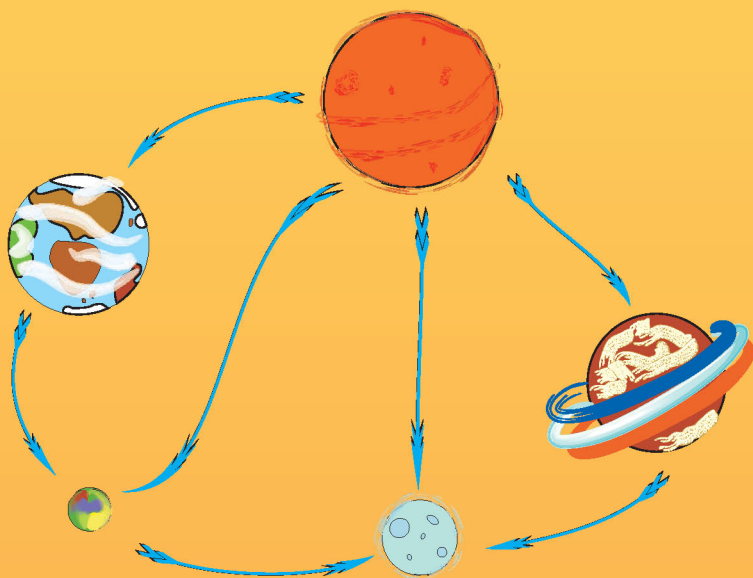


В. М. Гуровиц

В. В. Ховрина

Графы



Школьные
Математические
Кружки

УДК 519.17

ББК 22.176

Г95

Гуровиц В. М., Ховрина В. В.

Графы

Электронное издание

М.: МЦНМО, 2017

32 с.

ISBN 978-5-4439-2338-3

Вторая брошюра серии ШКОЛЬНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ КРУЖКИ посвящена графам. В ней приведены четыре занятия по этой теме, в которых подобран материал для начального знакомства с графами, адресованный школьникам 6–8 классов и руководителям кружков. Несмотря на то, что в школьном курсе математики термин «граф» отсутствует, авторам представляется важным познакомить школьников с этими объектами, научить оперировать соответствующими терминами и использовать их при решении задач.

В дальнейшем предполагается выпустить еще несколько брошюр, в которых эта тема будет развиваться для старших школьников.

Надеемся, что книжка будет интересна также учителям математики, студентам педагогических вузов и всем, кто занимается со школьниками.

Подготовлено на основе книги: *В. М. Гуровиц, В. В. Ховрина. Графы.* — 5-е изд., стереотип. — М.: МЦНМО, 2016. — ISBN 978-5-4439-0663-8.

Издательство Московского центра

непрерывного математического образования

119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11. Тел. (499) 241-08-04

<http://www.mcsme.ru>

ISBN 978-5-4439-2338-3

© МЦНМО, 2017

Оглавление

Предисловие	3
Занятие 1. Знакомство с графами. Степень вершины.....	5
Занятие 2. Двудольные графы. Лемма о рукопожатиях.....	12
Занятие 3. Основные понятия. Обходы.....	16
Занятие 4. Деревья.....	22
Разные задачи.....	27
Ответы и указания.....	29
Приложение: формальные определения.....	30
Список литературы и web-ресурсов	31

Занятие 1

Знакомство с графами. Степень вершины

Цель данного занятия познавательная: дать ребятам представление о графах, показать на примерах, в каких типах задач они используются, и продемонстрировать, как правильно записать решение с их помощью.

Занятие состоит из двух частей: в первой части предлагаются задачи, в которых требуется лишь изобразить описанную в условии ситуацию в виде графа и сделать вывод на основании рисунка. Решение подобных задач демонстрируется на примерах.

Вторая часть посвящена понятию *степень вершины* и простейшим утверждениям о степенях вершин. Здесь разбираются соответствующие определения, демонстрируются примеры и приводятся задачи на подсчёт рёбер.

Изображения графов

Пример 1. В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи Иван и Антон, Максим сосед Ивану и Сергею, Виктор — Диме и Никите, Евгений — сосед Никиты, а больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий участок забора). Может ли Пётр огородами пробраться к Никите за яблоками?

Ответ: нет, не может.

Решение. Выпишем имена мальчиков и соединим соседей линиями:

Сергей — Максим — Иван — Пётр — Антон

Дима — Виктор — Никита — Евгений

Основная идея, которую нужно продемонстрировать при обсуждении данной задачи: рисунок помогает решению.

Пример 2. В трёх вершинах пятиугольника расположили по фишке (см. рис. 1а). Разрешается двигать их по диагонали в свободную вершину. Можно ли такими действиями добиться того,

чтобы одна из фишек вернулась на первоначальное место, а две другие поменялись местами (см. рис. 16)?

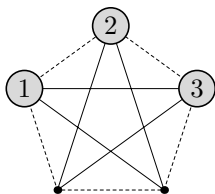


Рис. 1а

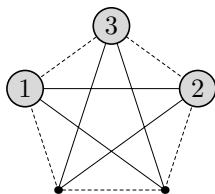


Рис. 1б

Ответ: нет, нельзя.

Решение. Заметим, что диагонали пятиугольника образуют один замкнутый *цикл*. Представим себе, что фишки — это пуговицы, нанизанные на нитку (см. рис. 1в). Ясно, что если двигать пуговицы по нитке, то поменять местами две пуговицы нельзя.

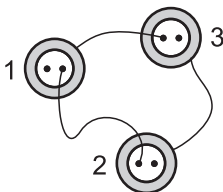


Рис. 1в

Этот пример повторяет ту же идею: изобразить ситуацию из условия задачи на рисунке, но демонстрирует более изощренные рассуждения.

Определение 1. *Графом* называется конечное множество точек, некоторые из которых соединены линиями. Точки называются вершинами графа, а соединяющие линии — рёбрами. (Каждое ребро соединяет ровно две вершины.)

Примерами графов могут служить: любая карта дорог, схема метро, электросхема, чертёж прямоугольника и т. д.

Здесь стоит нарисовать несколько примеров графов, обратить внимание на то, что граф может быть несвязным (состоять из нескольких «частей»), которые называют *компонентами связности*, и даже могут присутствовать вершины, из которых не исходит ни одного ребра (*изолированные вершины*).