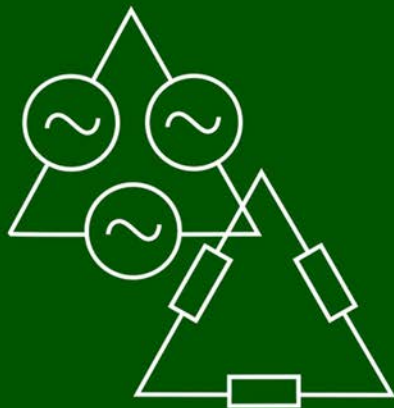


А. П. Молчанов, П. Н. Занадворов

Курс ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И РАДИОТЕХНИКИ



bhv®

А. П. Молчанов
П. Н. Занадворов

Курс **ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ** **И РАДИОТЕХНИКИ**

4-е издание,
стереотипное

Санкт-Петербург
«БХВ-Петербург»

2011

УДК 537.0
ББК 32
М76

Молчанов, А. П.

М76 Курс электротехники и радиотехники: учеб. пособие /
А. П. Молчанов, П. Н. Занадворов. — 4-е изд.,
стереотипн. — СПб.: БХВ-Петербург, 2011. — 608 с.:
ил. — (Учебная литература для вузов)

ISBN 978-5-9775-0544-4

В книге излагаются основные особенности процессов в электрических цепях и радиоэлектронных устройствах и методы их анализа. Анализ дается на основе спектрального метода исследования. Объем сообщаемых сведений соответствует программе курса физических основ радиоэлектроники в университетах и рассчитан на специалистов, использующих методы радиоэлектроники в физическом эксперименте.

Для студентов университетов и технических вузов

УДК 537.06
ББК 32

ISBN 978-5-9775-0544-4

© Молчанов Ан. А., Молчанов Ал. А., Баранникова И. А.,
Занадворов Н. П., Виноградова И. П., 2011
© Оформление, издательство "БХВ-Петербург", 2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию	7
Предисловие ко второму изданию	8
Глава 1. Введение	10
§ 1.1. Переменный ток	10
§ 1.2. Элементы электрических цепей	13
§ 1.3. Прохождение тока через электрические цепи	16
§ 1.4. Некоторые явления в электрических цепях с реактивными элементами	21
§ 1.5. Гармонический переменный ток	26
§ 1.6. Сложные электрические цепи	32
Глава 2. Линейные цепи	36
§ 2.1. Основные особенности процессов в линейных цепях	36
§ 2.2. Принцип наложения	39
§ 2.3. Спектральный метод анализа	42
§ 2.4. Прохождение сложных сигналов в линейных цепях	53
§ 2.5. Векторные диаграммы	63
§ 2.6. Применение символических изображений	70
§ 2.7. Применение эквивалентных схем	89
Глава 3. Линейные цепи (продолжение)	97
§ 3.1. Двухполусники	97
§ 3.2. Четырехполусники	104
§ 3.3. Явление резонанса	125
§ 3.4. Связанные цепи	127
§ 3.5. Трансформатор	133
§ 3.6. Процессы в электрических цепях при невыполнении условия квазистационарности	141
§ 3.7. Процессы в электрических цепях при непериодических сигналах	154

Глава 4. Полупроводниковые приборы	166
§ 4.1. Полупроводники. Проводимость полупроводников	167
§ 4.2. Полупроводниковые диоды	171
§ 4.3. Полупроводниковые триоды (транзисторы)	179
§ 4.4. Полевые транзисторы	186
§ 4.5. Эквивалентная схема биполярного транзистора при низ- ких частотах	189
§ 4.6. Эквивалентная схема полевого транзистора при низких частотах	202
§ 4.7. Эквивалентная схема транзистора при повышенных ча- стотах	206
§ 4.8. Режим работы транзисторов	213
§ 4.9. Переключающие (ключевые) приборы	227
§ 4.10. Микромодульные и интегральные схемы	231
Глава 5. Вакуумные и газонаполненные приборы	236
§ 5.1. Вакуумные электронные приборы	236
§ 5.2. Статические характеристики	240
§ 5.3. Входное сопротивление вакуумных триодов	246
§ 5.4. Эквивалентная схема триода	251
§ 5.5. Многоэлектродные лампы	259
§ 5.6. Режим работы вакуумных приборов	267
§ 5.7. Газонаполненные приборы	275
Глава 6. Усилители	284
§ 6.1. Основные характеристики усилителей	284
§ 6.2. Эквивалентные схемы усилителей	288
§ 6.3. Широкополосные усилители	294
§ 6.4. Узкополосные усилители	308
§ 6.5. Усилители медленно изменяющихся сигналов («постоян- ного тока»)	311
§ 6.6. Искажения сигналов в усилителях	316
§ 6.7. Обратная связь в усилителях	321
§ 6.8. Устойчивость усилителей с обратной связью	323
§ 6.9. Влияние обратной связи на характеристики усилителей	333
§ 6.10. Помехи при усилении очень слабых сигналов	340
§ 6.11. Использование микросхем в усилителях	349

Глава 7. Параметрические цепи	355
§ 7.1. Особенности процессов в параметрических цепях	354
§ 7.2. Модуляция	362
§ 7.3. Преобразование частоты	367
§ 7.4. Синхронное и фазовое детектирование	370
§ 7.5. Параметрическое преобразование спектра в усилителе медленно изменяющихся сигналов	373
§ 7.6. Процессы в параметрических цепях с реактивными эле- ментами. Параметрическое усиление	376
Глава 8. Нелинейные цепи	386
§ 8.1. Нелинейные элементы электрической цепи и графиче- ские методы анализа процессов в них	387
§ 8.2. Формирование сложного сигнала с помощью нелинейных цепей	393
§ 8.3. Нелинейные системы с двумя состояниями равновесия. Элементы вычислительных машин	400
§ 8.4. Стабилизация тока и напряжения	408
§ 8.5. Прохождение гармонического сигнала через нелинейную цепь	420
§ 8.6. Выпрямление переменного тока	428
§ 8.7. Умножение частоты	437
§ 8.8. Прохождение сложного сигнала через нелинейную цепь	441
§ 8.9. Нелинейное преобразование спектра	446
§ 8.10. Влияние нелинейности на работу усилителей. Усилители мощности	458
Глава 9. Генераторы электрических колебаний	468
§ 9.1. Генерирование гармонических колебаний	468
§ 9.2. Генераторы гармонических колебаний с колебательными контурами	479
§ 9.3. Генераторы гармонических колебаний с RC -фильтрами	483
§ 9.4. Стабилизация частоты генераторов гармонических коле- баний	490
§ 9.5. Особенности генераторов несинусоидальных колебаний	495
§ 9.6. Блокинг-генератор	499
§ 9.7. Мультипликатор	511
§ 9.8. Генераторы несинусоидальных колебаний с отрицатель- ным сопротивлением	518

§ 9.9. Синхронизация генераторов несинусоидальных колебаний	526
Глава 10. Электрические машины и устройства	530
§ 10.1. Генерирование электрической энергии	530
§ 10.2. Индукционные генераторы переменного тока	531
§ 10.3. Индукционные генераторы постоянного тока	536
§ 10.4. Передача электрической энергии	541
§ 10.5. Трехфазные системы	544
§ 10.6. Вращающееся магнитное поле	548
§ 10.7. Асинхронные индукционные двигатели	551
§ 10.8. Обратимость электрических машин	565
§ 10.9. Синхронные двигатели	567
§ 10.10. Коллекторные двигатели	572
§ 10.11. Электромеханические устройства и регистраторы	577
Литература	575
Приложения	572

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

Настоящий учебник является третьим изданием книги «Курс электротехники и радиотехники» тех же авторов.

В третьем издании курса выполнена существенная переработка 1, 2, 3 и 5 глав (линейные цепи, электровакуумные и газонаполнительные приборы), полностью изменены главы 6, 8 и 9 (усилители, нелинейные цепи и генераторы электрических колебаний) и введены новые главы 4 и 7 (полупроводниковые приборы и параметрические цепи). Такие изменения оказались необходимыми в связи с быстрым проникновением в практику физического эксперимента полупроводниковых приборов, а также благодаря повысившемуся уровню подготовки студентов. Последнее обстоятельство позволило часть материала сократить, а изложение курса сделать более строгим.

При переработке курса был учтен опыт чтения лекций в ЛГУ. Главы 1, 2, 3, 6, 10 переработаны А. П. Молчановым, а 4, 5, 7, 8, 9 — П. Н. Занадворовым. Для третьего издания остается в силе все сказанное в предисловии ко второму изданию «Курса электротехники и радиотехники».

А. П. Молчанов, П. Н. Занадворов

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

В настоящее время трудно назвать такую отрасль науки и техники, в которой бы не использовались электрические цепи и радиотехнические методы. Многие лабораторные установки содержат элементы радиотехнических устройств, электрические машины, усилители и т. п. Рациональный выбор схемы таких установок и правильное использование измерительных устройств требуют от экспериментатора знания основ электротехники и радиотехники. Поэтому в университетах и высших технических учебных заведениях соответствующий курс читается для всех студентов, в том числе и не электротехнических специальностей.

Курс электротехники и радиотехники, рассчитанный на этот круг учащихся, должен удовлетворять ряду своеобразных требований. В нем необходимо сравнительно подробно рассматривать такие разделы, как общие свойства электрических цепей, усилительные устройства и т. п. Вместе с тем могут совсем не затрагиваться вопросы конструирования электрических машин, разделы, относящиеся к антенным устройствам, радиопередатчикам и распространению радиоволн.

Расположение материала в этом курсе желательно связывать не с последовательностью преобразования сигнала в системе радиосвязи, как это часто делается, а с основными физическими процессами, характеризующими применяемое явление. При таком методе изложения читатель сможет более сознательно использовать изучаемые процессы в самостоятельной экспериментальной работе, а курс электротехники и радиотехники окажется более тесно связанным с курсом физики.

Упомянутым требованиям более других (не считая курсов для читателя, специализирующегося в данной области) удовлетворяет «Курс электротехники и радиотехники» Н. Н. Малова. Много полезных сведений можно найти также в монографии «Радиоэлектроника в экспериментальной физике» А. М. Бонч-Бруевича,

однако она предназначена для достаточно подготовленного читателя.

Предлагаемый вниманию читателя «Курс электротехники и радиотехники» составлен по материалам лекций, читавшихся авторами на физическом факультете Ленинградского государственного университета им. А. А. Жданова, и соответствует программам, утвержденным в ЛГУ.

Во втором издании курса часть материала переработана и внесены некоторые дополнения: главы 1, 2, 3, 5, 8 написаны А. П. Молчановым, а 4, 6, 7 — П. Н. Занадворовым.

При работе над вторым изданием авторы использовали замечания и советы Г. И. Макарова, Л. Л. Мясникова, Г. А. Остроумова, В. В. Потемкина, А. А. Тудоровского, М. М. Филиппова, С. Э. Фриша, сделанные как при подготовке к печати первого издания, так и позже.

Полностью сохранено все, внесенное в курс Ф. И. Скриповым, активное участие которого в подготовке рукописи первого издания устранило многие ее недостатки и продолжало помогать авторам в работе над вторым изданием.

Все требования, предъявляемые к подобному учебнику, вряд ли, однако, удалось удовлетворить, и авторы будут благодарны за пожелания, которые читатели сочтут нужным им сообщить.

Май 1968 г.

А. П. Молчанов, П. Н. Занадворов

ГЛАВА 1

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей главе рассматриваются основные свойства электрических цепей. Эти сведения предполагаются известными из общих курсов физики (например, [1]), однако они помещены здесь для того, чтобы читатель мог восстановить их в памяти, не прибегая к другим руководствам. Поэтому многие положения, содержащиеся в этой главе, излагаются кратко и без доказательств. Кроме того, в некоторых случаях вводится новая терминология, принятая в специальной электротехнической и радиотехнической литературе.

§ 1.1. Переменный ток

Переменным током следует считать любой ток, изменяющийся во времени^{*)}:

$$i = i(t).$$

Так же определяются переменная электродвижущая сила (э. д. с.), магнитный поток:

$$e = e(t), \quad \Phi = \Phi(t),$$

и другие величины. Примеры переменных токов различной формы приведены на рис. 1.1.

Если любые значения переменного тока повторяются через равные промежутки времени T , то такой ток называется периодическим. На рис. 1.1, *a–г* изображены периодические токи, а на

^{*)} Встречается и другое определение, при котором переменным называется только периодически изменяющийся ток, среднее значение которого за период равно нулю (или, во всяком случае, мало по сравнению с мгновенными значениями). Так как в дальнейшем будет встречаться и непериодический ток, удобнее пользоваться более общим определением.

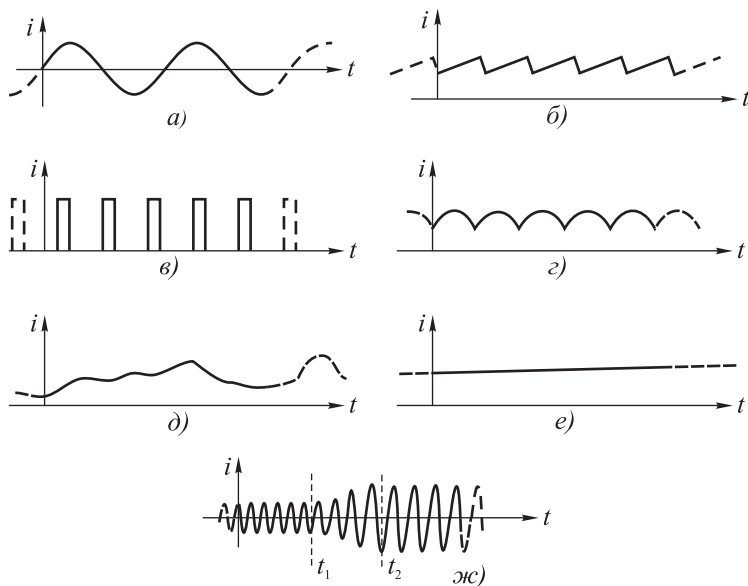


Рис. 1.1. Примеры переменных токов различной формы.

рис. 1.1, д и ж — такие токи, для которых на показанном отрезке времени условие периодичности не выполняется. Не исключено, однако, что в этих случаях периодичность также имеет место, но период больше, чем рассмотренный промежуток времени.

Постоянный ток (рис. 1.1, е) можно рассматривать как предельный случай переменного: $i(t) = \text{const}$.

Периодический ток, согласно приведенному выше определению, должен удовлетворять следующему условию:

$$i(t) = i(t + T), \quad (1.1)$$

где $T = \text{const}$ — период изменения ($1/T = f$ — частота колебания) тока, а t может принимать любые значения*). Всякий реальный

*) Говоря более точно, периодом называют наименьшее из значений T , при которых выполняется условие (1.1). Постоянный ток, удовлетворяющий этому

процесс имеет определенные начало и конец, в силу чего, строго говоря, в действительности периодических процессов и постоянных токов не встречается. Практически, допуская некоторую нестрогость, считают периодическими такие токи, которые удовлетворяют приведенному выше условию в течение конечного, но достаточно большого промежутка времени. На этом основании в таких случаях часто пользуются терминами, относящимися только к периодическим процессам (гармонический процесс, амплитуда, фаза), называя рассматриваемый процесс почти (квази) периодическим. Таким образом, те теоремы, которые выводятся для периодических токов на основании строгого определения (например, представление сложного периодического тока в виде спектра — см. 2.3), применимы к реальным процессам только с учетом сделанного замечания.

В примере рис. 1.1, *жс* нет периодического процесса. Однако при $t > t_2$ мгновенные значения тока (или другой величины) регулярно повторяются, и поэтому процесс с момента времени t_2 называют установившимся. Таким образом, периодический ток всегда является установившимся процессом.

В том же примере с момента $t = t_1$ до $t = t_2$ происходит изменение мгновенных значений. В этом промежутке времени процесс носит название неустановившегося или переходного.

В дальнейшем мы будем предполагать, что мгновенные значения переменных токов изменяются не очень быстро. Говоря более точно, будем считать, что значение тока не успевает заметно измениться за время распространения электромагнитного возмущения по изучаемой электрической цепи. При этом мгновенные значения тока в любых точках рассматриваемого элемента цепи можно считать установившимися (постоянными). Из сказанного, в частности, следует, что для электрических цепей очень больших геометрических размеров последующие выводы будут верны только при медленно изменяющихся токах. Переменный ток, удовлетворяющий в данной цепи сформулированному условию, называется квазистационарным.

условию при любом T , естественно считать предельным случаем медленно изменяющегося ($T \rightarrow \infty$) тока и не рассматривать его как периодический.

Предположение квазистационарности тока имеет очень большое значение, так как позволяет применять законы Ома и Кирхгофа к мгновенным значениям тока в формулировке, данной для постоянного тока. При этом так же, как и при постоянном токе, можно рассматривать сразу всю электрическую цепь. Если же условие квазистационарности не соблюдается, то законы для постоянного тока можно применять только к отдельным участкам цепи, для которых это условие справедливо (см. § 3.6).

§ 1.2. Элементы электрических цепей

При прохождении тока по элементам электрической цепи на них образуется некоторая разность потенциалов, зависящая от силы тока. Другими словами, все элементы обладают сопротивлением.

Сопротивление элементов электрической цепи может быть двух видов: активное и реактивное. Если при прохождении тока через элемент цепи происходит только необратимая затрата электрической энергии, то его сопротивление называют активным. Если же подобной затраты энергии не происходит, сопротивления этих элементов называются реактивными. К последним относятся сопротивления катушки индуктивности и конденсатора.

Таким образом, индуктивным и емкостным сопротивлением обладают соответственно катушки индуктивности и конденсаторы. Элемент цепи с активным сопротивлением носит название «резистора».

Следует отметить, что в действительности невозможно получить такой элемент цепи, сопротивление которого являлось бы активным, или только индуктивным, или только емкостным. Катушка индуктивности обладает активным сопротивлением, так как ее обмотка выполнена из проводника с конечной проводимостью. Как всякое металлическое тело, она обладает и емкостью. Конденсатор имеет некоторую индуктивность, так как состоит из отдельных проводников, перемещение зарядов по которым вызывает появление магнитного поля. Потери в диэлектрике конденсатора вызывают его нагревание и, следовательно, являются необратимыми потерями, как и в активном сопротивлении. Отрезок провода, как

это следует из аналогичных рассуждений, кроме активного сопротивления имеет и индуктивное, и емкостное.

Исследовать прохождение тока в таких сложных элементах цепи, конечно, неудобно. Однако практически часто используются такие элементы, в которых сопротивление одного из перечисленных видов имеет преобладающее значение, а двумя другими видами можно без ущерба для требуемой точности исследования пренебречь. Тогда рассматриваемый элемент цепи можно заменить идеализированным, обладающим только индуктивностью, или только емкостью, или только активным сопротивлением.

В тех же случаях, когда по тем или иным причинам такое упрощение недопустимо, прибегают к замене реального элемента эквивалентной цепью, состоящей из нескольких идеализированных элементов. При этом эквивалентной считают такую цепь, при помещении которой на место заменяемой цепи не изменяется ни ток, ни падение потенциала в любых участках остальной цепи, в том числе и между точками, где произошла замена. Таким образом, конденсатор с потерями и катушка индуктивности с заметной величиной активного сопротивления проводников могут быть заменены эквивалентными цепями, приведенными на рис. 1.2, *а*. Изображенные схемы являются неполными, так как не учитывают емкости между отдельными витками катушки и индуктивности элементов конструкции конденсатора. В тех случаях, когда эти элементы нужно также учитывать (при повышенных частотах), эквивалентные схемы становятся сложнее (рис. 1.2, *б*).

Применение эквивалентных цепей значительно облегчает изучение процессов в электрических схемах. При этом можно ограничиться изучением свойств только трех идеализированных элементов R , C и L , а все остальные случаи рассматривать как их комбинации.

Элементы электрической цепи могут быть линейными и нелинейными. Если сопротивление элемента цепи не зависит от величины протекающего тока или созданной на нем разности потенциалов, то элемент называется линейным. Ток в таком элементе пропорционален приложенной разности потенциалов и процессы описываются линейными алгебраическими или дифференциальными уравнениями, составляемыми на основании законов Кирхгофа.

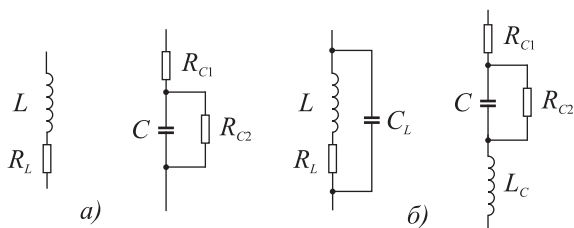


Рис. 1.2. Эквивалентные схемы катушки индуктивности и конденсатора для токов средних (а) и высоких (б) частот: L — индуктивность катушки, C — емкость конденсатора, R_L — сопротивление потерь в катушке индуктивности, R_{C1} , R_{C2} — сопротивления потерь в конденсаторе, C_L — емкость, эквивалентная емкости между витками катушки индуктивности, L_C — индуктивность конденсатора.

В очень большом числе случаев, однако, сопротивления зависят от величины тока или разности потенциалов. Такие цепи являются нелинейными, и процессы в них описываются нелинейными уравнениями.

Вообще, все элементы цепи в той или иной степени нелинейны, и только с известным приближением можно считать их в определенных пределах изменения тока или разности потенциалов линейными. Значения этих пределов зависят от физических условий и требуемой точности исследования. Например, у обычного металлического проводника сопротивление, практически постоянное при слабых токах, увеличивается при значительном повышении силы тока. Увеличение сопротивления в этом случае вызвано нагреванием проводника. При слабом токе (определение малости связано с величиной плотности тока в проводнике) изменение температуры, вызванное прохождением тока по цепи, настолько незначительно, что маскируется другими причинами: изменением температуры среды, лучевым нагреванием и т. п., и, естественно, не должно учитываться.

Нелинейность сопротивлений весьма усложняет исследование электрических цепей, так как решение нелинейных уравнений представляет значительные трудности. Поэтому в тех случаях, ко-

гда в определенных пределах изменения тока или разности потенциалов нелинейность оказывается малой, стремятся считать цепи приблизительно линейными.

Упомянутые выше упрощения цепей могут, конечно, сказываться на общности результатов, и их допустимость необходимо всегда проверять.

Наконец, элемент электрической цепи может изменять свое сопротивление под действием внешней причины, не зависящей от тока в цепи или разности потенциалов на нем. Цепь, содержащая такой элемент с переменным сопротивлением, зависящим от времени, называется параметрической цепью.

§ 1.3. Прохождение тока через электрические цепи

При постоянном токе процессы в любых электрических цепях, содержащих только резисторы, могут исследоваться при помощи обобщенного закона Ома:

$$i = \frac{V_1 - V_2 + e}{R}, \quad (1.2)$$

где i — ток, протекающий по участку цепи, $V_1 - V_2 = u$ — разность потенциалов начала и конца рассматриваемого участка цепи, e — суммарная э. д. с., действующая на участке, R — полное активное сопротивление того же участка.

При переменном токе можно пользоваться той же формулой, но только для таких участков цепи, для которых выполняется условие квазистационарности*).

Для сложной цепи с n ветвями при помощи формулы (1.2) можно составить n уравнений с $2n$ неизвестными. Следовательно, для того чтобы полученную систему уравнений можно было решить, приходится искать еще n неизвестных условий, связывающих между собой токи и напряжения в разных ветвях, что часто оказывается нелегкой задачей.

*) Вместо термина «разность потенциалов» часто употребляется термин «напряжение», получивший распространение в электрической и радиотехнической литературе. Следует заметить, что при переменном токе и соответственно при переменном поле понятие потенциала, введенное для статических полей, теряет свой смысл. При переменных полях $\text{rot} \mathbf{E} \neq 0$ и линейный интеграл $\int E_s ds$ зависит от выбранного пути между двумя точками. Значит, строго говоря, понятие «разности потенциалов» при переменных токах принимает другой смысл, что иногда и подчеркивается введением термина «напряжение». Практически обычно пути интегрирования бывают известными, так как они располагаются вдоль проводников, в которых определяется ток, и разница между упомянутыми терминами становится лишь формальной.

Исследование сложных разветвленных цепей значительно упрощается при применении уравнений Кирхгофа. Первая система уравнений Кирхгофа связывает между собой токи, сходящиеся в какой-либо узловой точке цепи:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0. \quad (1.3)$$

В этой системе токам, приходящим к узловой точке, приписывается знак плюс, а уходящим — знак минус. Вторая система уравнений Кирхгофа составляется для любых замкнутых контуров цепи на основании равенства суммы падений потенциала на соответствующих участках цепи сумме электродвижущих сил, встречающихся на этом контуре:

$$\sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^n e_k. \quad (1.4)$$

Во второй системе произвольно заданные направления токов входят в сумму со знаком плюс, если они совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура. Электродвижущие силы имеют положительный знак, если они повышают потенциал в этом же направлении.

Уравнения Кирхгофа, так же как и закон Ома, могут составляться для мгновенных значений переменного тока, если он является квазистационарным.

Во многих случаях бывает удобно определять связь между током и разностью потенциалов на резисторе при помощи графического построения. На графике изображается характеристика резистора $i(u) = u/R$. При $R = \text{const}$ она является прямой, пересекающей ось абсцисс под углом α , причем $\text{tg } \alpha = i/u = 1/R$ (рис. 1.3, а). При нелинейном сопротивлении характеристика может иметь сложную форму (рис. 1.3, б). В этом случае часто удобно вводить величины, определяющие поведение кривой в окрестности некоторых заранее выбранных на ней точек: сопротивление постоянному току R_0 и дифференциальное сопротивление r (сопротивление переменному току). Первое находится как отношение разности потенциалов к току в выбранной точке:

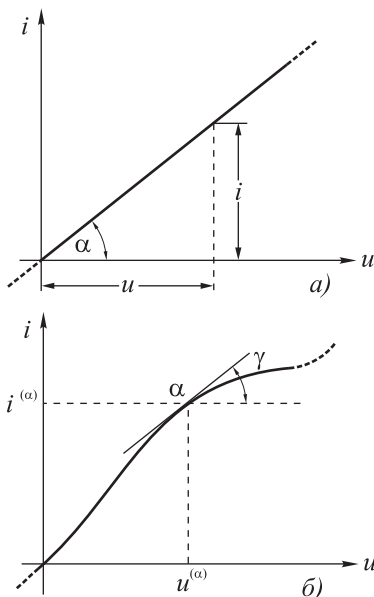


Рис. 1.3. Примеры характеристики линейного (а) и нелинейного (б) сопротивлений.

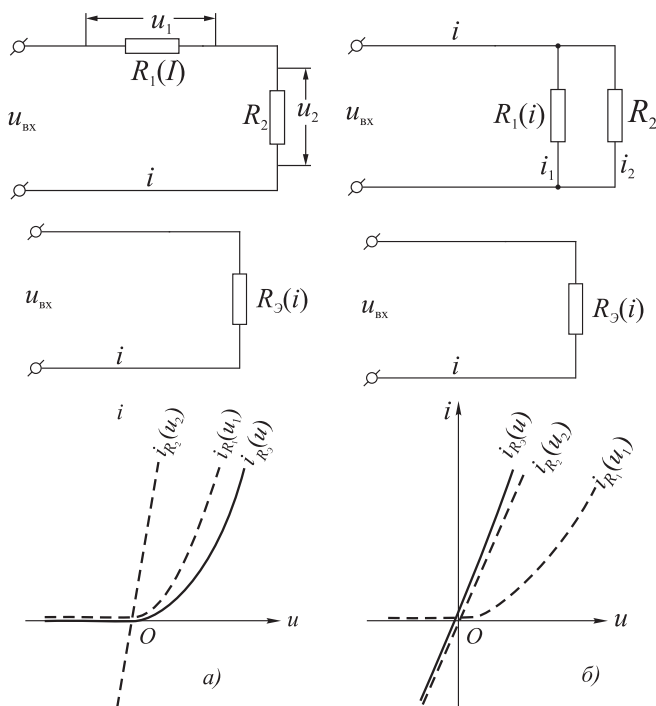


Рис. 1.4. Пример построения характеристики для эквивалентного сопротивления при последовательном (а) и параллельном (б) соединении элементов цепи.

$R_0 = u^{(a)}/i^{(a)}$, а дифференциальное сопротивление $r = \left. \frac{du}{di} \right|_a$, по определению, является величиной, зависящей от наклона касательной к кривой в точке a : $\operatorname{tg} \gamma = 1/r$.

В сложных цепях для графического изображения процессов во времени удобно заменять группы элементов цепи эквивалентным элементом с эквивалентной характеристикой. При этом, как указывалось выше, эквивалентным элементом считается такой, введение которого не изменяет значения токов и потенциалов в остальных участках цепи.

Примеры построения эквивалентной характеристики приведены на рис. 1.4 для последовательного (а) и параллельного (б) соединений двух элементов с сопротивлениями $R_1(i)$ и $R_2 = \text{const}$. При последовательном соединении ток в каждом элементе один и тот же, а падения потенциалов на них складываются

ся. При параллельном соединении, наоборот, эквивалентная характеристика находится сложением токов в элементах для каждого значения разности потенциалов на них.

При исследовании линейных цепей эквивалентными характеристиками пользуются редко, так как линейные уравнения Кирхгофа просты для решения. При нелинейных элементах цепи обычно закон изменения R бывает задан только по точкам или графически и не выражается простым уравнением. В этом случае эквивалентные характеристики применяются часто.

Кроме соотношений, связывающих между собой токи, разности потенциалов и сопротивления, в дальнейшем будут необходимы и соотношения для вычисления мощности, развиваемой электрическим током в цепи. Значение мощности определяется, как известно, по одному из следующих равенств:

$$p = iu = \frac{u^2}{R} = i^2 R.$$

Теперь остановимся на особенностях прохождения тока через реактивные элементы цепи. В этом случае связь между проходящим током и разностью потенциалов на сопротивлении более сложна.

Известно, что при изменении тока i , проходящего через катушку индуктивности, возникает э. д. с. самоиндукции

$$e_L = -L \frac{di}{dt} (*).$$

Если к катушке индуктивности присоединить внешнюю э. д. с. (рис. 1.5), то, как выше указывалось, для мгновенных значений можно составить уравнение Кирхгофа:

$$e + e_L = 0, \quad (1.5)$$

тогда

$$e = L \frac{di}{dt}.$$

Из этого выражения интегрированием можно определить ток

$$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t e dt.$$

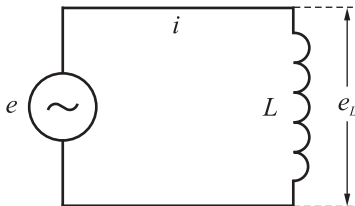


Рис. 1.5. Прохождение тока через катушку индуктивности.

*) Аналогичное соотношение имеет место для связанных цепей (с общим магнитным потоком, характеризуемым коэффициентом взаимной индукции M):

$$e_M = -M \frac{di}{dt}.$$

Для конденсатора в цепи с проходящим током i имеют место аналогичные выражения. Изменение разности потенциалов на пластинах конденсатора определяется изменением его заряда q и емкостью:

$$du_C = \frac{dq}{C};$$

в свою очередь,

$$dq = idt,$$

следовательно,

$$du_C = \frac{1}{C} idt.$$

Отсюда можно определить разность потенциалов

$$u_C = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t idt = \frac{1}{C} \int idt + A \quad (1.6)$$

или ток

$$i = C \frac{du_C}{dt}.$$

Приведенные соотношения позволяют составлять уравнения Кирхгофа для цепей с реактивными элементами. Таким образом, мы располагаем методом составления уравнений для любой сложной электрической цепи.

Можно формально считать, что при прохождении через катушку индуктивности переменного тока на ней образуется падение потенциала u_L . По закону Кирхгофа

$$e = u_L,$$

значит, на основании (1.5)

$$u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}. \quad (1.7)$$

Исходя из такого представления, можно говорить, что сопротивление катушки индуктивности при прохождении через нее постоянного тока равно нулю, так как при $i = \text{const}$ имеем $di/dt = 0$ и $u_L = 0$. Сопротивление конденсатора при постоянной внешней э. д. с., наоборот, бесконечно велико, так как при $u_C = \text{const}$ имеем $du_C/dt = 0$ и $i_C = 0$.

При быстро изменяющихся токах и э. д. с. значения производных di/dt и du_C/dt велики. Значит, в этом случае сопротивление катушки индуктивности велико, так как падение потенциала на ней $u_L = L \frac{di}{dt}$ имеет большую величину. В конденсаторе при приложении к нему быстро изменяющейся э. д. с. ток будет иметь большую величину: $i = C \frac{du_C}{dt}$, следовательно, сопротивление в этом случае мало.

§ 1.4. Некоторые явления в электрических цепях с реактивными элементами

Прохождение переменного тока по цепям, содержащим как активные, так и реактивные элементы, связано с некоторыми интересными особенностями, многие из которых будут рассмотрены в следующих параграфах.

В этом параграфе остановимся лишь на возможных изменениях формы переменного тока и падения потенциала, вызванных наличием в цепи реактивных элементов. Это даст возможность в следующем параграфе обосновать преимущественное применение в промышленности синусоидального (гармонического) тока. Кроме того, цепи, которые будут рассмотрены, широко применяются в радиотехнических устройствах.

Наиболее простыми соединениями, всегда встречающимися в электрических цепях, являются последовательные соединения двух элементов C и R или L и R (рис. 1.6). Покажем, что в некоторых случаях на элементах электрической цепи в таких схемах получаются разности потенциалов,

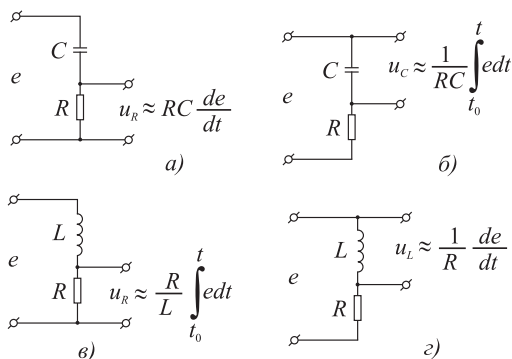


Рис. 1.6. Простые схемы для дифференцирования и интегрирования входного сигнала.

мгновенные значения которых изменяются во времени приблизительно пропорционально производной или интегралу от функции, описывающей изменение э. д. с., подаваемой на схему.

Найдем разность потенциалов u_R , образующуюся на резисторе R , когда к схеме, изображенной на рис. 1.6, а, приложена

внешняя э. д. с.:

$$u_R = iR.$$

В последовательной цепи ток во всех элементах одинаков, и его можно определить по значению u_C :

$$i = C \frac{du_C}{dt},$$

тогда

$$u_R = RC \frac{du_C}{dt}. \quad (1.8)$$

Составляем уравнение Кирхгофа:

$$u_R + u_C = e$$

и, находя из него u_C , подставляем в (1.8):

$$u_R = RC \left(\frac{de}{dt} - \frac{du_R}{dt} \right).$$

Нетрудно видеть, что в тех случаях, когда

$$\left| \frac{du_R}{dt} \right| \ll \left| \frac{de}{dt} \right|, \quad (1.9)$$

падение потенциала на резисторе приблизительно пропорционально производной от внешней э. д. с.:

$$u_R \approx RC \frac{de}{dt}. \quad (1.10)$$

Оценим влияние величины произведения RC на точность выполнения операции дифференцирования. Для этого, полагая, что в схеме выполняется неравенство (1.9) и приближенное дифференцирование осуществляется, подставим (1.10) в (1.9). Тогда неравенство примет следующий вид:

$$RC \left| \frac{du_R}{dt} \right| \ll u_R.$$

Его всегда можно усилить уменьшением значения RC . Значит, чем меньше RC , тем точнее выполняется операция дифференцирования, но при этом уменьшается и разность потенциалов u_R .

Теперь определим разность потенциалов u_C на конденсаторе (рис. 1.6, б)

$$u_C = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt.$$

Ток в цепи находим по падению потенциала на резисторе $i = u_R/R$. Из уравнения Кирхгофа следует $u_R = e - u_C$, значит,

$$u_C = \frac{1}{RC} \left[\int_{t_0}^t e dt - \int_{t_0}^t u_C dt \right].$$

Если выполняется условие

$$\left| \int_{t_0}^t u_C dt \right| \ll \left| \int_{t_0}^t e dt \right|, \quad (1.11)$$

то

$$u_C \approx \frac{1}{RC} \int_{t_0}^t e dt. \quad (1.12)$$

Для операции интегрирования можно произвести такую же оценку влияния параметров цепи на точность, какая была сделана выше для дифференцирования. Для этого, полагая, что неравенство (1.11) выполнено, и подставляя (1.12) в (1.11), получаем

$$\frac{1}{RC} \left| \int_{t_0}^t u_C dt \right| \ll |u_C|.$$

Следовательно, в случае интегрирования точность выполнения этой операции повышается при увеличении RC , что, как это видно из формулы (1.12), также сопровождается уменьшением разности потенциалов u_C .

Аналогичные результаты получаются и в цепях, содержащих катушки индуктивности (рис. 1.6, в и г). Однако в тех случаях, когда требуется специально выполнять операции дифференцирования или интегрирования, чаще используются схемы с конденсаторами, как более компактные и простые в осуществлении.

Таким образом, можно считать установленным, что даже в простых электрических цепях зависимость от времени тока и падения потенциала может изменяться так, как это происходит при интегрировании и дифференцировании функции, описывающей изменение этих величин.

Интегрирующие устройства находят применение во многих радиотехнических и физических установках. Можно привести следующие примеры.

1. Интегрирующие цепи применяются для измерения числа импульсов, поступающих на устройство за единицу времени. Для этого определяют суммарный заряд конденсатора, созданный приходящими импульсами, измерением разности потенциалов на его обкладках.

2. Для регистрации слабых сигналов, поступающих на устройство вместе с мешающими хаотическими сигналами, также часто используют интегрирующие цепи. Если мешающий сигнал (помехи) $e_n(t)$ имеет среднее значение ε , стремящееся при увеличении времени усреднения к нулю, а среднее значение полезного сигнала $e_c(t)$ не равно нулю, то после интегрирующей схемы получим:

$$u_{\text{вых}} \approx \frac{1}{RC} \int_0^t e_{\text{вх}}(t) dt,$$

где $e_{\text{вх}}(t) = e_c(t) + e_n(t)$, причем

$$e_c(t) = 0 \quad \text{при} \quad t < t_1, \quad e_c(t) = e_0 \quad \text{при} \quad t \geq t_1.$$

Подставляем значение $e_{\text{вх}}(t)$ в интеграл и находим

$$RCu_{\text{вых}} \approx \int_{t_1}^t e_0 dt + \int_0^t e_n(t) dt \approx e_0(t - t_1) + \varepsilon,$$

где

$$\varepsilon = \int_0^t e_n(t) dt.$$

Можно выбрать достаточно большое значение $\Delta t = t - t_1$ для того, чтобы обеспечивалось неравенство $e_0 \Delta t \gg \varepsilon$. При этом полезный сигнал будет легко регистрироваться (см. рис. 1.7). Приблизенность интегрирования в настоящем случае заключается в том, что рост полезного сигнала по закону $e_0 \Delta t$ происходит только при не очень больших значениях Δt . При больших величинах Δt значение полезного сигнала асимптотически стремится к e_0 (см. § 3.7).

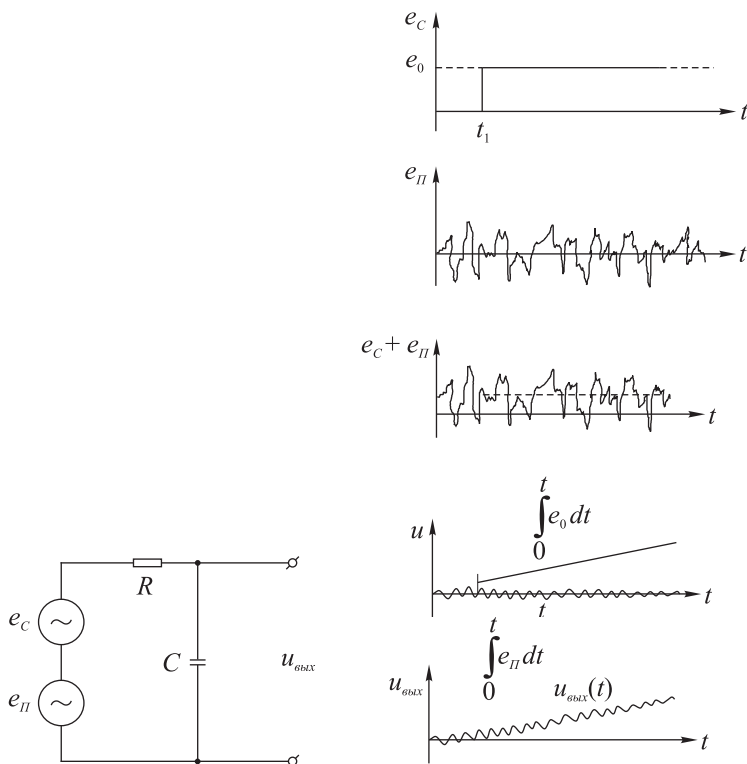


Рис. 1.7. Выделение в интегрирующей цепи слабого сигнала в присутствии помех.

3. Широко применяются интегрирующие цепи в устройствах автоматического регулирования, в счетно-решающих устройствах и т. д.

В связи со сказанным представляет интерес рассмотреть в виде примера возможные пути улучшения характеристик простейшей интегрирующей цепи, приведенной выше. Однако в этом параграфе исследование более сложных схем затруднено тем, что некоторые специальные приемы расчета электрических цепей еще не излагались.

К § 2.7 будет накоплен достаточный материал и будет произведена более подробная оценка возможностей упоминавшейся здесь схемы.

§ 1.5. Гармонический переменный ток^{*)}

Почти во всех промышленных установках применяется синусоидальный (гармонический) переменный ток, что объясняется экономическими соображениями.

Наиболее удобным является такой переменный ток, форма которого остается неизменной во всех участках сколь угодно сложной электрической цепи. В этом случае все устройства, потребляющие электрическую энергию, удастся конструировать таким образом, чтобы условия работы для выбранной формы тока были наивыгоднейшими. Тогда эти устройства можно включать в любом участке любой сложной цепи, даже если в ней имеются индуктивные и емкостные сопротивления, несмотря на то, что в них, как мы видели выше, могут происходить изменения тока, определяемые операциями дифференцирования и интегрирования.

Другим существенным обстоятельством является то, что генерирование переменного электрического тока практически легче всего осуществляется в машинах с вращающимися проводниками. При этом генерируемый ток будет периодическим.

Единственной периодической функцией, воспроизводящейся при многократных операциях дифференцирования или интегрирования, является синусоидальная (и косинусоидальная, так как переход в косинусоидальную функцию означает лишь сдвиг фазы на угол $\pi/2$ ^{**)}). Поэтому переменный ток, применяемый в промышленности, почти всегда является гармоническим:

$$i = i_m \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где i_m , $\omega = 2\pi f$ и φ_0 — постоянные величины.

В настоящее время переменный ток применяется чаще, чем постоянный, что объясняется удобством его преобразования и распределения между потребителями при использовании явления

^{*)} О гармонических процессах см. также [1].

^{**)} В дальнейшем на основании сказанного в тексте не будет производиться разделение на синусоидальный и косинусоидальный токи, и в общих случаях вводится один объединяющий термин — гармонический ток (сигнал и т. д.).

электромагнитной индукции*) (см. в § 3.5 о трансформаторах). Широкое применение гармонического переменного тока делает необходимым особенно подробное изучение его свойств. Это будет в дальнейшем полезно также при изучении прохождения токов сложной формы в линейных цепях.

Величинами, характеризующими гармонический ток, являются его амплитуда i_m , частота f и фаза $\omega t + \varphi_0$. Рассмотрим их.

Фазой вообще называют состояние процесса в данный момент времени. В электротехнике понятие фаз используется для гармонического тока и означает математическую величину, однозначно определяющую значение тока в данный момент времени (аргумент тригонометрической функции). Обычно эта величина отсчитывается от ближайшей точки перехода тока через ноль к положительным значениям. Таким образом, для синусоидального тока ($i_m = \text{const}$) фазой является величина $\varphi = \omega t + \varphi_0$, а начальной фазой, соответствующей $t = 0$, — величина φ_0 .

Начальная фаза зависит от выбора начала отсчета времени. Пусть, например, начало отсчета сдвинуто назад на величину Δt , так что вместо t используется $t' = t + \Delta t$. В этом случае выражение $\sin(\omega t + \varphi_0)$ заменяется на $\sin[\omega(t' - \Delta t) + \varphi_0] = \sin[\omega t' + (\varphi_0 - \omega \Delta t)]$, причем постоянная величина $\varphi_0 - \omega \Delta t$ имеет смысл новой начальной фазы.

При изучении одного установившегося процесса начальная фаза не имеет значения, так как всегда можно так выбрать момент начала отсчета времени t' , чтобы $\varphi_0 - \omega \Delta t = 0$. В случае двух процессов (или большего их числа) можно таким способом выбрать начало отсчета времени только для одного из них. Для другого процесса, при том же выборе начала отсчета, начальная фаза может иметь конечное значение. В таких случаях важным понятием

*) Достоинства переменного тока были оценены не сразу. Лишь в 1876 г. П. Н. Яблочков применил его для улучшения равномерности сгорания углей своей свечи. Генератор для этой цели был изготовлен французским мастером Граммом. Борьба между сторонниками постоянного и переменного тока продолжалась до 1891 г., когда М. О. Доливо-Добровольский успешно осуществил передачу электрической энергии на большое расстояние (175 км) при помощи переменного тока, который с этого времени окончательно получил преимущественное применение.

является разность фаз. Если имеются два процесса одинаковой частоты:

$$i_1 = i_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1), \quad i_2 = i_{2m} \sin(\omega t + \varphi_2),$$

то разностью фаз будет величина

$$\Delta\varphi = \omega t + \varphi_1 - \omega t - \varphi_2 = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Изменение начала отсчета одинаково изменяет значение φ_0 для всех процессов. Поэтому разность фаз не зависит от выбора начальной точки.

Напомним теперь определения других параметров гармонического тока. Частотой переменного тока f называют число периодов изменения за одну секунду ($f = 1/T$), а амплитудой — абсолютное значение максимального отклонения синусоидального процесса от нулевого значения. Таким образом, по определениям, частота и амплитуда являются существенно положительными величинами.

Рассмотрим явления при прохождении гармонического тока по элементам электрической цепи. Для этого следует подставить функцию, описывающую изменение тока $i = i_m \sin \omega t$, в выражение для падения потенциала.

Для резистора ($u_R = iR$)

$$u_R = Ri_m \sin \omega t = u_m \sin \omega t, \quad u_m = Ri_m, \quad (1.13)$$

где R — активное сопротивление.

Для катушки индуктивности $\left(u_L = L \frac{di}{dt}\right)$

$$u_L = \omega Li_m \cos \omega t = u_m \cos \omega t;$$

где

$$u_m = \omega Li_m = X_L i_m,$$

$$X_L = \omega L, \quad (1.14)$$

L — индуктивное сопротивление.

Для конденсатора ($u_C = \frac{1}{C} \int i dt + A$)

$$u_C = -\frac{i_m}{\omega C} \cos \omega t + A = -u_m \cos \omega t + A;$$

где

$$u_m = \frac{i_m}{\omega C} = X_C i_m,$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (1.15)$$

— емкостное сопротивление*).

*) Величины индуктивного и емкостного сопротивлений измеряются, подобно активному сопротивлению, в омах.

Значение постоянной интегрирования A не зависит от изменения во времени мгновенных значений тока, протекающего через конденсатор, и, таким образом, не входит в величину «сопротивления цепи» (см. определение сопротивления переменному току на стр. 15). Действительно, находя ток i по приложенной к конденсатору разности потенциалов $u = u_m \sin \omega t$, получаем:

$$i_c = C \frac{du_C}{dt} = \omega C u_m \cos \omega t = i_{Cm} \cos \omega t;$$

$$i_{Cm} = u_m \omega C = \frac{u_m}{X_C},$$

где

$$X_C = \frac{1}{\omega C},$$

т. е. тот же результат.

Весьма существенным обстоятельством является то, что падение потенциала на катушке индуктивности или конденсаторе не находится в фазе с проходящим током. Действительно, если привести все полученные выражения к одной функции, тогда ток в цепи

$$i = i_m \sin \omega t,$$

падение потенциала на резисторе

$$u_R = u_{Rm} \sin \omega t,$$

падение потенциала на катушке индуктивности

$$u_L = u_{Lm} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

падение потенциала на конденсаторе

$$u_C = u_{Cm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

В результате изменения падения потенциала на катушке индуктивности оказались сдвинутыми по фазе на 90° относительно тока и опережающими его. Опережение по фазе следует понимать в том смысле, что одинаковые относительные мгновенные значения (например, момент перехода через нулевое значение в положительном направлении) достигаются падением потенциала раньше, чем током. Для падения потенциала на конденсаторе фаза сдвинута также на 90° , но изменение падения потенциала отстает от изменения падения тока. Для активного сопротивления фаза падения потенциала на нем совпадает с фазой проходящего тока.

В связи со сказанным введенные выше сопротивления X_L и X_C следует понимать как коэффициенты, связывающие между собой амплитудные (но не мгновенные!) значения силы тока и падения потенциала; их определение относится к случаю гармонического тока. Мы видим, что каждому из рассмотренных элементов электрической цепи можно приписать свое, отличное по характеру зависимости от частоты, сопротивление гармоническому переменному току. Для индуктивности сопротивление определяется величиной ωL , а