В. В. САМАРЦЕВ

КОРРЕЛИРОВАННЫЕ ФОТОНЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

В. В. САМАРЦЕВ

КОРРЕЛИРОВАННЫЕ ФОТОНЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2013

УДК 535.32+539.186
ББК 22.34
С 17

Самарцев В.В. **Коррелированные фотоны и их применение.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 168 с. — ISBN 978-5-9221-1511-7.

Книга посвящена коррелированным фотонам в квантовой оптике, методам их получения и некоторым применениям в бифотонной спектроскопии и поляризационной томографии бифотонного поля.

Рассчитана на студентов старших курсов физических факультетов университетов, магистрантов и аспирантов, специализирующихся в области квантовой оптики.

Книга может быть полезна научным работникам, проводящим исследования в области современных информационных технологий, квантовых коммуникаций и квантовых вычислений.

Рецензенты:

доктор физ.-мат. наук *А.В. Анисимов*;

доктор физ.-мат. наук *Л.А. Нефедьев*.

ISBN 978-5-9221-1511-7

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие

Эта монография посвящена описанию квантово-оптических экспериментов по изучению свойств коррелированных фотонов и поиску путей их применения. Эксперименты поставлены в Казанском физико-техническом институте КазНЦ РАН. В большинстве описанных здесь экспериментов коррелированные пары фотонов (или бифотоны) рождаются в процессе спонтанного параметрического рассеяния (СПР) света, предсказанного в 1967 году профессором МГУ Д.Н. Клышко [1]. Такая пара фотонов является единым квантовым объектом, находящимся в так называемом «перепутанном» (entangled) состоянии. Это состояние описывается одной волновой функцией и обладает рядом уникальных статистических свойств. Коррелированные фотоны в паре жестко связаны между собой местом и моментом рождения, частотами и направлениями разлета. Интенсивность потока бифотонов напрямую связана с яркостью нулевых флуктуаций электромагнитного вакуума.

Первая глава является теоретической. Она написана под влиянием прекрасной монографии В.Н. Горбачева и А.И. Жилиба из Санкт-Петербурга [2], свидетельствующей насколько глубоко ее авторы понимают суть проблемы. Но и казанцы «не лыком шиты» и в период с 1999 по 2008 годы они перевели на русский язык (под научной редакцией автора данной монографии) три выдающиеся научные книги в области квантовой оптики [3, 4] и квантовых вычислений [5]. Это позволило автору этой книги творчески отнестись к содержанию [2] и взять из нее только то, что необходимо для описания поставленных в Казани экспериментов. Между тем, автор не удержался от соблазна включить в первую главу краткое описание эксперимента по телепортации [6], выполненного Антоном Цайлингером с коллегами.

Вторая глава посвящена явлению СПР и написана частично под влиянием Г.Х. Китаевой, А.Н. Пенина и С.П. Кулика (МГУ) — соратников Д.Н. Клышко. Эксперимент по СПР, приведенный в монографии, безусловно, свой.

В третьей главе описываются собственные результаты по бифотонной спектроскопии примесных кристаллов для вырожденного и невырожденного режимов возбуждения СПР. Эти результаты, которыми гордится автор монографии со своими коллегами, описаны в двух работах [7, 8]. Для читателя может представлять интерес аппаратура бифотонной спектроскопии и методика измерений.

Четвертая глава посвящена эксперименту по поляризационной томографии узкополосного бифотонного поля. Она написана под влиянием докторской диссертации М.В. Чеховой (МГУ), но и здесь автор книги не пошел «по проторенному пути» и при описании однофотонного источника на основе СПР продемонстрировал новизну, связанную с использованием резонатора.

В пятой главе автор сделал попытку ответить на вопрос: существуют ли другие явления и процессы, кроме СПР, где генерируются коррелированные пары фотонов? По его мнению, таким процессом является двухквантово-возбужденная свободная индукция (two-quantum excited free induction decay [9]). Обсуждаются результаты собственного фемтосекундного эксперимента по обнаружению такого процесса.

Шестая глава посвящена однофотонным источникам света. По-существу, однофотонные источники — это альтернативный путь развития квантовой электроники, девиз которой: «больше фотонов!». В случае однофотонного источника мы имеем дело с надежной генерацией единственного фотона. Сначала описаны собственные разработки однофотонного источника на основе СПР в резонаторе. Затем представлена общая картина разработок в мире однофотонных источников.

Я благодарю за помощь в оформлении книги моих соратников — Т.Г. Митрофанову и Д.Д. Власову, а также моих аспирантов (а ныне — кандидатов наук) — А.В. Шкаликова и И.З. Латыпова — за помощь в описании экспериментальной аппаратуры и результатов экспериментов.

Автор признателен выдающимся российским ученым — А.В. Масалову, М.В. Федорову и А.С. Чиркину за беседы по проблемам квантовой оптики, которые помогли ему написать эту книгу.

Выражаю глубокую благодарность профессору физфака МГУ С.П. Кулику за разрешение пройти стажировку в его экспериментальной группе моим аспирантам (ныне — кандидатам наук) — Д.А. Калашникову и А.А. Калинкину по программам РФФИ «Мобильность молодых ученых».

Материал, вошедший в эту монографию, получен в ходе выполнения грантов РФФИ № 08-02-00032а, 11-02-00040а, 10-02-90000_Бел.а, 12-02-90000_Бел.а, а также по программам Президиума РАН «Квантовые мезоскопические и неупорядоченные системы» и ОФН РАН «Фундаментальная спектроскопия и ее применение».

Глава 1

НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ

Введение

В настоящее время стали обычными оптические эксперименты с использованием очень слабых световых пучков, детектирование которых осуществляется в режиме счета одиночных фотонов. Начало подобных методических экспериментов с использованием и детектированием таких слабых сигналов принято связывать с именами Р. Брауна и Р. Твисса [1], обнаружившими еще в 1956 году положительную корреляцию между числами фотонов в двух когерентных пучках света. В том же году Э. Парселл дал объяснение чрезмерно большим флуктуациям числа фотонов [2], основанное на модели волновых пакетов. Каждый из пакетов содержит один фотон и существует определенная вероятность того, что два таких пакета перекроются и будут интерферировать. В результате появится пакет с числом фотонов между 0 и 4, т. е. флуктуации плотности фотонов оказываются большими, а фотоны предпочитают «перемещаться» группами. Однако такая «классическая» модель оказалась недостаточной для объяснения других проявлений квантовой интерференции в оптических экспериментах, в частности, эффекта антигруппировки фотонов. Поэтому уже в конце шестидесятых годов прошлого века возникла насущная необходимость в развитии квантового подхода, основанного на измерениях различных корреляционных функций поля. Он изложен в ряде известных монографий [3, 4].

Существенный вклад в развитие квантовой оптики внес Д.Н. Клышко [5]. Одно из его достижений связано с явлением параметрической люминесценции, состоящим в том, что некоторые анизотропные кристаллы, облучаемые светом с длиной волны λ, переизлучают свет с бо́льшими длинами волн. Например, кристаллы ниобата или йодата лития, освещаемые аргоновым лазером ($\lambda = 500$ нм), испускают под определенным углом друг к другу два красных пучка света, причем частоты вторичных фотонов ν_1 и ν_2 связаны с частотой падающего света ν следующим образом $\nu_1 + \nu_2 = \nu$, а условие пространственного синхронизма имеет вид $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}$. С квантовой точки зрения параметрическая люминесценция объясняется распадом в нелинейном кристалле фотонов падающего излучения на пары фотонов с меньшей энергией. Как правило, в эксперименте реализуется ситуация, когда $\nu_1 = \nu_2$. Такие пары фотонов, коррелированные по моменту рождения, поляризации, направлению распространения и энергии, получили в дальнейшем название бифотонов.

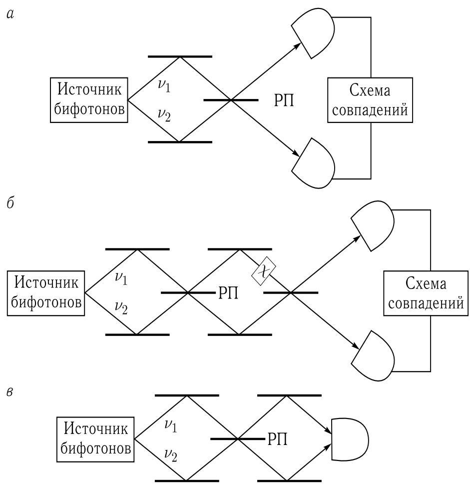

Рис. 1.1. Схемы интерферометров, в которых наблюдается двухфотонная интерференция: *а* — интерферометр Хонга–Оу–Манделя; *б* — интерферометр Маха–Цендера; *в* — схема квантовой литографии. Обозначения: РП — расщепитель пучков; χ — нелинейная среда

Одно из основных направлений исследований по квантовой оптике связано с изучением различных вариантов двухфотонной интерференции света [6], возникающей с участием бифотонов. Двухфотонная интерференция, в отличие от обычной интерференции интенсивностей, характеризуется 100 %-й видностью. Существует три основных схемы интерферометров, в которых наблюдается двухфотонная интерференция (рис. 1.1): интерферомер Хонга–Оу–Манделя [7–9], интерферометр Маха–Цендера [10–13] и схема квантовой литографии [14, 15]. В первом случае квантовая интерференция приводит к снижению вероятности совместного детектирования фотонов ниже уровня, ожидаемого при данных значениях скорости счета каждого фотодетектора. В частности, если в таком интерферометре используется

50 %-й светоделитель, то вероятность совместного детектирования обращается в ноль, хотя вероятности однофотонного детектирования не равны нулю. Эффект пропадает, если поле на входе такого интерферометра будет в когерентном состоянии: скорость совместного счета фотонов становится равной произведению скоростей однофотонного счета. Во втором случае (интерферометр Маха–Цандера) наблюдается зависимость совместного детектирования от разности хода между двумя плечами, которая не проявляется в однофотонном детектировании. Эффект будет максимальным в случае 50 %-х светоделителей: вероятность совместного детектирования будет меняться от 0 до 1 (100 %-я видность), в то время как вероятность однофотонного детектирования будет оставаться постоянной. Данный эффект пропадает, так же как и в случае интерферометра Хонга–Оу–Манделя, если на вход интерферометра подавать поле в когерентном состоянии. Наконец, использование бифотонов в схеме квантовой литографии приводит к возникновению интерференционной картины, интервал между максимумами которой равен $\lambda/4$, а не $\lambda/2$, как в обычной классической литографии (здесь λ — длина волны света в интерферирующих пучках).

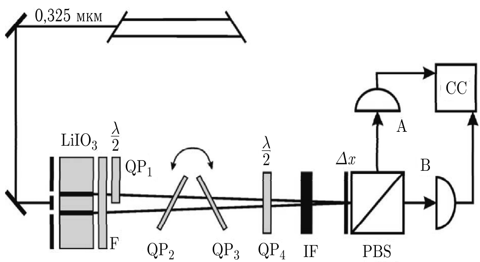

Рис. 1.2. Экспериментальная установка для наблюдения интерференции 4-го порядка в схеме Юнга [16]. Полуволновая пластинка QP$_1$ вносит исходную разность оптических путей 460 мкм для сигнальных полей, полученных 1-й и 2-й областями рассеяния и длиной когерентности 45 мкм. IF — ультрафиолетовый фильтр; Δx — фазовая пластина толщиной Δx

Интерференция четвертого порядка наблюдалась также и между независимыми бифотонами [16]. Соответствующая экспериментальная установка приведена на рис. 1.2. Особенность установки состоит в необходимости расположения регистрирующей аппаратуры в зоне дифракционного наложения бифотонных полей, излучаемых двумя областями рассеяния, как и при обычной интерференции 2-го порядка в схеме Юнга. В качестве накачки использовалось излучение He–Cd-лазера с одной поперечной модой, длиной волны 325 нм, мощностью 5 мВт и длиной когерентности 15 см. Непрозрачный экран с двумя щелями (размер каждой щели 130 мкм, расстояния между центрами щелей 330 мкм) помещался непосредственно перед кристаллом йодата лития [17] длиной 15 мм, вырезанного под углом 58° к оптической оси. Фильтр F (БС-8), установленный после этого кристалла, поглощал накачку и пропускал излучение видимого диапазона (650 нм). При синхронизме первого типа, реализованного в данном случае, поляризации рассеянного излучения в сигнальных и холостых модах [3] совпадали, так что на выходе кристалла имелись два пучка бифотонов одинаковой горизонтальной поляризации. Для проверки вида корреляционной функции использовался интерферометр Брауна–Твисса с поляризационным светоделителем PBS. Относительное изменение фаз излучения из двух областей взаимодействия осуществлялось с помощью четырех фазовых пластин QP. Первая пластина $\lambda/2$ (обозначенная как QP_1) помещалась непосредственно за кристаллом в один из бифотонных пучков так, чтобы повернуть его поляризацию на 90° (вертикально). Две другие пластины QP_2 и QP_3 (толщиной 820 мкм) были вырезаны из кристаллического кварца и служили для плавного сдвига фаз между пучками. Четвертая пластина $\lambda/2$ (обозначенная как QP4) поворачивала поляризацию обоих пучков на 45°, так что каждый из детекторов A и B, помещенных после поляризационного светоделителя, регистрировал вклад от обеих поляризаций. Импульсы с ФЭУ поступали на схему совпадений CC с временем разрешения 1,9 нс. В данном эксперименте видность интерференционной картины была равна 85%, и было показано, что фаза интерференции определяется длиной волны накачки и не требует выравнивания оптических путей для излучения из разных областей.

Кроме двухфотонной интерференции большой интерес вызывают также различные аналоги однофотонных когерентных явлений: двухфотонная дифракция, двухфотонная голография и т. д. В целом можно говорить о развитии в последнее время нового научного направления — «двухфотонной оптики» [18]. В частности, проблема двухфотонной голографии интенсивно разрабатывается в настоящее время А.К. Ребане с коллегами [19], которые осуществили запись двухфотонной пространственно-временно́й динамической решетки на полимере, легированном молекулами красителя.

1.1. Базис собственных состояний

В этом параграфе мы будем следовать монографии [20]. Состояние представляет полное описание физической системы. Согласно одной из аксиом квантовой механики, состояние описывается комплексным вектором в гильбертовом пространстве. Элементы этого пространства называются «bra» и «ket» и обозначаются, например, как $\langle\varphi|$ и $|\psi\rangle$, причем для векторов определено скалярное произведение $\langle\varphi|\psi\rangle$, которое также является комплексным числом, обладающим свойствами: а) неотрицательностью, т. е. $\langle\psi|\psi\rangle > 0$; б) линейностью:

$\langle\varphi|(\alpha|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle) = \alpha\langle\varphi|\psi_1\rangle + \beta\langle\varphi|\psi_2\rangle$; в) комплексным сопряжением: $\langle\varphi|\psi\rangle^* = \langle\psi|\varphi\rangle$, что означает: $|\psi\rangle^* = \langle\varphi|$. Два вектора называются *ортогональными*, если их скалярное произведение равно нулю: $\langle\varphi|\psi\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle = 0$. Для описания состояния физической системы используют представление векторов с единичной нормой. Например, если $|\psi\rangle$ является вектором состояния, то его норма $\langle\psi|\psi\rangle = 1$ (равна единице). Тогда, получается, что состояние физической системы определено с точностью до фазового множителя, т.е. пара векторов $|\psi\rangle$ и $\exp(i\alpha)|\psi\rangle$ характеризует одно и то же состояние.

Для квантовой системы справедлив *принцип суперпозиции* состояний. Тогда система, имеющая два состояния $|\psi_1\rangle$ и $|\psi_2\rangle$, может находиться в суперпозиционном состоянии:

$$|\varphi\rangle = \alpha|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle, \tag{1.1.1}$$

откуда из условия нормировки $\langle\varphi|\varphi\rangle = 1$ получаем: $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

Наблюдаемыми называются величины, которые описывают физическую систему. В качестве примера укажем импульс (p) и координату (q), называемые также *обобщенными* импульсом и координатой, из которых строятся все другие динамические переменные. Они являются канонически сопряженными переменными. Для световой волны роль канонических координаты и импульса играют амплитуда и фаза. Еще одна аксиома квантовой механики звучит так: наблюдаемые описываются *линейными эрмитовыми операторами*. Эти операторы проводят отображение в гильбертовом пространстве $\mathrm{A} : |\psi\rangle \to |\varphi\rangle$ и ставят в соответствие одному вектору другой. При этом линейность означает, что $\mathrm{A}(\alpha|\psi_1\rangle + \beta|\psi_2\rangle) = \alpha\mathrm{A}|\psi_1\rangle + \beta\mathrm{A}|\psi_2\rangle$, причем оператор A^+ является сопряженным к A, если $(\langle\varphi|\mathrm{A}|\psi\rangle)^* = (\langle\psi|\mathrm{A}^+|\varphi\rangle)$. Оператор носит название эрмитового или самосопряженного, если $\mathrm{A} = \mathrm{A}^+$. В квантовой теории важно, в каком порядке операторы располагаются друг относительно друга, поскольку зачастую операторы не коммутируют друг с другом. В этом случае под коммутатором двух операторов A и B понимают величину: $[\mathrm{A}, \mathrm{B}] = \mathrm{AB} - \mathrm{BA}$. Примером оператора может служить конструкция из двух векторов; в частном случае возникает эрмитов оператор $\mathrm{P} = |\psi\rangle\langle\psi| = 1$. Если $\mathrm{P} = \langle\psi|\psi\rangle = 1$, то справедливо: $\mathrm{P} = \mathrm{P}^+$ и $\mathrm{P}^2 = \mathrm{P}$. Такой оператор получил название *проекционного*.

Если действие оператора на вектор сводится к перемножению вектора на число, то такой вектор получил название *собственного*, а само число называется *собственным числом*. Вообще оператор может иметь набор собственных векторов и чисел:

$$\mathrm{A}|a_k\rangle = a_k|a_k\rangle, \tag{1.1.2}$$

где $|a_k\rangle$ и a_k — собственные векторы и собственные числа оператора A. Они устанавливают связь между операторами, которые описывают наблюдаемые, и числами, которые измеряют в эксперименте.

Для эрмитова оператора, описывающего наблюдаемую, справедливо важное свойство: собственные векторы эрмитового оператора образуют полный ортогональный *базис*, а его собственные числа вещественны. Пусть $\mathrm{A} = \mathrm{A}^{+}$ и $\mathrm{A}|a_k\rangle = a_k|a_k\rangle$; в этом случае собственные числа вещественны, т. е. $a_k = a_k^*$, а набор собственных векторов $|a_k\rangle$ образует базис, условие полноты которого имеет вид

$$\sum_k |a_k\rangle\langle a_k| = \widehat{1}, \tag{1.1.3}$$

где $\widehat{1}$ — единичная матрица.

Заметим, что собственные векторы ортогональны и, в принципе, могут быть нормированными, т. е. $\langle a_k|a_m\rangle = \delta_{km}$, где δ_{km} — символ Кронекера.

Физическую систему с двумя состояниями называют двухуровневой, а ее базисные состояния нередко обозначают как $|0\rangle$ и $|1\rangle$, причем условие полноты записывается в виде

$$|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1| = \widehat{1}. \tag{1.1.4}$$

Эрмитовый оператор всегда порождает базис и описывает физическую величину или наблюдаемую, которая может быть измерена в эксперименте. Нередко исследователи рассматривают наблюдаемую в качестве базиса, составленного из проекционных операторов: $\mathrm{P}_k = |p_k\rangle\langle p_k|$, для которого выполнено условие полноты $\sum\limits_k \mathrm{P}_k = \widehat{1}$.

Отметим, что вектор может быть разложен по осям координат или по базису [20]. В обычном трехмерном эвклидовом пространстве орты направлены вдоль осей координат. Аналогично делается для векторов из гильбертова пространства. Пусть набор векторов $|a_k\rangle$ образует полный ортогональный базис, т. е. $\sum\limits_k |a_k\rangle\langle a_k| = \widehat{1}$ и $\langle a_k|a_m\rangle = \delta_{km}$. По такому базису раскладываются векторы и операторы. Так, для произвольного вектора $|\psi\rangle$ из гильбертова пространства такое разложение имеет вид

$$|\psi\rangle = \sum_k \psi_k|a_k\rangle, \tag{1.1.5}$$

а скалярное произведение записывается в виде $\langle a_k|\psi\rangle = \psi_k$. Разложение оператора B по базису приобретает следующий вид:

$$\mathrm{B} = \sum_{k,p} |a_k\rangle\langle a_p|\mathrm{B}_{kp}, \tag{1.1.6}$$

где использовано обозначение: $\mathrm{B}_{kp} = \langle a_k|\mathrm{B}|a_p\rangle$. Разложение (1.1.6) можно записать и в другом виде:

$$\mathrm{B} = \sum_{k,p} |k\rangle\langle k|\mathrm{B}|p\rangle\langle p|. \tag{1.1.7}$$

Если же векторы $|a_k\rangle$ являются собственными векторами для оператора A, т.е. $\mathrm{A}|a_k\rangle = a_k|a_k\rangle$, то разложение оператора A в собственном базисе имеет вид

$$\mathrm{A} = \sum_k |a_k\rangle a_k \langle a_k| \tag{1.1.8}$$

и было названо *спектральным представлением оператора* [20].

И, наконец, несколько предложений о квантовом измерении. Получить информацию о системе можно только путем измерения. Числовым значением исхода измерения наблюдаемой A является собственное число a_k. Вероятность исхода a_k при измерении системы в состоянии $|\psi\rangle$ равна

$$\mathrm{Prob}\,(a_k) = |\langle a_k|\psi\rangle|^2. \tag{1.1.9}$$

Если же получен исход a_k, то квантовая система перейдет в следующее состояние

$$|\psi\rangle \to |a_k\rangle \frac{\langle a_k|\psi\rangle}{\sqrt{|\langle a_k|\psi\rangle|^2}}. \tag{1.1.10}$$

Согласно выдающемуся физику-теоретику П. Дираку: «Измерение всегда приводит квантовую систему к прыжку в собственное состояние динамической переменной, которая измеряется».

1.2. Фоковские состояния

В этом параграфе мы будем следовать монографии Л. Манделя и Э. Вольфа [3]. При описании электромагнитного поля в квантовой теории динамическим переменным сопоставляются операторы гильбертова пространства, которые не обязательно коммутируют друг с другом. Согласно квантовой механике каждая пара канонически сопряженных операторов имеет отличный от нуля коммутатор «$i\hbar$». Во многих случаях вместо действительных динамических переменных или эрмитовых операторов (например, операторы $\mathrm{q}_{\overline{k}s}(t)$ и $\mathrm{p}_{\overline{k}s}(t)$) удобнее всего ввести неэрмитовы операторы рождения $\mathrm{A}^{+}_{\overline{k}s}$ и уничтожения $\mathrm{A}_{\overline{k}s}$. Показано, что гамильтониан квантованного поля излучения может быть записан в виде

$$\mathrm{H} = \sum_{\overline{k}} \sum_s \hbar\omega \left[\mathrm{A}^{+}_{\overline{k}s}(t)\mathrm{A}_{\overline{k}s}(t) + \frac{1}{2}\right], \tag{1.2.1}$$

где ω — частота. Следуя [3], в случае сильных возбуждений вторым членом в (1.2.1) можно пренебречь по сравнению с первым членом, и тогда гамильтониан (1.2.1) будет иметь следующий вид:

$$\mathrm{H} = \sum_{\overline{k}} \sum_s \hbar\omega \mathrm{A}^{+}_{\overline{k}s}(t)\mathrm{A}_{\overline{k}s}(t). \tag{1.2.2}$$

Отметим, что эрмитов оператор $\mathrm{A}^{+}_{\overline{k}s}\mathrm{A}_{\overline{k}s}$ имеет в квантовой теории особое значение и в дальнейшем будет обозначаться как оператор $\mathrm{N}_{\overline{k}s}$, а его спектр представляет собой множество целых чисел: $0, 1, 2, \ldots$ и т. д. Пусть $n_{\overline{k}s}$ является собственным значением оператора $\mathrm{N}_{\overline{k}s}$, а $|n_{\overline{k}s}\rangle$ — соответствующее нормированное собственное состояние. Тогда

$$\mathrm{N}_{\overline{k}s}|n_{\overline{k}s}\rangle = n_{\overline{k}s}|n_{\overline{k}s}\rangle. \tag{1.2.3}$$

Поскольку $\mathrm{N}_{\overline{k}s}$ — эрмитов оператор, то число $n_{\overline{k}s}$ является действительным. Оператор $\mathrm{N}_{\overline{k}s}$ известен как оператор числа частиц $\overline{k}, s$-моды. До сих пор мы предполагали, что мода одна. Все операторы $\mathrm{N}_{\overline{k}s}$ формируют полный набор коммутирующих наблюдаемых для поля. Поскольку операторы, соответствующие различным $\overline{k}, s$-модам, действуют на различных подпространствах гильбертова пространства, то мы сможем сформировать вектор состояния, характеризующий поле в целом, как прямое произведение векторов состояния $|n_{\overline{k}s}\rangle$ по всем модам:

$$\prod_{\overline{k},s} |n_{\overline{k}s}\rangle. \tag{1.2.4}$$

Такое состояние известно как *фоковское состояние* поля излучения, которое характеризуется бесконечным множеством чисел заполнения: $n_{k_1 s_1}$, $n_{k_2 s_2}, \ldots$ для всех мод. Воспользуемся обозначением $\{n\}$ для множества всех n_{ks}. Тогда

$$|\{n\}\rangle = \prod_{\overline{k},s} |n_{\overline{k}s}\rangle, \tag{1.2.5}$$

т. е. фоковское состояние $|\{n\}\rangle$ является собственным состоянием оператора числа частиц $\overline{k}, s$-моды:

$$\mathrm{N}_{ks}|\{n\}\rangle = n_{\overline{k}s}|\{n\}\rangle. \tag{1.2.6}$$

Следуя [3], определим оператор полного числа частиц N как сумму $\mathrm{N}_{\overline{k}s}$ по всем модам:

$$\mathrm{N} = \sum_{\overline{k},s} N_{\overline{k}s}. \tag{1.2.7}$$

Тогда имеем: $\mathrm{N}|\{n\}\rangle = \left(\sum\limits_{\overline{k},s} n_{\overline{k}s}\right)|\{n\}\rangle = n|\{n\}\rangle$, т. е. фоковское состояние $|\{n\}\rangle$ является также собственным состоянием оператора N, а собственное значение представляет собой полное число заполнения n.

Состояние $|\{0\}\rangle$, для которого все числа заполнения равны нулю, известно как вакуумное состояние $|\mathrm{vac}\rangle$. Любое фоковское состояние можно получать путем неоднократного действия оператором рождения $\mathrm{A}^{+}_{\overline{k}s}$ на вакуумное состояние. Поскольку энергия поля, определяемая выражением (1.2.2), представляет собой линейную комбинацию