширения будет все время замедляться. После запуска в 1995 г. на орбиту американского телескопа «Hubble» для наблюдения стали доступны чрезвычайно удаленные и слабые галактики. Исследования, проведенные как с помощью этого телескопа, так и других наземных телескопов, привели к значению плотности ρ , соответствующему критической плотности ρ_k Фридмана.

Интересно отметить, что вклад в ρ видимого вещества, из которого состоят звезды и пылевые облака, составляет лишь около 3%. Около 30% составляет так называемая «темная материя», природа которой неизвестна. Остальной вклад (около 67%) вносит так называемая «темная энергия», или энергия вакуума, впервые упоминавшаяся Эйнштейном.

Концепция расширяющейся Вселенной была подтверждена наблюдениями американского астронома Э. Хаббла, который установил, что галактики и их скопления удаляются друг от друга, причем со скоростью, пропорциональной

расстоянию между ними. Вследствие эффекта Доплера наблюдается красное смещение спектральных линий, характеризуемое параметром $z = (\lambda_{\text{набл}} - \lambda_0)/\lambda_0$, где $\lambda_{\text{набл}}$ — наблюдаемое значение длины волны в спектре излучения удаляющегося атома, а λ_0 — длина волны для неподвижного атома. Было установлено, что параметр z возрастает по мере увеличения расстояния до галактик. Это явление и было истолковано как возрастание скорости v удаляющейся галактики с увеличением расстояния r до нее: $v = Hr$, где H — постоянная Хаббла. После запуска на орбиту телескопа «Hubble» были зафиксированы объекты с параметром $z \approx 4 \div 5$. Этим значениям z соответствуют расстояния 12—14 млрд световых лет. Отметим, что такой же величиной оценивается в настоящее время и возраст Вселенной.

С теорией расширяющейся Вселенной перекликается и теория Большого Взрыва, впервые предложенная Г. Гамовым в 1948 г. Согласно этой теории, был момент, когда все вещество Вселенной находилось в сверхплотном состоянии, которое было неустойчивым. Вследствие этого размеры Вселенной с течением времени стали увеличиваться экспоненциально (начальный инфляционный этап расширения), и за очень короткое время Вселенная «раздулась» до очень больших размеров. Этот начальный этап расширения Вселенной описывается инфляционной теорией, предложенной А. Гуттом, А. Линде, А. Альбрехтом и П. Штейнхардом в 80-е годы XX в. В 1953 г. Гамов предсказал существование так называемого реликтового излучения — электромагнитного излучения, находившегося в равновесии с нагретым до очень высокой температуры веществом на раннем этапе эволюции Вселенной. Впоследствии это излучение отделилось от вещества и «остыло» до температуры ~ 10 К. Когда в 1965 г. А. Пензиасом и Р. Вильсоном было открыто некоторое изотропное излучение, имевшее температуру около 3 К, оно сразу было отождествлено с предсказанным Гамовым излучением, и теория Большого Взрыва получила всеобщее признание. Исследования реликтового излучения и его флуктуаций на небесной сфере, выполненные на спутнике «COBE» и аэростатах в Антарктиде (эксперимент «Бумеранг»), показали, что пространство плоское. В настоящее время есть основания полагать, что пространство можно считать плоским вплоть до расстояний $\sim 10^{26}$ м, близких к предполагаемым размерам Вселенной.

Отметим, что пространство является плоским лишь в среднем. В непосредственной близости от отдельных небесных тел оно, согласно ОТО, может искривляться. Искривление плоского пространства вблизи тяготеющих масс весьма мало. Тем не менее существуют экспериментальные подтверждения этого факта. Одно из них связано с наблюдениями положения звезд, видимых вблизи края Солнца во время солнечного затмения. Для луча, касающегося поверхности Солнца, угол отклонения очень мал и составляет $1,75''$. Если бы этого отклонения не было, то увидеть звезду, находящуюся «за Солнцем», было бы невозможно. Ясно, что вблизи Земли эффект искривления светового луча ничтожно мал. Это связано с различиями в полях тяготения (ускорение свободного падения на Солнце $g_C \approx 275$ м/с², а на Земле $g_3 \approx 9,8$ м/с²) и временах прохождения света вблизи поверхностей Солнца и Земли.

Второе подтверждение связано с длительными наблюдениями за орбитой ближайшей к Солнцу планеты Меркурий. Вращение перигелия орбиты Меркурия можно объяснить только на основе ОТО с учетом искривления простран-

ства под действием гравитационного поля Солнца. Отметим, что ОТО вообще в явном виде не учитывает сил гравитационного взаимодействия. Согласно этой теории, гравитация сводится к искривлению пространства в окрестности тяготеющих масс.

На малых расстояниях (порядка размеров атомного ядра) пространство также остается евклидовым. Об этом свидетельствуют результаты многочисленных экспериментов с атомами и элементарными частицами. Отметим, что на самых малых, так называемых планковских расстояниях ($\sim 10^{-35}$ м) можно ожидать существенных отклонений пространства от евклидовости (флуктуаций пространства-времени).

Время. Все механические явления протекают не только в пространстве, но и во времени. Для измерения времени используют часы. Обычно это тело или система тел, в которых совершается какой-либо периодический процесс. Примеры таких процессов хорошо известны: колебания маятника, вращение Земли вокруг собственной оси, колебания электромагнитного поля в волне, испускаемой при переходе электрона с одного энергетического уровня на другой, и т. д. Взяв за основу один из таких процессов, можно сконструировать эталонные часы и соответствующий эталон времени (см. ниже). Предполагается, что эталонные часы идут заведомо равномерно, так что по ним можно градуировать все остальные часы. Наибольшей точностью хода обладают так называемые атомные часы, построенные на атомном эталоне времени. Эти часы включают в себя кварцевый генератор, стабилизация частоты которого осуществляется с помощью микроволнового квантового генератора (мазера). Близкое к монохроматическому излучение мазера, в свою очередь, обусловлено когерентным испусканием электромагнитных волн отдельными атомами цезия. Погрешность хода атомных часов составляет около 1 с за несколько тысяч лет.

Исторически, с глубокой древности и до наших дней, измерение времени основывалось на вращении Земли и ее обращении вокруг Солнца, что позволило ввести такие единицы времени, как сутки и год (см. далее). Вместе с тем, вследствие некоторой неравномерности вращения Земли, продолжительность солнечных суток оказывается переменной. Поэтому в астрономии было введено понятие равномерного, или ньютоновского, или эфемеридного времени. Согласно Ньютону, время t течет равномерно. На основании второго закона Ньютона можно рассчитать орбиты и видимые координаты (эфемериды) небесных тел для любого момента времени t , которое выступает в роли независимой переменной. Таким образом, по положениям небесных тел можно определять и время.

С 1960 г. координаты Солнца, планет, Луны, а также спутников планет приводятся в Астрономических ежегодниках в системе эфемеридного времени t_3 , которое совпадает с ньютоновским равномерным временем t . Разность Δt между эфемеридным временем t_3 и всемирным временем $t_в$ (среднее солнечное время для Гринвичского меридиана, см. ниже) может быть определена только для прошедших моментов времени из сравнения наблюдаемых и вычисленных координат небесных тел. В 1900 г. эта разность была близка к нулю, однако в 1978 г. ее величина достигла 47 с (эфемеридное время «ушло» вперед). Погрешность в измерениях координат небесных тел приводит к неточности в определении эфемеридного времени, равной примерно $5 \cdot 10^{-3}$ с за один год.

В геологии, археологии и других науках время иногда определяется на основе закона распада долгоживущих радиоактивных нуклидов. В ядерной физике и физике высоких энергий для измерения времени может быть использован распад нестабильных частиц. Процессы распада радиоактивных нуклидов или нестабильных частиц не зависят от каких-либо внешних факторов. Вероятность распада dP за малый промежуток времени dt определяется отношением этого промежутка к постоянной времени распада τ : $dP = dt/\tau$. Эта вероятность приводит, как нетрудно показать (см. лекцию 8), к закону распада

$$N(t) = N(0) \exp(-t/\tau), \quad (1.1)$$

где $N(0)$ и $N(t)$ — числа атомов радиоактивных нуклидов или частиц в моменты времени $t = 0$ и t соответственно. Зная $N(0)$ и $N(t)$, можно определить и время

$$t = \tau \ln[N(0)/N(t)]. \quad (1.2)$$

Синхронизация часов. Для того чтобы правильно описывать механическое движение, необходимо использовать часы, неподвижные относительно выбранного тела отсчета (тела, с которым связана система координат), причем в каждой точке пространства для фиксации положения материальной точки в принципе должны быть свои собственные часы. Все такие часы должны иметь одно и то же начало отсчета времени и обладать одинаковым темпом хода, т. е. должны быть синхронизованы между собой.

Процедура синхронизации необходима для того, чтобы можно было пользоваться временем, единым для всей пространственно-временной системы отсчета. На первый взгляд, такая процедура никаких затруднений не вызывает. Казалось бы, что все часы можно собрать в одном месте (некоторой точке A), поставить стрелки на одно и то же деление, запустить все часы одновременно и «расставить» их в нужных точках системы отсчета. Однако такой способ был бы возможен лишь тогда, когда показания часов, перенесенных в некоторую точку B , не зависели бы от способа их переноса из A в B . При больших скоростях переноса (порядка скорости света) темп хода часов будет зависеть от скорости их перемещения в пространстве (см. лекцию 8).

В принципе часы можно синхронизовать с помощью световых сигналов. Процедура синхронизации при этом такова: в некоторый момент t_A , измеренный по часам в точке A , посылается световой сигнал в точку B . В момент прихода сигнала в точку B находящиеся там часы надо выставить так, чтобы они показывали время $t_B = t_A + l_{AB}/c$, где l_{AB} — расстояние между точками A и B , c — скорость света. Универсальность такого способа синхронизации связана с тем, что, согласно одному из постулатов Эйнштейна, скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета (ИСО).

Что касается одинаковости темпа хода часов в разных точках пространства, то ее также можно проверить с помощью световых сигналов. Для этого надо из одной точки пространства (A) через одинаковые промежутки времени (по часам, расположенным в этой точке), посылать сигналы в другую точку (B). Если в точку B сигналы будут приходить через такие же промежутки времени (по часам, расположенным в точке B), то можно сказать, что темп хода часов в точках A и B одинаков. Эксперименты, поставленные в 1960 г. Р. Паундом и

Г.Ребкой, а позднее и другими исследователями, позволили сделать вывод, что темп хода часов незначительно меняется под действием поля тяготения. Оказалось, что атомные часы, поднятые над поверхностью Земли, идут несколько быстрее. Этот эффект весьма мал: для точек, различающихся по высоте на $h \approx 10$ м, относительное изменение темпа хода часов составляет около 10^{-15} . Ясно, что обнаружение такого малого эффекта требует высокой точности эксперимента.

Изменение темпа хода часов в гравитационном поле согласуется с выводами ОТО. В 70-е годы XX в. были осуществлены эксперименты, в ходе которых атомные часы долгое время находились на самолетах. После полетов их показания сравнивались с показаниями таких же часов, оставшихся на земле (кроме того, за сдвигом «самолетных» часов следили с земли телеметрически). Оказалось, что «летающие» часы уходили вперед на величину $\Delta T = (gh/c^2)T$, где T — продолжительность полета на высоте h . Аналогичные опыты проводились и с применением ракеты, поднимавшейся на высоту $h \approx 10\,000$ км. Для интерпретации наблюдаемых эффектов следует предположить, что разность энергий двух атомных уровней возрастает по мере увеличения расстояния между атомом и Землей (энергетические уровни «раздвигаются»). Это обстоятельство оказывается весьма существенным при объяснении так называемого гравитационного красного смещения (см. лекцию 6).

Необратимость времени. Существенной особенностью времени является его необратимость, однонаправленность (иногда употребляют термин «стрела времени»). Эта особенность связана с вполне определенной направленностью самопроизвольно протекающих процессов. Нагретые тела с течением времени охлаждаются, но холодные сами собой не становятся горячее. Подпрыгивающий мяч в конце концов останавливается, но покоящийся сам по себе никогда не начинает подпрыгивать, и т.д. Согласно одному из положений термодинамики, изолированная система с течением времени стремится к равновесному состоянию.

Поясним сказанное на простом примере. Представим себе идеальный газ, удерживаемый в одной половине сосуда при помощи перегородки П (рис. 1.4, а). Быстро уберем перегородку (рис. 1.4, б). Ясно, что такая изолированная система, находясь в крайне неоднородном состоянии, с течением времени будет стремиться к состоянию с практически равномерным распределением молекул по объему (рис. 1.4, в). В статистической физике, имеющей дело с системами, состоящими из очень большого числа частиц, вводят понятие вероятности того или иного состояния системы. В данном случае можно сказать, что вероятность неоднородного состояния, изображенного на рис. 1.4, б, будет минимальной, а состояния с равномерным распределением молекул по объему (рис. 1.4, в) — максимальной.

Рассмотренный пример показывает, что если в изолированной системе происходят какие-либо изменения, то в целом они происходят в весьма

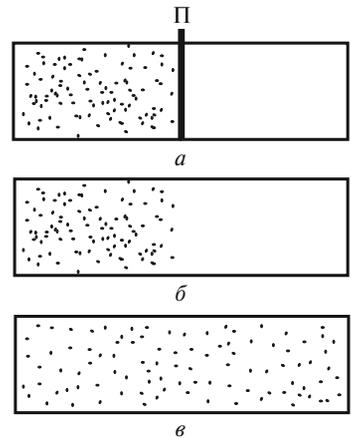


Рис. 1.4

определенном направлении, от менее вероятного состояния к более вероятному, хотя не исключаются и флуктуации. Отсюда можно заключить, что все такие системы ведут себя как не обратимые во времени. В повседневной жизни мы окружены системами, которые не находятся в состоянии равновесия (иначе прекратилась бы сама жизнь). Поэтому понятно, что время имеет вполне определенное направление, позволяющее отличить прошлое от будущего.

Физические величины и их измерение. В эксперименте мы, с одной стороны, устанавливаем различия между теми или иными объектами, а с другой, — сравниваем разные объекты на базе их общности. Общим признаком может быть протяженность объектов, наличие у них инертных свойств и т. д. Но одного лишь качественного сравнения мало. Поэтому вводят понятие физической величины. Эта величина должна иметь определенное численное значение и единицу измерений, характеризующую данный признак. Для определения значения физической величины необходима шкала (масштаб), к которой надо «прикладывать» измеряемый объект, осуществляя таким образом процедуру измерения. На практике для физической величины l выбирают определенный эталон l_0 , т. е. объект (или процесс) с определенным количеством данного признака. Тогда измеряемая величина l будет равна

$$l = n l_0, \quad (1.3)$$

где n — число, показывающее, сколько раз эталонная величина «укладывается» в измеряемой. Каждая эталонная величина имеет свою размерность и соответствующее название. Например, в качестве эталона длины можно использовать 1 метр, времени — 1 секунду, массы — 1 килограмм и т. д.

В механике, не говоря уже о всей физике, существует огромное количество физических величин. Однако вследствие различных связей между ними нет необходимости вводить большое число эталонов. На XI Генеральной конференции по мерам и весам в 1960 г. было принято решение о введении Международной системы единиц (СИ), которая построена на основе семи величин, представляющих все разделы физики. Это длина, время, масса, сила тока, термодинамическая температура, количество вещества, сила света. Все остальные величины являются производными, т. е. могут быть выражены через основные величины системы. В соответствии с этим основными единицами СИ являются: метр (м) — единица длины; секунда (с) — единица времени; килограмм (кг) — единица массы; ампер (А) — единица силы тока; кельвин (К) — единица термодинамической температуры; моль (моль) — единица количества вещества; кандела (кд) — единица силы света. Системные единицы плоского (радиан) и телесного (стерадиан) углов выделены в отдельную группу так называемых дополнительных единиц СИ.

Международная система единиц СИ является универсальной в том смысле, что семь ее основных величин позволяют получить единицы для любых величин, используемых во всех областях науки и техники.

Наравне с единицами СИ допущены к применению некоторые внесистемные единицы, удобные для использования во многих областях науки, техники и в быту. Примерами внесистемных единиц являются:

– единицы, характеризующие отношение одних и тех же физических величин: процент, промилле, бел, децибел;

- единицы, находящиеся в определенном десятичном отношении к единицам СИ: тонна, центнер, гектар, литр;
- кратные с единицами СИ, но не десятичные единицы: минута, час, сутки, километр в час и др.;
- единицы, применяемые в навигации: морская миля, узел;
- единицы длины, применяемые в астрономии: астрономическая единица длины, световой год, парсек;
- единицы давления: миллиметр ртутного столба, техническая атмосфера, бар.

Эталоны основных механических величин. К этим величинам относятся: длина, время, масса.

Длина. Единицей длины в СИ является метр. Интересно проследить за эволюцией эталонного метра на протяжении последних 300 лет. Х. Гюйгенс, который занимался часовыми механизмами, предложил в качестве легко воспроизводимой единицы длины использовать длину маятника, период колебаний которого равняется 2 с. Впервые название метр встречается, по-видимому, в книге Т. Буратини «Универсальная мера» (1675), где, как и Гюйгенс, автор предложил принять в качестве единичной длину двухсекундного маятника. Ясно, что это было очень грубое определение метра, так как оно зависело от значения ускорения свободного падения, различного в разных точках земной поверхности.

В 1791 г. комиссия Национального собрания Франции, куда входили, в частности, П. Лаплас и Ж. Лагранж, предложила принять за один метр одну десятимиллионную часть четверти длины земного меридиана. Это решение было принято по результатам экспедиции, в которой участвовал секретарь Парижской академии наук эпохи Французской революции Д. Араго. Участники экспедиции в течение нескольких лет (с 1792 по 1799 г.) проводили астрономические измерения для определения длины участка меридиана между Дюнкерком и Барселоной (около 1000 км). В итоге был изготовлен платиновый эталон — стержень длиной 1 м, а впоследствии — платино-иридиевый эталон со специальной формой поперечного сечения и штрихами вблизи концов; расстояние между штрихами было принято за 1 м. Ширина штрихов, нанесенных на прототипе метра и устанавливающих его длину, составляла около 10 мкм. При «тиражировании» эталона неизбежно допускалась абсолютная погрешность не менее 0,1 мкм, или относительная погрешность около 10^{-7} .

Впоследствии возникла идея отказаться от «вещественного» эталона и связать метр с какой-нибудь более точно воспроизводимой мерой, например, с длиной волны излучения атома. Ясно, что следовало выбрать излучение такого элемента, в спектре которого имелась бы наиболее узкая линия, ширина которой отличалась бы наибольшей стабильностью. На XI Генеральной конференции по мерам и весам в 1960 г. (XI ГКМВ, 1960) было принято считать, что метр равен 1 650 763,73 длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86. Техника интерференционных измерений позволяет прокалибровать с помощью такого эталона любую «вещественную» линейку. Относительная точность воспроизведения метра с помощью криптонового эталона составляла уже $3 \cdot 10^{-8}$. Однако и ее удалось повысить до 10^{-10} после того, как скорость света в вакууме была постулирована равной

точно 299 792 458 м/с, а единица длины — метр — была определена как длина пути, проходимого в вакууме светом за $1/299\,792\,458$ секунды (XVII ГКМВ, 1983).

Время. Единицей времени в СИ является секунда. Первоначально ее определяли как соответствующую долю солнечных суток.

Для данной точки наблюдения истинные солнечные сутки определяются как промежуток времени между двумя последовательными прохождениями плоскости земного меридиана центром видимого диска Солнца. Оказывается, что продолжительность этих суток в разное время года неодинакова. Например, в середине сентября они на 50 с короче, чем в середине декабря. Причина данных изменений заключается главным образом в том, что Солнце движется по эклиптике, наклоненной под углом $23^{\circ}27'$ к небесному экватору, и к тому же это движение неравномерно. Так, угловая скорость видимого движения Солнца возрастает примерно на 2 % относительно среднего значения, когда Земля находится на минимальном расстоянии от Солнца, и убывает на 2 %, когда Земля наиболее удалена от Солнца. Практически более удобными оказались так называемые средние солнечные сутки, продолжительность которых равна среднему значению истинных суток за год. Соответственно за одну секунду изначально был принят интервал времени, равный $1/86\,400$ средних солнечных суток. Местное среднее солнечное время для Гринвичского (нулевого) меридиана получило название *всемирного времени* t_v .

Более крупная единица времени, связанная с обращением Земли вокруг Солнца, *тропический год*, определяется как продолжительность 365,2422 средних солнечных суток. В юлианском календаре (старый стиль), разработанном александрийским астрономом Созигеном и введенном Юлием Цезарем в 46 г. до н. э., продолжительность календарного года считается равной 365 средним солнечным суткам или 366 суткам, если текущее число лет делится на 4 без остатка (високосный год).

Григорианский календарь (новый стиль), разработанный итальянским математиком Лилио, был введен Папой Римским Григорием XIII в 1582 г. Новшеством было предложение не считать високосными, начиная с 300 г., последние годы тех столетий, у которых число сотен не делится без остатка на 4. В результате накопилась разница в 10 сут, поэтому день 5 октября 1582 г. было предложено считать днем 15 октября. В настоящее время разница между юлианским и григорианским календарями достигла 13 сут, а в 2100 г. она станет равной 14 сут. Если счет времени юлианскими годами дает расхождение примерно в одни сутки за 128 лет по сравнению с тропическими годами, то счет по григорианскому календарю дает такое же расхождение лишь за 3300 лет.

Многочисленными исследованиями было установлено, что средние солнечные сутки также не являются в достаточной степени постоянными. Их продолжительность увеличивается на протяжении столетий, т. е. Земля вращается все медленнее. Этот эффект в основном обусловлен тормозящим действием лунных и солнечных приливов. В итоге продолжительность суток увеличивается на 0,0016 с в столетие, т. е. приблизительно на $5 \cdot 10^{-8}$ с в день. Эти изменения были, в частности, открыты при сопоставлении места и времени наступления солнечных затмений, рассчитанных при постоянной угловой скорости вращения Земли, и фактически зарегистрированных. Так, солнечное затмение 1185 г.,

которое наблюдал князь Игорь перед походом на половцев, при $\omega = \text{const}$ должно было наступить примерно на 1 ч 20 мин позже и проходить в полосе шириной около 200 км в Черном море (южнее Крыма). В этом случае князь Игорь вообще бы не наблюдал этого затмения.

В 1960 г. секунду связали с тропическим годом, т.е. интервалом времени между двумя последовательными прохождением Солнца через точку весеннего равноденствия. Условились считать, что секунда — это $1/31\,556\,925,9747$ тропического 1900 г. Относительная погрешность измерения секунды при таком определении составляла около 10^{-7} . В последующем в целях повышения относительной точности воспроизведения секунды было решено обратиться к атомному эталону частоты. Принято считать, что секунда равна $9\,192\,631\,770$ периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями атома цезия-133 (XIII ГКМВ, 1967). Относительная точность воспроизведения секунды с помощью цезиевого эталона частоты составляет около 10^{-11} .

Масса. Единицей массы в СИ является килограмм, равный массе международного эталона килограмма (III ГКМВ, 1901). Этот эталон находится в Международном бюро мер и весов в Севре, под Парижем. Это цилиндр из сплава платины (90 %) и иридия (10 %) диаметром 39 мм и такой же высоты. Считается, что этот эталон обеспечивает относительную точность его воспроизведения около 10^{-8} .

В атомной физике массы атомов принято характеризовать не их абсолютными значениями (в кг), а относительными безразмерными величинами, называемыми относительными атомными массами A_r . При этом за единицу атомной массы (атомная единица массы, а.е.м.) принимается масса $1/12$ массы изотопа углерода ^{12}C : $1 \text{ а.е.м.} \approx 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

В 1971 г. XIV Генеральная конференция по мерам и весам ввела в СИ единицу количества вещества, о которой уже говорилось выше, — моль. Один моль любого вещества содержит, по определению, одинаковое число структурных элементов (число Авогадро N_A). Это число атомов, содержащихся в 0,012 кг изотопа углерода ^{12}C . Наилучшее в настоящее время определение числа Авогадро дает

$$N_A = (6,0220921 \pm 0,0000062) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}. \quad (1.4)$$

Если в будущем удастся повысить точность определения числа Авогадро, то на основании этого значения можно будет ввести новый эталон массы, погрешность воспроизведения которого будет меньше, чем достигнутая в настоящее время.

ЛЕКЦИЯ 2

Задача кинематики. Материальная точка. Кинематика — это раздел механики, посвященный описанию движения тел без учета причин, вызывающих это движение. В механике Ньютона, о которой пойдет речь в ближайших лекциях, пространственные и временные координаты, необходимые для описания движения тела, рассматриваются независимо друг от друга; пространство является трехмерным и евклидовым, а время — абсолютным, т. е. протекающим одинаково во всех точках пространства. Результат измерения времени не зависит от движения часов в этом пространстве. Естественно, такой подход отражает реальные свойства пространства и времени лишь приближенно, однако это приближение дает вполне достаточную для практики точность при решении задач механики Ньютона, т. е. при рассмотрении движений со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света.

Данная лекция посвящена кинематике так называемой *материальной точки*. Дело в том, что всякое тело можно разбить на большое число частиц достаточно малых размеров, характер связи между которыми определяет свойства самого тела. Каждую такую частицу и называют материальной точкой. Изучив движение каждой материальной точки, в принципе можно получить представление о движении системы точек в целом.

В общем случае материальная точка — это тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с характерными расстояниями, на которых рассматривается движение тела. Например, любую планету Солнечной системы можно считать материальной точкой при изучении ее движения вокруг Солнца. Искусственный спутник Земли можно принять за материальную точку при изучении его движения по орбите и т. д. В геометрическом смысле материальная точка эквивалентна математической точке, т. е. считается, что она не обладает внутренней структурой, формой и размерами. Поскольку в кинематике понятие массы не используется, то в данной лекции материальную точку будем называть просто точкой. Задача кинематики точки заключается в том, чтобы полностью описать движение точки, т. е. определить ее положение, скорость, ускорение и другие характеристики движения в любой момент времени.

Тело отсчета. Система координат. Система отсчета. Положение точки может быть определено только по отношению к каким-либо протяженным телам — телам отсчета. С телом отсчета неподвижно связывают некоторую систему координат и определяют положение точки в выбранной системе координат. Тело отсчета, система координат и часы, необходимые для регистрации положения точки в различные моменты времени, составляют систему отсчета.

В механике Ньютона можно пользоваться либо одними часами, сопровождающими движущееся тело, либо совокупностью часов, «расставленных» достаточно часто и неподвижных относительно тела отсчета. В последнем случае все часы должны иметь одинаковую скорость хода и, кроме того, быть синхро-

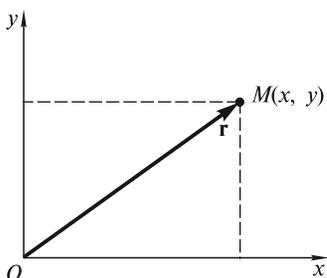


Рис. 2.1

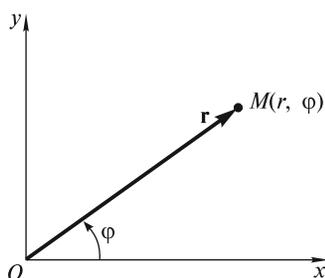


Рис. 2.2

низованы (например, по процедуре, описанной в лекции 1), чтобы можно было пользоваться временем, единым для всей пространственно-временной системы отсчета. Показания неподвижных и движущихся часов считаются одинаковыми. На самом деле эти показания будут различными, однако, эти различия становятся заметными только при движении со скоростями, сравнимыми со скоростью света.

Что касается системы координат, то ее выбор диктуется соображениями удобства и простоты описания движения.

На плоскости (при плоском движении точки) наиболее употребительными являются прямоугольная декартова и полярная системы координат (рис. 2.1, 2.2).

Двумя числами, характеризующими положение некоторой точки M в прямоугольной декартовой системе координат на плоскости, являются проекции радиуса-вектора \mathbf{r} этой точки на расположенные под прямым углом оси абсцисс Ox и ординат Oy (рис. 2.1). Естественно, эти проекции могут быть как положительными, так и отрицательными в зависимости от положения рассматриваемой точки.

Полярными координатами являются: r — длина радиуса-вектора \mathbf{r} точки M (расстояние до точки от начала координат) и φ — угол, отсчитываемый против часовой стрелки от положительного направления оси Ox до радиуса-вектора \mathbf{r} (рис. 2.2). Декартовы координаты связаны с полярными следующими соотношениями:

$$x = r \cos \varphi; \quad (2.1)$$

$$y = r \sin \varphi. \quad (2.2)$$

В случае трехмерного движения чаще всего используют прямоугольную декартову, цилиндрическую и сферическую системы координат.

При использовании прямоугольной декартовой системы координат (рис. 2.3) появляется дополнительная координата z — проекция радиуса-вектора \mathbf{r} точки M на ось Oz (эту ось называют осью аппликат). Общепринятой является так называемая «правовинтовая» система координат, определяемая по

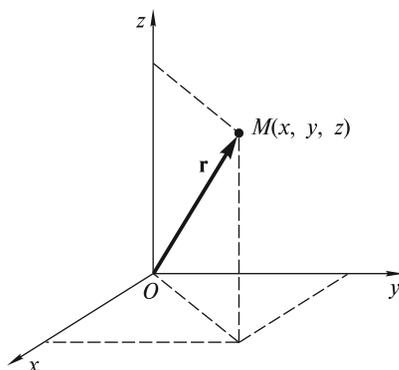


Рис. 2.3

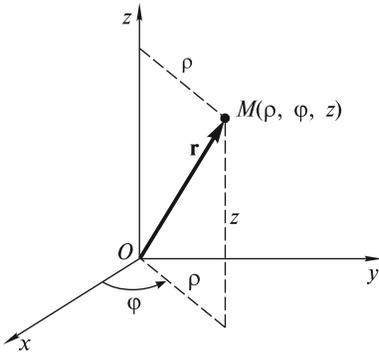


Рис. 2.4

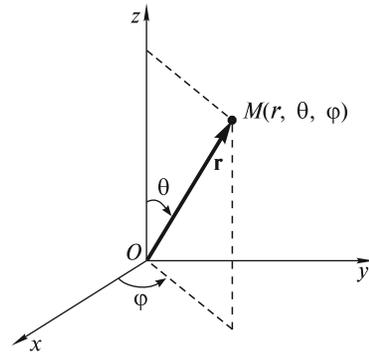


Рис. 2.5

правилу правого винта (буравчика). Если ручку такого буравчика поворачивать в плоскости Oxy кратчайшим путем от положительного направления оси Ox к положительному направлению оси Oy , то поступательное движение буравчика будет происходить в положительном направлении оси Oz .

В цилиндрической системе координатами точки M являются (рис. 2.4): ρ — расстояние от начала координат до проекции точки на плоскость Oxy ; φ — угол между положительным направлением оси Ox и проекцией радиуса-вектора \mathbf{r} на плоскость Oxy (эти координаты соответствуют r и φ в полярной системе на плоскости) и z — проекция радиуса-вектора на ось Oz (та же, что и в декартовой системе координат). Цилиндрические координаты связаны с декартовыми соотношениями:

$$x = \rho \cos \varphi; \quad (2.3)$$

$$y = \rho \sin \varphi; \quad (2.4)$$

$$z = z. \quad (2.5)$$

При описании движения в сферической системе используют координаты r , θ и φ (рис. 2.5). В данном случае r — это расстояние до рассматриваемой точки от начала координат (модуль радиуса-вектора \mathbf{r} точки), θ — угол, отсчитываемый от положительного направления оси Oz до радиуса-вектора \mathbf{r} , и φ — угол между положительным направлением оси Ox и проекцией радиуса-вектора \mathbf{r} на плоскость Oxy (тот же, что и в цилиндрической системе координат). Сферические координаты связаны с декартовыми следующими соотношениями:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi; \quad (2.6)$$

$$y = r \sin \theta \sin \varphi; \quad (2.7)$$

$$z = r \cos \theta. \quad (2.8)$$

Существуют и другие системы координат: в виде параллелей и меридианов на поверхности сферы, косоугольные на плоскости и в пространстве и т.д. Введение системы координат позволяет приписать любой точке пространства определенный «адрес» в виде двух (в двумерном случае) или трех (в трехмер-

ном случае) чисел. Зачастую эти числа для удобства обозначают одной и той же буквой, но с различными индексами, например, q_1, q_2, q_3 .

Траектория. Точки пространства, в которых находится движущаяся точка в последовательные моменты времени, образуют некоторую непрерывную кривую, которую называют *траекторией*. Поскольку покой и движение точки относительны, то и вид траектории точки зависит от той системы отсчета, к которой отнесено движение. Известно, например, что небольшое тело, брошенное вертикально вверх в прямолинейно и равномерно движущемся вагоне поезда, в разных системах отсчета будет двигаться по разным траекториям: относительно вагона — прямолинейно, а относительно полотна железной дороги — по параболе. Точка на ободе автомобильного колеса в разных системах отсчета также движется по разным траекториям: относительно кузова автомобиля — по окружности, а относительно дороги — по сложной кривой, называемой *циклоидой* (см. рис. 2.39), и т. д.

Способы задания движения точки. Описать движение точки — значит задать способ, позволяющий определить ее положение относительно выбранной системы отсчета в любой момент времени. Известны три основных способа описания движения точки.

1. **Естественный способ** (рис. 2.6). В этом случае задают:

- траекторию движения точки M относительно выбранной системы координат;
- начало отсчета — некоторую точку O на траектории движения;
- положительное направление отсчета координаты s вдоль траектории (например, так, как показано на рис. 2.6);
- закон движения точки M вдоль траектории $s = f(t)$.

Функция $f(t)$, в свою очередь, должна быть: а) однозначной, так как движущаяся точка в один и тот же момент времени не может находиться в разных точках пространства; б) непрерывной, поскольку движение предполагается непрерывным и каждому малому изменению Δt соответствует малое изменение Δs ; в) дифференцируемой, т. е. должна иметь, по крайней мере, первую производную, которая однозначно определяет скорость движения.

Закон движения $s = f(t)$ может быть задан не только аналитически, но и графически, с помощью *графика движения*. График движения не следует смешивать с траекторией движения. Так, на рис. 2.7, а изображена траектория точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой s_0 относительно начала координат O . Это отрезок прямой, вдоль которого происходят рассматриваемые колебания. Закон движения в данном случае — это гармоническая функция $s(t) = s_0 \sin \omega t$, а график движения — синусоида (рис. 2.7, б).

2. **Координатный способ.** В этом случае закон движения — это зависимость выбранных координат движущейся точки от времени:

$$q_1 = q_1(t); q_2 = q_2(t); q_3 = q_3(t), \quad (2.9)$$

где q_1, q_2, q_3 — координаты движущейся точки. Это могут быть x, y, z в декартовой, ρ, φ, z в цилиндрической, r, θ, φ в сферической системе координат и т. д. Как и в предыдущем случае, все

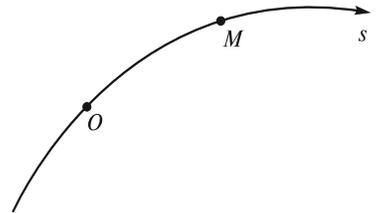


Рис. 2.6

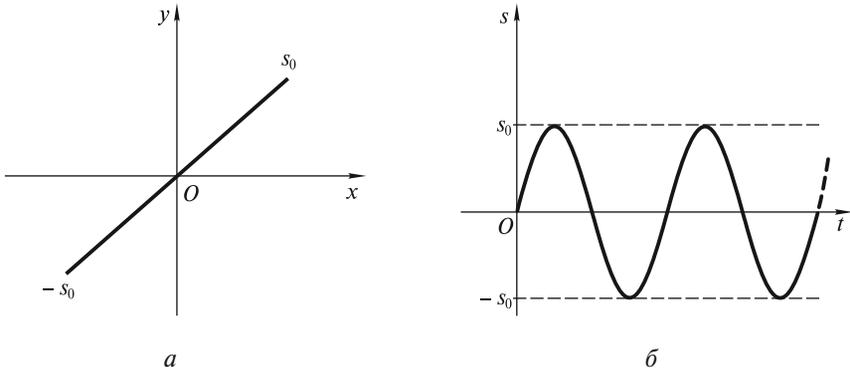


Рис. 2.7

функции $q_i(t)$ должны быть однозначными, непрерывными и дифференцируемыми.

Равенства (2.9) являются также уравнениями траектории в параметрическом виде, причем роль параметра играет время t . Проиллюстрируем сказанное на примере декартовой системы координат, где закон движения (2.9) принимает вид

$$x = x(t); y = y(t); z = z(t). \quad (2.10)$$

Исключая из (2.10) параметр t , получим одну из трех возможных систем уравнений:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= 0; \\ \psi(y, z) &= 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= 0; \\ \chi(x, z) &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \psi(y, z) &= 0; \\ \chi(x, z) &= 0. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Каждая из этих систем определяет траекторию движения точки. Эта траектория есть линия пересечения двух цилиндрических поверхностей, образующие которых параллельны соответствующим осям координат [см. пример на рис. 2.8 для случая (2.11)].

При движении точки в плоскости дело обстоит несколько проще. В качестве примера рассмотрим линейку AB , концы которой скользят по двум взаимно перпендикулярным направляющим — осям Ox и Oy (рис. 2.9). Линейка движется так, что угол φ (угол ABO) монотонно уменьшается по закону $\varphi = \varphi(t)$. Определим траекторию точки M , если $AM = a$, $MB = b$. Легко видеть, что

$$x(t) = a \cos \varphi(t); \quad (2.14)$$

$$y(t) = b \sin \varphi(t). \quad (2.15)$$