



**МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**РЕДАКЦИОННЫЙ
С О В Е Т**

**Председатель
Л.А. ПУЧКОВ**

**Зам. председателя
Л.Х. ГИТИС**

**Члены редсовета
И.В. ДЕМЕНТЬЕВ**

А.П. ДМИТРИЕВ

Б.А. КАРТОЗИЯ

М.В. КУРЛЕНЯ

В.И. ОСИПОВ

Э.М. СОКОЛОВ

К.Н. ТРУБЕЦКОЙ

В.В. ХРОНИН

В.А. ЧАНТУРИЯ

Е.И. ШЕМЯКИН

**ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**ректор МГГУ,
чл.-корр. РАН**

**директор
Издательства МГГУ**

академик РАЕН

академик РАЕН

академик РАЕН

академик РАН

академик РАН

академик МАН ВШ

академик РАН

профессор

академик РАН

академик РАН

ВЫСШЕЕ ГОРНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

В.А. Букринский

**ГЕОМЕТРИЗАЦИЯ
НЕДР**

ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС

Допущено Учебно-методическим объединением вузов Российской Федерации по образованию в области горного дела в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Маркшейдерское дело» направления подготовки дипломированных специалистов «Горное дело»

МОСКВА

**ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА**

2 0 0 4



УДК 622.1
ББК 33.12
Б 90

Экспертиза проведена Учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Российской Федерации по образованию
в области горного дела (гриф выдан 27. 02.2004 г., письмо № 51-41/6)

Книга соответствует «Гигиеническим требованиям к изданиям книжным для
взрослых. СанПин 1.2.1253—03», утвержденным Главным государственным
санитарным врачом России 30 марта 2003 г.

Рецензенты:

- кафедра геодезии Российского университета дружбы народов
(зав. кафедрой *Б.И. Бузинов*);
- д-р техн. наук, проф. *Е.П. Тимофеев* (зав. кафедрой геодезии
и геологии Кабардино-Балкарской государственной
сельскохозяйственной академии)

Букринский В.А.

Б 90

Геометризация недр. Практический курс: Учебное пособие
для вузов. — М.: Издательство Московского государственного
горного университета, 2004. — 333 с.: ил.

ISBN 5-7418-0263-X (в пер.)

Приведены 250 задач по всем разделам программы дисциплины
«Геометрия недр», решение которых дает возможность: освоить современ-
ные методы математико-статистической и графической обработки резуль-
татов измерений; выработать умение применять проекции при геометриза-
ции горно-геометрических объектов и приемы геометризации разнообраз-
ных форм залежей, складчатых и разрывных структур, трещиноватости
массива горных пород и условий их залегания. Кроме того, эти методы по-
зволяют выявлять закономерности размещения полезных и вредных ком-
понентов, осуществлять прогнозирование их на соседние участки, подсчи-
тывать добычу, потери, изменение запасов полезных ископаемых при их
разработке, выполнять некоторые задачи детальной разведки и горной тех-
нологии геометрическими методами.

В.А. Букринский — д-р техн. наук, профессор кафедры маркшей-
дерское дело, лауреат премии «Золотое перо горняка» — 2003.

Для студентов вузов, обучающихся по специальности «Марк-
шейдерское дело» направления подготовки дипломированных специали-
стов «Горное дело».

УДК 622.1
ББК 33.12

ISBN 5-7418-0263-X

© В.А. Букринский, 2004
© Издательство МГГУ, 2004
© Дизайн книги. Издательство
МГГУ, 2004

ПРЕДИСЛОВИЕ

Геометризация недр — это методические основы горной науки — Геометрии недр. Недра познают путем непосредственных или косвенных измерений показателей, характеризующих форму, свойства (качество) и процессы. Результаты измерений выражают числами. Пространственные изменения численных значений показателей недр, не всегда выражаемые аналитически, наилучшим образом представляются геометрически. В результате геометрической увязки численных значений выявляют закономерности их изменений, строят геометрическую модель показателей недр, используя компьютерную технологию в вычислениях и графических построениях. Такая модель служит основой рационального недропользования. Поэтому задачи и программы для компьютерных решений должны быть предварительно осмыслены, а полученные результаты истолкованы и оценены в соответствии с данной стадией освоения недр, на что и направлено содержание практического курса.

В книге отражен многолетний опыт проведения учебных занятий по дисциплине «Геометрия недр» кафедры «Маркшейдерское дело и геодезия» Московского государственного горного университета.

Успешное освоение этой дисциплины невозможно без самостоятельного решения ряда задач из каждого ее раздела, это помогает учащемуся разобраться и вникнуть в существо отдельных теоретических положений дисциплины.

В практическом курсе приведено 250 задач, сгруппированных по разделам программ дисциплины «Геометрия недр» государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

Многие задачи сопровождаются методическими рекомендациями. Есть задачи индивидуализированные, включающие в себя элементы научно-исследовательской работы, они могут войти в задания на курсовое проектирование.

Расчеты и графические построения рекомендуется выполнять на персональных компьютерах с использованием как стандартных, так и вновь составляемых программ.

В ПЕРВОЙ главе приведены задачи на изображение объектов в проекциях с числовыми отметками, в стереографических, аффинных, аксонометрических и векторных проекциях. Эта глава содержит наибольшее количество задач, решение которых способствует развитию у студента пространственного воображения, прививает навыки в метрическом изображении на плоскости элементов, характеризующих пространственные объекты, позволяет выработать приемы определения необходимых величин по метрическим изображениям объектов. Здесь же приведены примеры математических действий с изображениями поверхностей топографического вида.

ВО ВТОРОЙ главе даны задачи и примеры математической, статистической и геометрической обработки результатов измерений горно-геологических показателей, выявления закономерностей их размещения и корреляции между ними, а также определения их изменчивости и сложности месторождений.

В ТРЕТЬЕЙ главе приведены задачи на определение элементов залегания по данным разведочных выработок, координат точек пересечения скважин с залежью. Даны задачи на геометризацию формы залежи по данным разведки, на определение геометрических элементов пликативных и дизъюнктивных нарушений в залегании горных пород и на геометризацию отдельных участков залежей, осложненных нарушениями. Сюда включены задачи, связанные с поисками смещенной части залежи и заданием выработки на смещенную часть.

В ЧЕТВЕРТОЙ главе приведены задачи на геометризацию свойств вещества залежи по данным разведки и эксплуатации. Это комплексные задачи, которые включают в себя элементы ранее приведенных задач, в том числе на геометризацию формы и прогнозирование параметров залежи на соседние участки. Выполнение этих задач может быть поручено бригаде студентов (3—4 чел). Каждый член бригады обрабатывает данные по какой-либо разведочной единице. По результатам обработки составляют геометрической план всей залежи, представляемый бригадой.

В ПЯТОЙ главе даны задачи на определение площадей, объемов и запасов полезных ископаемых различных форм залегания по данным детальной и эксплуатационной разведок. Здесь же приведены примеры и задачи по учету добычи, потерь и движения запасов при их разработке.

ШЕСТАЯ глава включает в себя задачи на определение плотности разведочной сети, опробования, расположения разведочных выработок на основе прогнозов формы и условий залегания рудных тел. Приведены задачи на определение рационального места доставки грузов из n пунктов и определение наивыгоднейшего места заложения ствола рудника. Даны также задачи по горной квалиметрии — планированию горных работ с добычей и поставкой потребителю руды заданного качества.

ГЛАВА 1

ПРОЕКЦИИ
ГЕОМЕТРИЗАЦИИ НЕДР

1.1. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

Чтобы изобразить точку, прямую или любой объект по их координатам, необходимо на плоскость проекции нанести систему координат и указать масштаб изображения.

В проекциях с числовыми отметками точку по двум ее координатам наносят на картинную плоскость, а ее третью координату подписывают у проекции этой точки в виде числовой отметки (высоты).

Прямая имеет определенное положение в пространстве и может быть изображена в проекциях с числовыми отметками, если известны: 1) координаты двух точек прямой; 2) координаты одной точки, направление прямой — дирекционный угол (азимут) и угол наклона прямой к горизонту.

Положение плоскости в пространстве и ее изображение на плане определяют: 1) три точки, не лежащие на одной прямой; 2) прямая линия и точка, не лежащая на этой прямой; 3) две пересекающиеся прямые, в частном случае — линия простираения и линия падения; 4) две параллельные прямые; 5) прямая линия, являющаяся линией наибольшего ската данной плоскости.

Поверхность в проекциях с числовыми отметками изображают изолиниями — проекциями линий пересечения этой поверхности плоскостями, параллельными плоскости проекции и равноотстоящими друг от друга. Вид изолиний зависит от формы поверхности, ее сложности и расположения относительно плоскости проекции.

Определение положения прямых в пространстве непосредственно связано с решением прямой и обратной геодезических задач, которые в маркшейдерии рассматриваются в трехмерном пространстве координат x, y, z .

Прямая задача. Даны координаты x_N, y_N, z_N начала вектора $\overline{NK}$, направление $\alpha(NK)$, угол наклона $\delta(NK)$ к горизонту и длина вектора $\overline{NK} = L$. Требуется определить координаты x_K, y_K, z_K конца вектора.

$$x_K = x_N + L \cos \delta \cos \alpha,$$

$$y_K = y_N + L \cos \delta \sin \alpha,$$

$$z_K = z_N - L \sin \delta.$$

Обратная задача. Даны координаты начала x_N, y_N, z_N и конца x_K, y_K, z_K вектора $\overline{NK}$. Требуется определять направление вектора α , угол наклона δ , горизонтальное проложение l и длину $L = \overline{NK}$.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_K - y_N}{x_K - x_N},$$

$$l = \frac{\Delta x}{\cos \alpha} = \frac{\Delta y}{\sin \alpha} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2},$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\Delta z}{l} = \frac{z_K - z_N}{l},$$

$$L = \frac{l}{\cos \delta} = \frac{\Delta z}{\sin \delta} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}.$$

1.1.1. Проекции точек, прямых и их взаимное положение

Прямую на плане (графике) изображают в градуированных отметках. Градуированием прямой называют нахождение на проекции прямой точек с целочисленными отметками, кратными выбранному сечению. Графическое градуирование производят с помощью трафарета или по способу профиля.

Точки с целочисленными отметками на проекции прямой есть проекции точек пересечения прямой с плоскостями, параллельными плоскости проекции и отстоящими друг от друга на расстоянии, равном высоте сечения.

Разность целочисленных отметок двух соседних точек градуированной проекции прямой называют высотой сечения или сечением прямой (h).

Длину проекции отрезка прямой, разность отметок на концах которого равна единице сечения, называют заложением прямой (a).

Уклоном (i) прямой линии называют тангенс угла наклона прямой к плоскости проекции

$$i = \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{a}.$$

При данном сечении уклон прямой есть величина, обратная заложению.

Взаимное положение прямой и точки

1. Точка лежит на прямой, если проекция точки, совпадает с проекцией прямой и имеет общую с прямой отметку.

2. Точка не лежит на прямой, если: а) проекция точки не совпадает с проекцией прямой, б) проекция точки совпадает с проекцией прямой, но данная точка и точка на прямой имеют разные отметки.

Чтобы по плану определять кратчайшее расстояние между прямой и точкой вне прямой необходимо через точку и прямую провести плоскость. Найти смещенное, т.е. параллельное плоскости проекции положение этой плоскости, повернув ее вокруг одной из ее горизонталей. Измерить расстояние от точки до прямой по нормали (опустить из точки перпендикуляр на смещенную прямую) в масштабе графика.

Если проекция точки совпадает с проекцией прямой, то непосредственно по плану можно определять лишь расстояние по вертикали между ними, равное разности отметок совпадающих проекций.

Взаимное положение прямых

Прямые в пространстве: 1) параллельны, 2) пересекаются (частный случай — взаимно перпендикулярны), 3) скрещиваются (не параллельны и не пересекаются).

У параллельных прямых проекции параллельны, заложения равны, направление возрастания отметок одинаково.

Пересекающиеся в пространстве прямые изображаются пересекающимися проекциями. Точка пересечения прямых имеет одну общую для обеих прямых отметку.

Если пересекающиеся прямые лежат в одной профильной плоскости, то проекции прямых сливаются.

Прямые в пространстве скрещиваются, если проекции прямых пересекаются, но в точке пересечения имеют разные от-

метки; если проекции прямых параллельны, но имеют разные заложения, или имеют одинаковое заложение, но возрастание отметок идет в разные стороны.

Определение истинных расстояний между параллельными прямыми и истинных углов между пересекающимися прямыми производят на плоскости, которую проводят через них и совмещают ее с плоскостью проекции или параллельной ей.

Пример 1.1

На плане (рис. 1.1) даны три точки a_{30} , b_{57} , c_{10} . Требуется определить в образовавшемся треугольнике истинные значения его углов и длин сторон.

Решение может быть выполнено двумя способами: а) построение по точкам плоскости в горизонталях и совмещение ее горизонталей с плоскостью проекции, путем вращения плоскости вокруг горизонтали, например, 30 (см. рис. 1.1, а). Совмещенные горизонталы показаны штрих-линиями. Переноса исходные точки по нормали к оси вращения на соответствующие их отметкам горизонтали, находят точки a_{30} , b_{57}^{30} , c_{10}^{30} , соединив которые получают треугольник с истинными углами и сторонами в масштабе графика; б) определение совмещенного положения каждой точки (см. рис. 1.1, б). Для этого проводят одну из горизонталей плоскости, например, с отметкой 30. Эту гори-

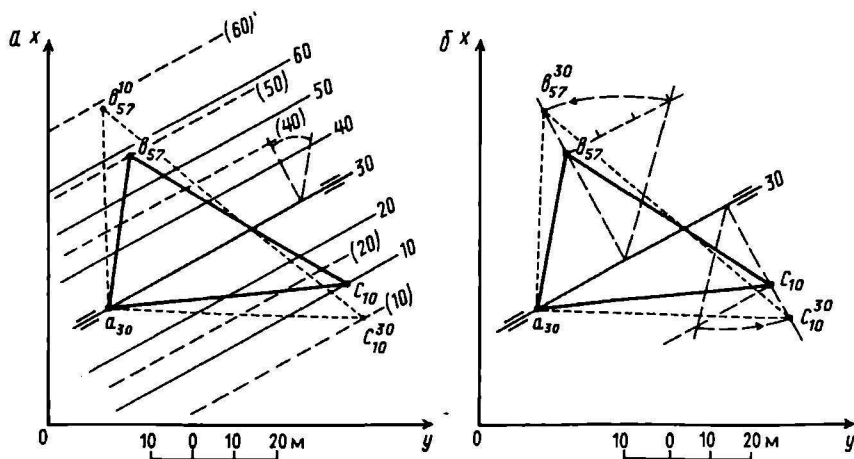


Рис. 1.1. Определение истинных значений углов и длин сторон треугольника a_{30} , b_{57} , c_{10} методом совмещения плоскости (а) и точек b_{57} и c_{10} (б)

горизонталь принимают за ось вращения и находят совмещенные положения точек, не лежащих на этой оси. Для этого необходимо из этой точки опустить перпендикуляр на ось вращения и от оси вращения на перпендикуляре отложить отрезок, равный гипотенузе прямоугольного треугольника, у которого один катет — расстояние от данной точки до оси вращения, а второй — отрезок, равный разности отметок этой точки и оси вращения в масштабе чертежа. Точки a_{30}^{30} и c_{10}^{30} являются совмещенными с горизонтальной плоскостью, имеющей отметку 30. В треугольнике $a_{30} b_{57}^{30} c_{10}^{30}$ величины углов и сторон (в масштабе чертежа) являются истинными.

Проекции точек, прямых и их взаимное положение

Задача 1.1

Даны две точки $A(30; 25; 82)$ и $B(50; 65; 115)$, принадлежащие одной прямой.

Требуется: 1) изобразить прямую на плане в масштабе $1 : 1000$ в проекции с числовыми отметками; 2) проградуйровать прямую через 5 м аналитическим методом.

Задача 1.2

Изобразить в проекции с числовыми отметками прямую на плане в масштабе $1 : 5000$, если ее две точки C и D имеют следующие координаты:

$$x_c = 350, \quad y_c = 125, \quad z_c = 170;$$

$$x_d = 150, \quad y_d = 125, \quad z_d = 225.$$

Задача 1.3

Изобразить на плане в масштабе $1 : 2000$ в проекции с числовыми отметками отрезок прямой AB , если координаты его конечных точек, следующие:

$$x_a = 230, \quad y_a = 32, \quad z_a = 145,3;$$

$$x_b = 150, \quad y_b = 350, \quad z_b = 225.$$

Прямую проградуйровать через 1 м с помощью графареа.

Задача 1.4

Изобразить на плане в масштабе 1 : 1000 в проекции с числовыми отметками прямую по координатах двух ее точек *M* и *K*:

$$x_m = 7412, \quad y_m = 3055, \quad z_m = 163;$$

$$x_k = 7105, \quad y_k = 3550, \quad z_k = -82.$$

Прямую проградуйровать через 50 м с помощью трафарета.

Задача 1.5

Изобразить в проекции с числовыми отметками на вертикальную плоскость *XOZ* в масштабе 1 : 500 отрезок прямой *EF* по координатам конечных его точек:

$$x_e = 125, \quad y_e = 73, \quad z_e = 258;$$

$$x_f = 155, \quad y_f = 128, \quad z_f = 274.$$

Найти ступенчатые точки с отметками, кратными 10 м.

Задача 1.6

Изобразить в проекции с числовыми отметками на вертикальную плоскость *YOZ* в масштабе 1 : 1000 прямую *CD* по координатам ее точек:

$$x_c = -12, \quad y_c = 125, \quad z_c = 32;$$

$$x_d = 23, \quad y_d = 170, \quad z_d = -54.$$

Найти на проекции прямой ступенчатые точки с отметками, кратными 5 м.

Задача 1.7

Дана прямая *CD*: координаты точки *C* (50, 100, 65), азимут (*CD*) = 55°, угол наклона (падения) $\delta = 30^\circ$.

Требуется построить на плане в масштабе 1 : 5000 проекцию этой прямой и проградуйровать ее через 25 м.

Задача 1.8

Дана прямая *EF*: координаты точки *E* (325, 130, 72,2), дирекционный угол (*EF*) = 30° и уклон $i = 0,01$.

Требуется изобразить прямую на плане в масштабе 1 : 5000 и проградуйровать ее через 0,5 м.

Задача 1.9

Изобразить на плане в масштабе 1 : 2000 в проекции с числовыми отметками прямую AB , если известны: 1) координаты точки A : $x_a = 340$, $y_a = 135$, $z_a = 17,0$; 2) дирекционный угол прямой (AB) = 320° ; 3) угол наклона прямой к горизонту $\delta = -45^\circ$.

Требуется проградировать прямую через 20 м.

Задача 1.10

По условию задачи 1.7 изобразить прямую CD в проекции с числовыми отметками на вертикальную плоскость XOZ в масштабе 1 : 2000.

Задача 1.11

Камеральной обработкой данных горно-геометрической съемки определены координаты точек осей двух пересекающихся горных выработок AB и CD :

$$x_a = 29,5, \quad y_a = 19,5, \quad z_a = 22,0;$$

$$x_b = 61,0, \quad y_b = 71,0, \quad z_b = 28,0;$$

$$x_c = 80,0, \quad y_c = 30,0, \quad z_c = 44,0;$$

$$x_d = 10,0, \quad y_d = 60,0, \quad z_d = 5,5.$$

Требуется: 1) изобразить оси горных выработок в проекции с числовыми отметками в масштабе 1 : 1000 на плане, на вертикальной плоскости проекции YOZ ; 2) определить отметку точки пересечения осей выработок.

Задача 1.12

Дана прямая, проходящая через точки A (30, 25, 82) и B (50, 65, 115).

Требуется: 1) изобразить прямую на плане в масштабе 1 : 1000; 2) определить угол наклона δ прямой AB к плоскости проекции и дирекционный угол α направления (BA); 3) определить истинное расстояние между точками A и B ; 4) найти проекцию и координаты (x , y , z) точки C , находящейся на прямой AB на расстоянии 32 м от точки A .

Задача 1.13

На прямой EF , заданной координатами точка E (225, 150, 72), дирекционным углом $(EF) = 45^\circ$ и уклоном $i = 0,01$, найти проекцию точки с отметкой 70,3 м и определить графически координаты (x, y) этой точки. Прямую изобразить на плане в масштабе 1 : 5000, сечением через 0,5 м.

Задача 1.14

Даны координаты двух маркшейдерских точек наклонной горной выработки:

$$x_1 = 915, y_1 = 102, z_1 = -17;$$

$$x_2 = 971, y_2 = 149, z_2 = +9.$$

Определить: 1) горизонтальную проекцию наклонной выработки (l); 2) длину наклонной выработки в метрах (L); 3) уклон выработки (i); 4) угол наклона ее к горизонту (δ).

Задача 1.15

Наклонная буровая скважина имеет координаты устья:

$$x = 520\text{м}, y = 335\text{м}, z = 243\text{м};$$

координаты забоя скважины:

$$x_1 = 585\text{м}, y_1 = 360\text{м}, z_1 = 80\text{м}.$$

Требуется, приняв ось скважины за прямую линию, нанести на план в масштабе 1 : 1000 ось скважины в проекциях с числовыми отметками и определять: 1) величину вертикальной проекции (h в метрах); 2) длину скважины (L); 3) угол наклона (δ) оси скважины к горизонту; 4) дирекционный угол (α) оси скважины.

Задача 1.16

В точке O (1215, 624, 378) на земной поверхности пробурена наклонная скважина длиной 156 м, под углом наклона 65° и азимутом 30° .

Требуется, приняв ось скважины за прямую линию: 1) нанести на план в масштабе 1 : 2000 ось скважины в проекции с числовыми отметками; 2) определить графически координаты (x, y, z) забоя скважины, если известно, что магнитное склонение является восточным и составляет 9° .

Задача 1.17

Наклонная буровая разведочная скважина, имеющая координаты устья (начало скважины): $x = 215$ м, $y = -38$ м, $z = 112$ м, пробурена под углом наклона к горизонту $\delta = 50^\circ$ и азимутом $\alpha = 240^\circ$. По керну известно, что скважина пересекла три угольных пласта: верхний пласт (K3) — на расстоянии 54 м от устья, средний (K2) — на расстоянии 132 м от устья и нижний (K1) — на расстоянии 170 м от устья.

Требуется, приняв ось скважины за прямую: 1) нанести на план в масштабе 1 : 2000 ось скважины; 2) найти на плане проекции точек пересечения оси скважины с тремя угольными пластами; 3) определить графически координаты (x , y , z) точек пересечения оси скважины с угольными пластами, если магнитное склонение западное и равно 10° .

Задача 1.18

По условию задачи 1.17 построить в проекции на вертикальную плоскость YOZ ось скважины и точки пересечения ее с угольными пластами.

Задача 1.19

Определить, с каким азимутом (α) и углом наклона (δ) следует задать направление буровой штанги в точке A (294, 40, 181), чтобы забой скважины прошел через точку B (240, 131, 53).

Найти расстояние в метрах между точками A и B .

Задача 1.20

В точке A (100, 40, 210) на земной поверхности необходимо пробурить скважину так, чтобы забой скважины вошел в горную выработку (штрек) в точке B (60, 80, 120).

Требуется определить: 1) с каким дирекционным углом (α) и углом наклона к горизонту (δ) необходимо задать направление скважины; 2) истинную длину скважины от точки A до точки B .

Задачи на взаимное положение прямой и точки

Задача 1.21

На прямой AB (A (40, 80, -30), B (120, 20, 90)), изобразив ее на плане в масштабе 1 : 2000, отметить точку C , которая находится на расстоянии 100 м от точки A .

Определить координаты (x , y , z) точки C .

Задача 1.22

Дана прямая AB , проходящая через точку $A (70, -30, 150)$, дирекционный угол $\alpha = 135^\circ$, угол падения $\delta = 40^\circ$ и точка $C (30, 10, 125)$.

Требуется: 1) изобразить прямую AB и точку C на плане в масштабе $1 : 1000$; 2) определить кратчайшее расстояние (d) между прямой AB и точкой C по вертикали (h).

Задача 1.23

Дана прямая AB , проходящая через точку $A (20, 20, 60)$ дирекционный угол $\alpha = 45^\circ$, уклон $i = 0,1$ и точка $C (50, 50, 55)$.

Определить: 1) взаимное положение прямой AB и точки C , 2) если точка C не лежит на прямой, определить расстояние по вертикали между прямой и точкой.

Задачи на взаимное положение прямых

Задача 1.24

По координатам конечных точек двух прямых AB и CD определить их взаимное положение. Если прямые пересекаются, то найти точку пересечения и ее отметку. Прямые изобразить на плане в масштабе $1 : 1000$.

$A (20, -30, 17), B (0, 47, 33);$

$C (40, 11, 22), D (-20, 6, 28).$

Задача 1.25

Даны две прямые, каждая координатами одной точки и направлением (углом наклона δ и азимутом α в сторону падения).

Определить взаимное положение прямых в пространстве, изобразив их на плане в масштабе $1 : 2000$ сечением через 5 м.

$A (20, 20, 22); \delta_a = 26^\circ 30', \alpha_a = 45^\circ;$

$B (40, 140, 22), \delta_b = 45^\circ, \alpha_b = 315^\circ.$

Задача 1.26

Заданы две прямые: одна координатами конечных точек $A (-10, -20, 30)$ и $B (40, 30, -40)$, другая — точкой $C (0, 30, 50)$, углом наклона (падения) $\delta = 45^\circ$ и азимутом направления падения $\alpha = 45^\circ$.

Требуется, изобразив прямые на плане в масштабе 1 : 1000, определить положение прямых.

Задача 1.27

Даны две прямые: одна координатой точки A (400, 200, 150), азимутом направления падения $\alpha = 90^\circ$ и углом падения $\delta = 10^\circ$, другая — координатой точки B (200, 700, 160), азимутом направления падения $\alpha = 270^\circ$ и уклоном $i = 0,10$.

Требуется определить взаимное положение прямых в пространстве, изобразив их на плане в масштабе 1 : 10000.

Задача 1.28

На плане в масштабе 1 : 500 изобразить две пересекающиеся прямые, заданные: одна — координатами точек A (10; 7,5; 10) и B (10, 35, -5), другая — координатами точки C (10, 30, 0), углом наклона $\delta = 10^\circ$ и азимутом $\alpha = 270^\circ$.

Определить истинный острый угол (γ) между этими прямыми.

Задача 1.29

Даны в проекции на вертикальную плоскость XOZ в масштабе 1 : 1000 две прямые с координатами точек A (40, 90, 20), B (10, 150, 70) и C (19, 100, 55), D (34, 140, 30), проекции которых сливаются.

Определять: 1) истинный острый угол между прямыми (γ), 2) координаты (x , y , z) точки пересечения прямых.

Задача 1.30

На плане в масштабе 1 : 1000 даны две прямые AB и CD , проекции которых сливаются.

Прямые заданы координатами своих точек: A (60, 20, 90), B (90, 70, 150); C (81, 55, 100), D (66, 30, 140).

Определить: 1) острый угол между прямыми (γ); 2) проекцию и координаты точки M пересечения прямых; 3) углы наклона прямых к горизонту δ_1 и δ_2 ; 4) истинные длины прямых AB и CD .

Задача 1.31

На плане в масштабе 1 : 5000 даны две точки A (350, 50, -50) и B (100, 300, 100).

Требуется через точку A провести прямую с дирекционным углом $\alpha_a = 135^\circ$ и углом падения $\delta_a = 40^\circ$; через точку B про-

вести прямую с дирекционным углом $\alpha_b = 315$ и углом наклона $\delta_b = 60^\circ$.

Определить: 1) проекцию точки M пересечения прямых на плане и ее координаты (x , y , z); 2) истинные расстояния точки M от точек A и B ; 3) острый угол между прямыми (γ).

Задача 1.32

На плане в масштабе 1 : 1000 изобразить прямую AB с координатами точек A (20; 50; 12,3), B (60; 10; 20,6) и точку C (20; 20, -5). Через точку C провести прямую, параллельную прямой AB . Прямые проградировать через 1 м.

Определить дирекционный угол (α), углы падения (δ) прямых и кратчайшее расстояние (d) между прямыми.

Задача 1.33

Задана прямая координатами конечных точек A (20, 20, 65) и B (120, 120, 105) и точка C (60, 140, 80) вне этой прямой.

Требуется: 1) изобразить прямую и точку на плане в масштабе 1 : 2000; 2) провести через точку C горизонтальную прямую так, чтобы она пересекла прямую AB ; 3) определить кратчайшее расстояние (d) между точкой C и прямой AB .

Задача 1.34

Через точку K (500, 100, 250) проходят два направления: первое с дирекционным углом $\alpha_1 = 30^\circ$ и углом падения $\delta_1 = 45^\circ$; второе с дирекционным углом $\alpha_2 = 140^\circ$ и углом наклона $\delta_2 = 60^\circ$.

Определить истинный угол между направлениями.

Задача 1.35

На плане в масштабе 1 : 2000 прямой AB с координатами точек A (70, 20, 125) и B (90, 100, 128) представлена проекция оси горной выработки. Из точки C (140, 30, 180) требуется провести ось выработки CD с дирекционным углом $\alpha = 145^\circ$ так, чтобы она пересекла прямую AB в некоторой точке D .

Определить: 1) истинную длину выработки CD ; 2) углы наклона осей выработок к горизонту; 3) истинный угол между осями выработок.

Задача 1.36

На плане в масштабе 1 : 2000 изобразить наклонную выработку по координатам точек $A(80, 40, 20)$ и $B(140, 180, 110)$.

С каким дирекционным углом α из точки $C(80, 160, 50)$ следует провести выработку с подъемом (уклоном) $i = 0,1$ так, чтобы выработки пересеклись?

Определить графически координаты (x, y, z) точки пересечения выработок.

Задача 1.37

На плане в масштабе 1 : 500 изобразить прямую с координатами точек $A(10, 15, 150)$, $B(45, 25, 155)$ и точку $C(30, 35, 152)$.

Определить кратчайшее расстояние (d) между прямой и точкой.

Задача 1.38

Дана точка $C(100, 350, 190)$ и прямая AB , проходящая через точку $B(300, 300, 250)$ с дирекционным углом восстающего направления $(BA) = 225^\circ$ и углом наклона $\delta = 15^\circ$.

Требуется: 1) изобразить прямую AB и точку C на плане в масштабе 1 : 5000; 2) из точки C опустить перпендикуляр на прямую AB и определить его длину d ; 3) найти на плане проекцию и отметку основания перпендикуляра — точки пересечения перпендикуляра с прямой AB .

Задача 1.39

На плане в масштабе 1 : 1000 изобразить прямую с координатами точек $A(10, 10, 20)$, $B(60, 60, 70)$ и точку $C(30, 80, 80)$.

Требуется: 1) через точку C провести прямую так, чтобы она пересекла данную прямую AB , имея угол наклона к горизонту $\delta_c = 35^\circ$; 2) определить истинное расстояние от точки C до точки пересечения прямых.

Задача 1.40

Дана прямая с координатами точек $A(30, 20, 10)$, $B(80, 80, 90)$ и точка $C(40, 90, 80)$ на плане в масштабе 1 : 1000.

Требуется через точку C провести прямую так, чтобы она, пересекая данную прямую, составила с горизонтом угол наклона 40° .

Задача 1.41

Дана прямая, проходящая через точку $A(20, 20, 15)$, ее дирекционный угол $\alpha = 75^\circ$, угол падения $\delta = 30^\circ$ и точка $C(10, 70, 20)$.

Требуется через точку C провести другую прямую так, чтобы она, пересекая данную прямую, составила с ней истинный угол $\gamma = 70^\circ$.

Задача 1.42

На плане в масштабе $1 : 2000$ изобразить прямую с координатами точек $A(40, 40, 10)$, $B(120, 120, 50)$. Из точки C_{30} этой прямой, под дирекционным углом $\alpha = 150^\circ$ восстановить перпендикуляр к прямой длиной $d = 80$ м.

Определить угол наклона перпендикуляра к горизонту и координаты конца перпендикуляра.

Задача 1.43

Из точки C_{10} , лежащей на прямой, проходящей через точку $A(60, 10, 30)$ под азимутом $\alpha = 135^\circ$ и углом падения $\delta = 40^\circ$, провести под дирекционным углом $\alpha_1 = 75^\circ$ другую прямую так, чтобы истинный угол между прямыми был $\gamma = 50^\circ$.

Определять угол наклона другой прямой.

Задача 1.44

Даны три точки: $A(60, 20, 80)$, $B(50, 70, 20)$ и $C(20, 30, 40)$. Изобразить эти точки на плане в масштабе $1 : 1000$.

Определить: 1) истинные расстояния между точками; 2) истинные значения углов, образованных прямыми, соединяющими эти точки.

Задача 1.45

Задана прямая координатами двух точек $A(50, 60, 50)$ и $B(180, 100, 105)$. Из точки $C(70, 120, 80)$ опустить перпендикуляр на прямую AB . Построение выполнить на плане в масштабе $1 : 2000$.

Определить: 1) координаты основания перпендикуляра; 2) длину перпендикуляра, 3) углы наклона прямой и перпендикуляра к горизонту.

Задача 1.46

Дана прямая, проходящая через точку $A(30, 30, 10)$, угол падения $\delta = 35^\circ$, азимут направления наклона $\alpha = 45^\circ$ и точка $D(40, 90, 10)$.

Требуется из точки D опустить перпендикуляр на данную прямую.

Определить: 1) истинную длину (d) перпендикуляра; 2) азимут его направления (α); 3) угол наклона (δ) к горизонту.

Построение выполнить на плане в масштабе $1 : 1000$.

Задача 1.47

Задана прямая координатами двух точек $A(30, 20, 20)$ и $B(70, 60, 90)$. Через точку C_{60} этой прямой провести прямую CD так, чтобы к горизонту прямая была наклонена под углом восстания $\delta = 40^\circ$, а с прямой AB она составляла истинный угол $\gamma = 60^\circ$.

Построение выполнить на плане в масштабе $1 : 1000$.

Задача 1.48

На плане в масштабе $1:1000$ построить проекцию прямой, проходящей через точки $A(20, 60, 50)$ и $B(70, 20, 80)$.

Определить и построить на плане геометрическое место точек, равноудаленных на 30 м от прямой относительно точки C_{65} , лежащей на этой прямой (т.е. изобразить на плане геометрическое место точек в плоскости, перпендикулярной к прямой AB в точке C).

1.1.2. Проекция плоскости и ее взаимное положение с точкой, прямой и плоскостью

В проекциях с числовыми отметками плоскость изображают системой параллельных линий. Эти линии являются проекциями линий пересечения данной плоскости с плоскостями, равно отстоящими друг от друга и параллельными плоскости проекции.

Если за плоскость проекции принята горизонтальная плоскость XOY , то параллельные линии, изображающие данную плоскость, называются горизонталями или изозетами.

Если за плоскость проекции принята вертикальная плоскость XOZ или YOZ , то изолинии данной плоскости называются соответственно изоигреками или изоиксами.

Если за плоскость проекции принята наклонная плоскость, то данная плоскость изображается на ней системой параллельных прямых, называемых изорасстояниями.

Плоскость на плане (чертеже) считается заданной, если на плане даны горизонтالي (изолинии) этой плоскости с соответствующими отметками, масштаб изображения (плана) и система координат.

Расстояние между проекциями двух соседних горизонталей плоскости называется заложением (a) плоскости. Разность отметок соседних горизонталей называется высотой сечения или сечением (h) плоскости.

Угол, который составляет линия наибольшего ската плоскости с плоскостью проекции или ей параллельной, называется углом наклона (δ) плоскости (углом падения или углом восстания, в зависимости от знака угла наклона или направления линии наибольшего ската.).

Линия наибольшего ската плоскости перпендикулярна к горизонталям плоскости.

Тангенс угла наклона плоскости называется уклоном (i) плоскости.

Между уклоном (i) и углом наклона (δ), заложением (a) и сечением (h) существует следующая зависимость:

$$i = \operatorname{tg} \delta = \frac{h}{a}.$$

Из множества пар пересекающихся прямых и определяющих положение плоскости две пересекающиеся прямые линии являются характерными для плоскости — это две взаимно перпендикулярные на плоскости линии, одна из которых горизонтальна (или параллельна плоскости проекции), а другая — линия наибольшего ската плоскости.

Горизонтальная линия на плоскости (как и всякая горизонталь) имеет направление. Условились за направление горизонтали или направление линии простираения плоскости принимать такое, относительно которого падение плоскости направлено вправо.

Задаваемая плоскость ориентируется относительно сторон света или относительно осей координат данного плана азимутом или дирекционным углом направления простираения (горизонтали) плоскости.

Азимутом или дирекционным углом (α) простираения плоскости называется правый горизонтальный угол, отсчитываемый от северного конца меридиана или положительного направления оси абсцисс до направления горизонтали плоскости.

Взаимное положение точки и плоскости

1. Точка лежит на плоскости, если у проекции точки плоскость имеет одинаковую с точкой отметку.

2. Точка не лежит на плоскости, если у проекции точки плоскость имеет иную отметку, чем отметка точки.

Взаимное положение прямой и плоскости

1. Прямая лежит в плоскости, если две любые точки прямой лежат в плоскости.

2. Прямая параллельна плоскости, если на плоскости найдется прямая, параллельная данной прямой.

3. Прямая пересекает плоскость, если прямая имеет только одну точку, лежащую в данной плоскости.

Угол между прямой и плоскостью лежит в плоскости, проходящей через эту прямую и перпендикуляр к данной плоскости в точке пересечения с прямой (рис. 1.2).

Взаимное положение плоскостей

1. Две заданные на плане плоскости параллельны, если проекции горизонталей обеих плоскостей параллельны, направления горизонталей одинаковы и заложения равны.

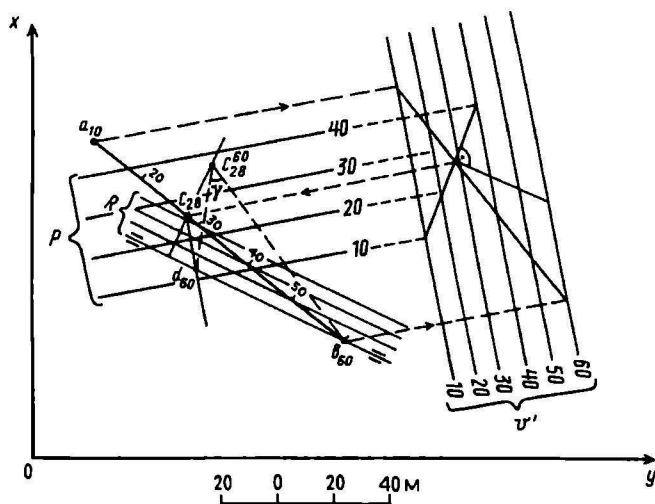


Рис. 1.2. Определение угла γ между прямой a_{10} , b_{60} и плоскостью P с использованием методов перемены плоскости проекции и совмещения

2. Две плоскости пересекаются, если: а) горизонтали плоскостей пересекаются, линия пересечения в этом случае определяется точками пересечения одноименных горизонталей (рис. 1.3); б) горизонтали плоскостей параллельны, одного направления, но с разными заложениями; в) горизонтали плоскостей параллельны, но с противоположными направлениями; г) горизонтали обеих плоскостей не параллельны и не пересекаются в пределах плана.

Проекция линии пересечения плоскостей в случаях (б) и (в) определяется при помощи плоскости профиля, проводимой по любой произвольно взятой линии наибольшего ската.

Проекцию линии пересечения в случае (г) находят с помощью двух профильных плоскостей.

Задачи на изображение плоскости

Задача 1.49

Изобразить на плане масштаба 1 : 1000 плоскость в горизонталях сечением через 2 м по координатам трех ее точек: $A(x = 20, y = 15, z = +28)$; $B(x = 80, y = 20, z = +21)$; $C(x = 40, y = 60, z = +33)$.

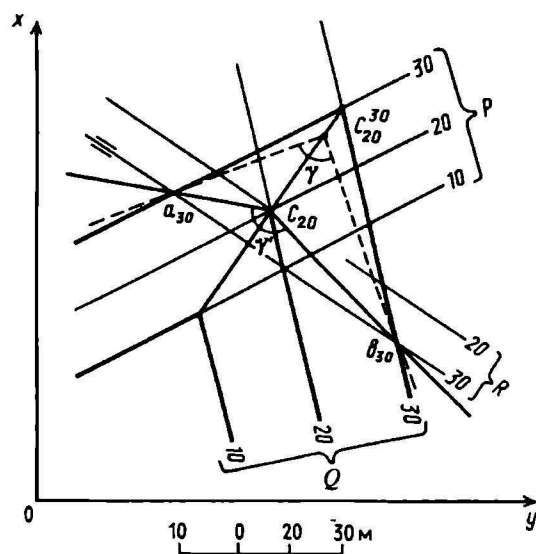


Рис. 1.3. Определение угла γ между пересекающимися плоскостями P и Q

Определить: 1) угол наклона плоскости к горизонту (δ); 2) дирекционный угол направления горизонталей (α).

Задача 1.50

По координатам трех точек:

$$A (x = 20, y = 20, z = -93);$$

$$B (x = 90, y = 90, z = -70);$$

$$C (x = 20, y = 160, z = -81)$$

построить на плане в масштабе 1 : 2000 плоскость в горизонталях сечением через 5 м.

Определить угол наклона (δ) и азимут направления горизонталей плоскости (α).

Задача 1.51

Построить вертикальную проекцию плоскости по координатам трех ее точек: $A (20, 22, 30)$, $B (70, 28, 60)$ и $C (60, 15, 10)$ на плоскость проекции XOZ , приняв масштаб графика 1 : 1000, сечение изолиний 2 м.

Определить зенитный угол (θ) и угол наклона плоскости к горизонту (δ).

Задача 1.52

Даны прямая AB и точка C , не лежащая на прямой; координаты точек:

$$A (x = 350, y = 100, z = +50);$$

$$B (x = 200, y = 350, z = -30);$$

$$C (x = 300, y = 400, z = +5).$$

Требуется: 1) изобразить прямую AB и точку C на плане в масштабе 1 : 5000. Прямую проградуйровать через 10 м; 2) по данной прямой и точке построить плоскость в горизонталях сечением через 10 м; 3) определить дирекционный угол направления линии простираения плоскости (α) и угол падения плоскости (δ).

Задача 1.53

По координатам трех точек: $A(20, 20, 35)$, $B(50, 55, 60)$, $C(35, 85, 65)$ изобразить плоскость в масштабе $1 : 1000$ сечением через 5 м в проекции на наклонную плоскость, проходящую через ось y под углом наклона к горизонту, равным $+30^\circ$.

Задача 1.54

Задана прямая точками $A(13, 30, 20)$, $B(23, 50, 60)$ и точка $C(28, 80, 30)$, не лежащая на этой прямой.

Требуется через прямую AB и точку C провести плоскость, изобразив ее на вертикальной плоскости YOZ в масштабе $1 : 1000$, сечение изолиний через 2 м.

Определить угол наклона (δ) данной плоскости к плоскости проекции.

Задача 1.55

Через данную прямую $A(80, 40, 10)$, $\alpha = 65^\circ$, $\delta = 25^\circ$ и точку $C(70, 160, 15)$ провести плоскость, изобразив ее в горизонталях сечением через 5 м на плане в масштабе $1 : 2000$.

Определить угол наклона (δ) и азимут (α) направления горизонталей плоскости.

Задача 1.56

В проекции на вертикальную плоскость YOZ построить плоскость в масштабе $1 : 5000$ сечением изолиний через 10 м, если плоскость задана прямой, проходящей через точку $A(10, 10, 40)$ под дирекционным углом $\alpha = 45^\circ$, углом падения $\delta = 55^\circ$ и точкой $C(20, 25, 30)$, не лежащей на этой прямой.

Определить зенитный угол (θ) плоскости.

Задача 1.57

По координатам точек прямой $A(15, 10, 12)$, $B(40, 60, 40)$ и точки $C(30, 40, 5)$ изобразить плоскость на плане и построить ее вертикальную проекцию на плоскость XOZ .

Масштаб графиков — $1 : 1000$, сечение изолиний через 10 м.

Определить: 1) угол падения плоскости к горизонту (δ); 2) дирекционный угол направления горизонтали плоскости (α); 3) угол, составляемый данной плоскостью с плоскостью XOZ .

Задача 1.58

Изобразить на плане в масштабе 1 : 2000 плоскость в горизонтальных сечением через 20 м, если плоскость задана прямой $A(40, 20, 80)$, $B(120, 140, 80)$ и точкой $C(140, 40, 150)$.

Определить угол падения плоскости (δ) и дирекционный угол (α) направления горизонталей плоскости.

Изобразить по исходным данным плоскость в проекции на плоскость YOZ .

Задача 1.59

Изобразить на плане масштаба 1 : 1000 плоскость по координатам точек двух пересекающихся прямых AB и CD .

$$A(x=20, y=-30, z=17); B(x=0, y=47, z=33);$$

$$C(x=40, y=11, z=22); D(x=-20, y=6, z=28).$$

Определить угол наклона (δ) и дирекционный угол (α) направления горизонталей плоскости.

Построить вертикальную проекцию заданной плоскости на плоскость XOZ .

Задача 1.60

Даны две пересекающиеся прямые, заданные: одна — координатами двух точек: $A(10, 10, 10)$, $B(60, 60, 60)$, другая — координатами одной точки $C(30, 30, 30)$ и углами: $\alpha = 120^\circ$, $\delta = 30^\circ$.

Требуется: 1) изобразить плоскость на плане в масштабе 1 : 1000 сечением горизонтален через 10 м; 2) определить отметку точки пересечения прямых; 3) определить угол наклона (δ) плоскости к горизонту и азимут (α) направления горизонтали плоскости; 4) изобразить плоскость в проекции на вертикальную плоскость YOZ .

Задача 1.61

Через две пересекающиеся прямые: $A(20, 40, 10)$, $\alpha_1 = 31^\circ$, $\delta_1 = 14^\circ$ и $B(140, 16, 22)$, $\alpha_2 = 103^\circ$, $\delta_2 = 26^\circ$, провести плоскость, изобразив ее на плане в горизонтальных, выбрав произвольно масштаб плана и высоту сечения.

Определить отметку точки пересечения прямых, угол наклона (δ) и дирекционный угол (α) направления наибольшего падения плоскости.

Построить вертикальную проекцию плоскости на плоскость YOZ .

Задача 1.62

Построить плоскость на плане в горизонталях по двум пересекающимся прямым, заданным: первая — координатами одной точки $A (20; 20; 177,5)$, азимутом направления падения $\alpha_1 = 59^\circ$ и углом падения $\delta_1 = 30^\circ$; другая — координатами точки $B (160; 80; 118,9)$, азимутом направления падения $\alpha_2 = 153^\circ$ и уклоном $i = 0,1$.

Масштаб плана и высоту сечения брать произвольно.

Определить угол наклона плоскости к горизонту (δ) и азимут направления горизонталей (α).

Задача 1.63

По двум прямым, проходящим через точку $A (30, 80, 5)$, из которых одна — по направлению $\alpha_1 = 52^\circ$ и $\delta_1 = 23^\circ$; другая — по направлению $\alpha_2 = 160$ и $\delta_2 = 28^\circ$.

Требуется: 1) построить на плане плоскость в горизонталях; 2) определить угол наклона и простираие плоскости; 3) изобразить данную плоскость в проекции на вертикальную плоскость, проходящую через точку $B (40, 70)$ под азимутом $\alpha = 21^\circ$.

Задача 1.64

Даны две взаимно перпендикулярные линии, проходящие через точку $A (56, 60, -24)$.

Одна из линий горизонтальная, другая — наклонена к горизонту под углом $\delta_2 = 40^\circ$ по направлению, азимут которого $\alpha_2 = 220^\circ$.

Требуется: 1) выбрав масштаб и сечение, построить по этим данным плоскость на плане; 2) по этом же данным изобразить плоскость в проекции на вертикальную плоскость XOZ .

Задача 1.65

Через две прямые AB и CD , заданные координатами своих точек:

$$A(x = 140, y = 30, z = 48); B(x = 140, y = 80, z = 58);$$

$$C(x = 110, y = 25, z = 53); D(x = 110, y = 55, z = 59)$$

провести плоскость, изобразив ее на плане в горизонталях сечением через 2 м.

Определить угол наклона (δ) плоскости к горизонту и дирекционный угол (α) направления горизонталей плоскости.

Изобразить данную плоскость в проекции на вертикальную плоскость, проходящую через точку $E(90, 80)$ под дирекционным углом $\alpha = 45^\circ$.

Задача 1.66

Даны две прямые: одна координатами своих точек $A(60, 20, -5)$ и $B(120, 120, -30)$, другая — координатами точки $C(40, 60, +5)$, дирекционным углом линии падения $\alpha_2 = 59^\circ$ и углом наклона $\delta_2 = 23^\circ$.

Требуется, изобразив прямые на плане в масштабе 1 : 2000, проградировать их через 5 м и провести горизонталы, плоскости, проходящей через эти прямые.

Определить угол наклона (δ) плоскости к горизонту и дирекционный угол (α) направления горизонталей плоскости.

Изобразить данную плоскость в проекции на вертикальную плоскость YOZ в том же масштабе и с тем же сечением горизонталей.

Задача 1.67

Даны две прямые, проходящие через точки A и B , заданные каждая координатами точки и направлением: 1) $A(x = 250, y = 0, z = 72)$, азимут направления падения $\alpha_1 = 135^\circ$; уклон $i = 0,02$; 2) $B(x = 450, y = 100, z = 74,5)$, азимут направления падения $\alpha_2 = 135^\circ$, уклон $i_2 = 0,02$.

Требуется изобразить на плане плоскость, проходящую через эти прямые в горизонталях.

Масштаб плана и сечение горизонталей плоскости выбрать самостоятельно.

Задача 1.68

Задана прямая AB координатами своих точек $A(25, 15, 90)$ и $B(110, 50, 30)$. Через данную прямую провести плоскость наименьшего ската, т.е. плоскость, наклоненную к горизонту под углом наклона данной прямой. Масштаб плана принять $1 : 2000$, сечение горизонталей плоскости через 10 м.

Изобразить эту плоскость в проекциях на вертикальные плоскости YOZ и XOZ , приняв тот же масштаб и сечение горизонталей.

Задача 1.69

Задана прямая координатами точки $A(200, 100, 150)$, азимутом направления падения $\alpha = 135^\circ$ и углом падения $\delta = 45^\circ$. Через эту прямую провести плоскость так, чтобы данная прямая являлась линией наибольшего ската плоскости. Изображение построить на плане и в проекции на вертикальную плоскость YOZ в масштабе $1 : 1000$, сечением горизонталей через 10 м.

Задача 1.70

Через прямую, заданную координатами точки $A(250, 300, 120)$, азимутом направления падения $\alpha = 300^\circ$ и уклоном $i = 0,03$ провести плоскость наименьшего ската, изобразив ее на плане в масштабе $1 : 2000$, сечением горизонталей через $0,5$ м. Определить угол наклона плоскости к горизонту и азимут направления линии простираения.

Задача 1.71

На плане в масштабе $1 : 5000$ задана прямая координатами двух точек: $A(x = 100, y = -150, z = 110)$; $B(x = 250, y = +100, z = 235)$.

Требуется, проградуировав данную прямую через 25 м, провести через нее плоскость так, чтобы угол наклона этой плоскости к горизонту составил $\delta = 35^\circ$.

Определить, сколько через данную прямую можно провести плоскостей с заданным углом наклона и какие азимуты будут иметь направления горизонталей плоскостей.

Задача 1.72

Задана прямая координатами одной точки $A(35, 5, 5)$, азимутом направления падения $\alpha_1 = 140^\circ$ и углом наклона к горизонту $\delta_1 = 30^\circ$.