Министерство образования и науки России Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет»

> Н.С. Гришин, И.И. Поникаров, С.И. Поникаров, Д.Н. Гришин

## ЭКСТРАКЦИЯ В ПОЛЕ ПЕРЕМЕННЫХ СИЛ. ГИДРОДИНАМИКА, МАССОПЕРЕДАЧА, АППАРАТЫ

(теория, конструкции и расчеты)

Часть 1

Казань Издательство КНИТУ 2012 УДК 06.061;621.928;66.067.5 ББК 35.113

### Гришин Н.С.

Экстракция в поле переменных сил. Гидродинамика, массопередача, аппараты: монография: в 2 ч. Ч. 1 / Н.С.Гришин [и др.]; М-во образ. и науки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2012. – 468 с.

ISBN 978-5-7882-1332-3 ISBN 978-5-7882-1333-0 (ч. 1)

Обобщены результаты исследований и разработки центробежных экстракторов. Рассмотрены их основные конструкции, приведены основные закономерности движения радиальных потоков, капель, а также описание массообменных процессов в центробежных экстракторах с различными насадочными устройствами. Предложен методологический подход к интенсификации процессов экстракции в центробежных аппаратах и изложена методика расчета центробежных экстракторов на основе полученных авторами расчетных зависимостей. Описаны наиболее перспективные конструкции исследуемых аппаратов.

Рассчитана на инженерно-технических работников различных отраслей промышленности, разработчиков массообменной аппаратуры, а также может быть полезна студентам технических высших учебных заведений.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Казанского научно-исследовательского технологического университета.

#### Под редакцией профессора И.И. Поникарова

Рецензенты: зав кафедрой, заслуженный деятель науки и техники России, доктор технических наук Г.И. Ильин доктор технических наук, профессор Ю.И. Азимов

ISBN 978-5-7882-1333-0 (ч.1) ISBN 978-5-7882-1332-3

- © Гришин Н.С., Поникаров И.И., Поникаров С.И., Гришин Д.Н., 2012
- © Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2012

ПРЕДИ	ИСЛОВИЕ	
УСЛО	ВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ	10
Глава 1	. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ	
	ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ЦЕНТРОБЕЖ	ных
	ЭКСТРАКТОРАХ	
1.1.	Основные характеристики центробежного поля. Общи	ие
	положения	
1.2.	Уравнение неразрывности (сплошности) в цилиндрич	еских
	координатах	
1.3.	Дифференциальные уравнения равновесия и движени	Я
	во вращающемся роторе (уравнение Л.Эйлера)	
1.4.	Истечение жидкостей из затопленных насадок (диспе	рга-
	торов)	
1.5.	Вывод функциональной зависимости для определения	я
	коэффициента расхода для центробежных аппаратов.	
1.6.	Уравнение движения струи при истечении жидкостей	[
	из отверстий насадок в поле действия центробежных	сил43
1.7.	Истечение жидкости в среду близкой плотности	
	из вращающихся насадок	
1.8.	Экспериментальное исследование истечения жидкост	ей
	из затопленных насадок и диспергаторов	59
1.9.	Метод определения параметров движущихся частиц	
	в прозрачных роторах с помощью фотосъемки	

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 2.	ДИСПЕРГИРОВАНИЕ И ДРОБЛЕНИЕ КАПЕЛЬ,
	ДВИЖУЩИХСЯ В РАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ
	СРЕДЕ
2.1.	Процесс диспергирования в контактных зонах центробежных
	экстракторов
2.2.	Дробление капли в центробежном поле
2.3.	Процессы каплеобразования жидкостей из отверстий и
	сопел насадок центробежных экстракторов 102
	2.3.1. Вывод функциональной зависимости для среднего
	размера капель при двухфазном движении жидкостей
	по наклонному каналу102
	2.3.2. Вывод функциональной зависимости среднего размера
	капель при однофазном движении жидкостей через
	отверстия насадок108
	2.3.3. Деформация капель, осаждающихся в центробежном
	поле
2.4.	Размер капель при дроблении струй в центробежном
	экстракторе
Глава З	ДВИЖЕНИЕ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ В ЖИДКОСТИ,
	ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ
	СИЛ
3.1.	Уравнения движения капли во вращающейся жидкости 138
3.2.	Экспериментальное исследование по определению скорости
	капель во вращающейся среде154
3.3.	Режимы движения и коэффициенты сопротивления капель,
	движущихся в поле действия центробежных сил173
3.4.	Стесненное движение капель во вращающейся жидкой
	среде

Глава 4.	ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ОДНО- И ДВУХ-
	ФАЗНЫХ ВНУТРИРОТОРНЫХ РАДИАЛЬНЫХ
	ПОТОКОВ
4.1.	Теоретический анализ гидродинамического состояния двух-
	фазного потока при противоточном движении жидкостей
	через отверстия в момент инверсии фаз 208
4.2.	Производительность центробежных аппаратов при одно- и
	двухфазном истечении через круговые щели насадочных
	устройств 215
Глава 5.	МАССООТЛАЧА В КАПЛЯХ, ЛВИЖУШИХСЯ
	В СРЕДЕ ДРУГОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ 222
5.1.	Методы описания массопередачи в экстракционных
	аппаратах
5.2.	Массопередача в центробежных экстракторах 229
5.3.	Вывод функциональной зависимости по определению
	массопередачи в каплях в среде другой вращающейся
	жидкости
5.4.	Экспериментальное определение параметров, обусловливаю-
	щих массопередачу в каплях
5.5.	Массоперенос в каплях, движущихся по конусу в равномерно
	вращающейся жидкости (диффузионное сопротивление
	в дисперсной фазе) 250
5.6.	Массоперенос в одиночных каплях, движущихся в равномерно
	вращающейся вязкой жидкости
5.7.	Массопередача в каплях при наличии «концевого
	эффекта» 266

Глава 6.	ПРОДОЛЬНОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ В КОНТАКТНОЙ	Í
	ЗОНЕ ЦЕНТРОБЕЖНОГО ЭКСТРАКТОРА	275
6.1.	Продольное перемешивание в экстракторе. Методика прове	еде-
	ния исследования	275
6.2.	Основные математические модели структуры потоков	276
6.3.	Основные методы определения структуры потоков	
	в аппаратах	279
6.4.	Продольное перемешивание в каналах центробежного	
	экстрактора при равномерном вращении	286
6.5.	Продольное перемешивание в дисперсной фазе	288
6.6.	Продольное перемешивание в сплошной фазе	299
Глава 7.	АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ	
	ПОТОКОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКЦИОННЫ	X
		<b>a</b> 1 0
	AIIIIAPATAX	310
7.1.	АППАРАТАХПроблемы интенсификации массообмена в аппаратах	310 310
7.1. 7.2.	АППАРАТАХ	310 310
7.1. 7.2.	АППАРАТАХ Проблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов	310 310 317
<ul><li>7.1.</li><li>7.2.</li><li>7.3.</li></ul>	АППАРАТАХ. Проблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов Поэлементный анализ радиального движения потоков	310 310 317
<ul><li>7.1.</li><li>7.2.</li><li>7.3.</li></ul>	АППАРАТАХ. Проблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов Поэлементный анализ радиального движения потоков в центробежных экстракторах	310 310 317 320
<ul><li>7.1.</li><li>7.2.</li><li>7.3.</li><li>7.4.</li></ul>	Аппаратах Проблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов Поэлементный анализ радиального движения потоков в центробежных экстракторах Определение зависимости для профилирования ротора	310 310 317 320
<ul><li>7.1.</li><li>7.2.</li><li>7.3.</li><li>7.4.</li></ul>	Аппаратах Проблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов Поэлементный анализ радиального движения потоков в центробежных экстракторах Определение зависимости для профилирования ротора исходя из закономерностей массоотдачи	<ul> <li>310</li> <li>310</li> <li>317</li> <li>320</li> <li>330</li> </ul>
7.1. 7.2. 7.3. 7.4. <b>Глава 8</b> .	Аппаратах Проблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов Поэлементный анализ радиального движения потоков в центробежных экстракторах Определение зависимости для профилирования ротора исходя из закономерностей массоотдачи РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ПОТОКОВ	310 310 317 320 330
7.1. 7.2. 7.3. 7.4. <b>Глава 8</b> .	АППАРАТАХПроблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов Поэлементный анализ радиального движения потоков в центробежных экстракторах Определение зависимости для профилирования ротора исходя из закономерностей массоотдачи РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ПОТОКОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКТОРАХ	310 310 317 320 330
7.1. 7.2. 7.3. 7.4. Глава 8.	АППАРАТАХПроблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов Поэлементный анализ радиального движения потоков в центробежных экстракторах Определение зависимости для профилирования ротора исходя из закономерностей массоотдачи РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ПОТОКОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКТОРАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-КОНТАКТНОГО ТИПА	<ul><li>310</li><li>310</li><li>3110</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li>3117</li><li< td=""></li<></ul>
7.1. 7.2. 7.3. 7.4. <b>Глава 8</b> . 8.1.	АППАРАТАХПроблемы интенсификации массообмена в аппаратах Анализ гидродинамических параметров насадочных устройств центробежных экстракторов Поэлементный анализ радиального движения потоков в центробежных экстракторах Определение зависимости для профилирования ротора исходя из закономерностей массоотдачи РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ПОТОКОВ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКТОРАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-КОНТАКТНОГО ТИПА Процесс разделения жидкостей в межтарельчатом	310 310 311 317 320 3320 3330

8.2. Распределение скоростей потоков в центробежных
аппаратах с профилированным ротором (в направлении
оси вращения)
8.3. Окружная скорость радиальных потоков
8.4. Радиальная скорость дисперсной фазы в центробежном
экстракторе 404
8.5. Расчетные зависимости по определению основных
параметров центробежных экстракторов с профилированным
ротором 409
8.5.1. Производительность центробежных экстракторов
дифференциально-контактного типа 409
8.5.2. Поверхность контакта фаз в аппарате
с профилированным ротором
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Предисловие

В настоящее время исследовано и разработано большое количество разнообразной аппаратуры, использующей центробежные силы для интенсификации различных массообменных процессов, начиная от простейших перемешивающих устройств до сложнейших многомодульных конструкций центробежных экстракторов.

В существующей научной и технической литературе широко освещаются теория и практика различных смесителей, сепараторов и центрифуг, однако по центробежным экстракторам имеются разрозненные данные как по конструкциям, так и по результатам теоретических и экспериментальных исследований и изложены они в основном в отдельных диссертационных работах и в некоторых научных статьях. Поэтому несомненный интерес представляют описание конструкции центробежных экстракторов, результаты их исследований, чему и посвящена данная монография.

Особое внимание уделено наиболее перспективным конструкциям центробежных аппаратов, способам повышения эффективности действующих аппаратов за счет профилирования роторов, секционирования насадочных устройств и использования насадочных элементов, обеспечивающих создание оптимальной структуры потоков и повышение производительности аппарата.

В основу книги заложены результаты многолетних работ по разработке и исследованию центробежных экстракторов, выполненных под руководством основоположника научной школы по исследованию и разработке центробежных экстракторов профессора И.И. Поникарова и профессоров Н.С. Гришина и С.И. Поникарова. Использованы

8

многочисленные исследования авторов, проведенные совместно с сотрудниками КГТУ (КХТИ): ныне кандидатами технических наук: С.А. Александровским, В.Г. Бочкаревым, Ф.А. Галеевым, Ю.А. Дулатовым, Н.А. Евтюхиным, В.В. Зайцевым, М.А. Закировым, В.Н. Заслоновским, В.О. Лукиным, Р.Г. Нугмановым, С.В. Рачковским, А.Н. Филимоновым, О.А. Цейтлиным, Р.Г. Шарифуллиным, Ю.В. Шкарбаном, А.А. Яблонским, доктором технических наук О.А. Перелыгиным и сотрудниками КазхимНИИ Ш.З. Ахметшиным, А.Г. Бабенко, Р.Г. Гайнуллиным, К.А. Ефимовой, кандидатом химических наук А.П. Кадочниковым, Ю.Н. Ризположенским, В.М. Трофанчуком, Т.А. Якуповой и др.

Следует отметить, что выполненные исследования базировались на многочисленных работах по массообмену, в том числе и по экстракции, академиков АН СССР В.В. Кафарова, Ю.А. Золотова, академика АН МССР Ю.С. Ляликова, докторов технических наук Е.М. Гольдина, Г.И. Кузнецова, А.Н. Ластовцева, И.В. Лысковцова, П.Г. Романкова, В.И. Соколова, А.Н. Синицына, В.А. Пашинина, С.А. Плюшкина, кандидата химических наук В.М. Чехлатова и мн. др.

В заключение авторы выражают благодарность за помощь в выполнении графических работ Е.А. Глуховцевой и А.Ф. Осиповой, а также Т.Ю. Жандаровой за создание электронного варианта книги.

9

### Условные обозначения\*

A<sub>r</sub> – число Архимеда,  $A_r = \frac{\rho_d - \rho_c}{\rho_c};$ 

d<sub>o</sub> – диаметр отверстия, м;

d<sub>к</sub> – средний диаметр капли, м;

Д – коэффициент молекулярной диффузии, м<sup>2</sup>/с;

Фоте – фактор эффективности;

 $f_0$  – проходное сечение насадки на начальном радиусе насадки, м<sup>2</sup>;

 $f_{\kappa}$  – площадь соприкосновения жидкостного подпорного слоя со стенками насадки, м<sup>2</sup>;

 $f_i$  - проходное сечение насадки на радиусе  $R_i$ ,  $M^2$ ;

F<sub>r</sub> – число Фруда, 
$$F_{ry} = \frac{\rho_c \cdot W_c^2}{\Delta \rho \omega^2 R d_s};$$

h – высота проходного отверстия насадки, м;

 $h_0$  и  $h_i$  – высота проходного сечения насадки на начальном ( $R_0$ ) и на рассматриваемом ( $R_i$ ) радиусе, м;

 $Q_{\partial}$  – объемный расход дисперсной фазы, м<sup>3</sup>/с;

 $Q_c$  – объемный расход сплошной фазы, м<sup>3</sup>/с;

 $Q_{\Sigma}^{0}$  - объемный расход жидкости в момент образования подпорного слоя, м<sup>3</sup>/с;

 $Q_{\Sigma}$  - суммарный расход обеих фаз, м<sup>3</sup>/с;

 $Q_n$  – предельная производительность, м<sup>3</sup>/с;

R<sub>о</sub> радиус истечения, м;

<sup>\*</sup>Обозначения, не указанные в данном перечне, оговариваются в тексте

P – давление,  $H/M^2$ ;

 $\Delta P$  – разность давлений,  $H/m^2$ ;

R, r – рассматриваемый радиус ротора, м;

Re – число Рейнольдса, Re =  $\frac{u_{\kappa}d_{\kappa}\rho_{c}}{\mu_{c}}$ ;

We – число Вебера,  $We = \frac{\Delta \rho \omega^2 R^3}{\sigma}$ ; Nu – число Нуссельта,  $Nu = \frac{k \cdot d}{D}$ ;

t – время контакта, с;

α - угол наклона конических элементов насадок, град;

 $\Delta R$  – подпорный кольцевой слой жидкости перед отверстием истечения, м;

U<sub>д</sub>, U<sub>d</sub> и W<sub>c</sub> – скорость дисперсной и сплошной фазы, м/с;

U<sub>R</sub>, V<sub>R</sub> – радиальная скорость дисперсной фазы, м/с;

W<sub>R</sub> – радиальная скорость сплошной фазы, м/с;

 $\Delta \rho$  - разность плотностей контактных фаз, кг/м<sup>3</sup>;

 $\rho_{c}, \rho_{\pi}$  – плотность сплошной и дисперсной фаз, кг/м<sup>3</sup>;

 $\rho_{\kappa}$  – плотность капли, кг/м<sup>3</sup>;

 $\rho_{cm}$  – плотность смеси, кг/м<sup>3</sup>;

μ' - коэффициент истечения;

 $\mu_{c},\,\mu_{\text{д}},\,\mu_{\text{см}}$  – вязкость сплошной, дисперсной фаз и смеси, н·с/м²;

η - коэффициент полезного действия;

ф - удерживающая способность;

ψ и k – коэффициенты лобового сопротивления и поперечной силы;

 $\omega_{o}$  – угловая скорость ротора, с<sup>-1</sup>;

 $\omega_{\rm ж}$  – угловая скорость жидкости, с<sup>-1</sup>;

 $\omega_{np}$  – угловая скорость проскальзывания жидкости относительно ротора, с<sup>-1</sup>.

Индексы:

- д, с дисперсная и сплошная фазы;
- к.ф. контакт фаз;
- о.т.с. объем эквивалентной теоретической ступени;

## $\Sigma$ - суммарная;

- r<sub>i</sub> рассматриваемый радиус ротора;
- о начальный (около оси вращения) радиус насадки;
- н наружный радиус насадки.

## Глава 1. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ ЭКСТРАКТОРАХ

## 1.1. Основные характеристики центробежного поля. Общие положения

Высокоэффективные малогабаритные центробежные аппараты, обладая рядом несомненных преимуществ перед колонными гравитационными аппаратами, имеют и некоторые недостатки, ограничивающие их конкурентоспособность:

 сложность изготовления и обслуживания по сравнению с колонными аппаратами;

 - лимитирующим проходным сечением для движения радиальных потоков является центральная секция насадки, находящаяся у оси, где действуют наименьшие центробежные силы.

Соответственно, структура потоков, реализованная в центробежных экстракторах, несмотря на высокую эффективность, далека от совершенства.

Для создания рациональной организации потоков в аппарате необходимы знания не только о закономерностях массопередачи, но и о локальных гидродинамических процессах в элементах насадочных устройств. Поэтому наряду с решением макрозадач при разработке и расчете аппаратов (то есть моделирование, уменьшение продольной и поперечной неравномерности, создание турбулизированного потока) исследователями определяются значимость вклада таких элементар-

13

ных процессов, как образование и дробление капель, полидисперность, стесненность потока капель в элементах насадок, а также влияние условий обтекания капель несущей средой и их участие в сложном движении потока и явлений диффузионного характера, обусловленных локальными флуктуациями капель в элементах насадок.

Исходя из вышеизложенного представляется целесообразным рассмотреть влияние отдельных элементарных актов на эффективность работы экстрактора, разлагая весь сложный процесс движения потока на ряд элементарных актов, осуществляемых в контактной зоне центробежного экстрактора, начиная от подачи фаз и до выхода их из аппарата (рис. 1.1).

Рассмотрим ряд гидродинамических характеристик центробежных аппаратов.

Известно [8], что при равномерном вращении аппарата угол  $\phi$ , отсчитываемый от некоторого начального положения, соответствующего моменту времени T = 0, равномерно возрастает и за время T<sub>0</sub> радиус описывает угол 2 $\pi$  радиан. Следовательно, угловая скорость  $\omega = 2\pi/T_0$ , с<sup>-1</sup>, где продолжительность одного оборота T<sub>0</sub> = 60/n. Тогда  $\omega = \pi n/30$ , с<sup>-1</sup>.

Следующими характеристиками центробежного поля являются центростремительное ускорение  $j = \omega^2 R$  и окружная скорость  $W_{ok} = \omega R$ . Центробежная сила выражается в виде  $C = M \cdot \omega^2 R$ . Силы, действующие на движущуюся частицу в среде другой жидкости в центробежном поле (рис. 1.2) [2]:

14



Рис. 1.1. Принципиальная схема безнапорного дифференциальноконтактного экстрактора:

1 — узел подачи (трубка, диск, камера); 2 — диспергатор (отверстия, штуцера, щели, сопла); 3 — уровень раздела фаз воздух-жидкость и зона сепарации легкой фазы; 4 - насадочная зона (цилиндры, диски, спирали, ленты и т.п.); 5 — уровень раздела фаз жидкость-жидкость; 6 — сепарационная зона (диски, каналы, полость, круговые щели); 7 - гидрозатвор (выход тяжелой фазы из аппарата)

- центробежная сила инерции C =  $(m_{\kappa})\omega^2 R$ ;

- аналог выталкивающей силы Архимеда A =  $m_c \omega^2 R$ ;
- сила инерции Кориолиса К =  $2m_{\kappa}\omega v$ ;
- поперечная сила сопротивления Тейлора T = K<sub>c</sub>m<sub>c</sub>ωV;
- сила лобового сопротивления  $S = \psi_c \rho_c v^2 d_{\kappa}^2$ ;
- сила инерции относительного движения  $P = (dV/dt)m_{\kappa}$ .

Как видно из рис. 1.2, в центробежном поле на движущуюся частицу действуют специфические силы Т и К, присущие только для вращающихся потоков. Для рабочих диапазонов центробежных экстракторов значения силы Тейлора малы. Поэтому представляет больший интерес сила Кориолиса, которую иногда необходимо учитывать при расчете и создании конструкции центробежных экстракторов.



Рис. 1.2. Схема сил, действующих на частицу в центробежном поле.

При равномерном вращении жидкостного кольца под действием центробежных сил внутренняя поверхность его описывается уравнением параболоида вращения (рис. 1.3) [4, 5]

$$P-P_a=\rho gZ+\rho \frac{\omega^2 r^2}{2},$$

а значение разности радиусов свободной поверхности жидкостного кольца составляет

$$\Delta \mathbf{R'} = \mathbf{R}_0 - \sqrt{\mathbf{R}_0^2 - \frac{2gH}{\omega^2}}$$



Рис. 1.3. Форма свободной поверхности жидкости в роторе с вертикальной осью вращения.

В случае, когда ось вращения горизонтальная (рис. 1.4), свободная поверхность жидкостного кольца принимает форму цилиндра, ось которого лежит выше оси ротора на расстоянии  $e = \frac{g}{\omega^2}$ . В связи с малыми размерами высоты контактной зоны ротора и большими числами оборотов для практических целей значения величин  $\Delta R'$  обычно не учитываются. В дальнейшем будем полагать, что внутренняя поверхность жидкостного кольца представляет собой коаксиальный прямой круговой цилиндр.



Рис. 1.4. Форма свободной поверхности жидкости в роторе с горизонтальной осью вращения.

Напряженностью центробежного поля принято называть силу, действующую на единицу массы, и она имеет размерность ускорения  $E = \omega^2 R$ .

Давление, развиваемое жидкостным кольцом во вращающемся роторе, записывается в виде

$$P = \rho_{\pi} \frac{\omega^2}{2} (R_{H}^2 - R_{0}^2).$$

Соответственно, отношение ускорений центробежного и гравитационных полей называют фактором разделения

$$F_r = \frac{j}{g} = \frac{\omega^2 R}{g}$$

# 1.2. Уравнение неразрывности (сплошности) в цилиндрических координатах

Зависимость между скоростями в потоке жидкости, который движется в центробежных аппаратах, удобно установить, пользуясь цилиндрической системой координат. Выделим внутри потока жидкости в роторе элементарный объем, ограниченный тремя парами смежных координатных поверхностей (рис. 1.5).



Рис. 1.5. Элементарный объем жидкости в цилиндрической системе координат

Примем, что составляющие скорости потока вдоль осей координат –  $V_r$ ,  $V_{\phi}$ ,  $V_z$ , а плотность движущейся жидкости -  $\rho$ . Тогда через грань выделенного участка площадью r·d $\phi$ ·dz войдет вдоль оси r за единицу времени масса жидкости

$$M_r = \rho V_r \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz \cdot d\tau.$$

На противоположной грани выделенного объема скорость и плотность жидкости изменятся и будут равны соответственно

$$\left(V_{r} + \frac{\partial V_{r}}{\partial r} \cdot dr\right)$$
 и  $\left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial r} \cdot dr\right)$ . Тогда через эту противоположную

грань за то же время dt выйдет масса жидкости

$$\mathbf{M}_{\mathbf{r}+\mathbf{dr}} = \left[ \boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{r}} + \frac{\partial (\boldsymbol{\rho} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{r}})}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{dr} \right] \cdot (\mathbf{r} + \mathbf{dr}) \cdot \mathbf{d\boldsymbol{\varphi}} \cdot \mathbf{dz} \cdot \mathbf{d\tau}.$$

Если пренебрежем членом высшего порядка малости, приращение массы в элементарном объеме вдоль оси г составит

$$dM_{r} = M_{r} - M_{r+dr} = -\left[\frac{\rho \cdot V_{r}}{r} + \frac{\partial(\rho \cdot V_{r})}{\partial r}\right] \cdot dr \cdot r \cdot d\phi \cdot dz \cdot d\tau.$$

По аналогии приращение массы в выделенном объеме вдоль осей ф и z

$$dM_{\varphi} = -\frac{\partial(\rho \cdot V_{\varphi})}{\partial \varphi} \cdot d\varphi \cdot dr \cdot dz \cdot d\tau;$$
  
$$dM_{z} = -\frac{\partial(\rho \cdot V_{z})}{\partial z} \cdot dz \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr \cdot d\tau.$$

Полное приращение массы в элементарном объеме за время dt будет равно сумме найденных приращений. Отсюда

$$d\mathbf{M} = -\left[\frac{\mathbf{\rho} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{r}}}{\mathbf{r}} + \frac{\partial(\mathbf{\rho} \cdot \mathbf{V}_{\mathbf{r}})}{\partial \mathbf{r}} + \frac{1}{\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial(\mathbf{\rho} \cdot \mathbf{V}_{\phi})}{\partial \phi} + \frac{\partial(\mathbf{\rho} \cdot \mathbf{V}_{z})}{\partial z}\right] \cdot \mathbf{r} \cdot d\phi \cdot dz \cdot d\tau \cdot d\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}$$

Известно, что изменение массы в полностью заполненном жидкостью объеме возможно лишь вследствие изменения плотности жидкости в этом объеме. Это изменение можно представить в форме

$$d\mathbf{M} = \left(\rho + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \tau}\right) \cdot \mathbf{r} \cdot d\phi \cdot d\mathbf{z} \cdot d\tau \cdot d\mathbf{r} - \rho \cdot \mathbf{r} \cdot d\phi \cdot d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{z} \cdot d\tau = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \cdot \mathbf{r} \cdot d\phi \cdot d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{z} \cdot d\tau$$

•

Приравнивая полученные выражения для dM и разделив новое равенство на dr $d\phi$ -dz $d\tau$ , соответственно получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\rho \cdot V_{r}}{r} + \frac{\partial (\rho \cdot V_{r})}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (\rho \cdot V_{\phi})}{\partial \phi} + \frac{\partial (\rho \cdot V_{z})}{\partial z} = 0$$
(1.1)

Полученное уравнение представляет собой дифференциальное уравнение неразрывности потока для неустановившегося движения сжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат.

Для установившегося движения  $\frac{\partial P}{\partial \tau} = 0$  уравнение принимает вид  $\frac{\rho \cdot V_r}{r} + \frac{\partial (\rho \cdot V_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (\rho \cdot V_{\phi})}{\partial \phi} + \frac{\partial (\rho \cdot V_z)}{\partial z} = 0$ 

Для капельных жидкостей, которые практически несжимаемы (P = const), уравнение неразрывности запишется в форме

$$\frac{\mathbf{V}_{\mathrm{r}}}{\mathrm{r}} + \frac{\partial \mathbf{V}_{\mathrm{r}}}{\partial \mathrm{r}} + \frac{1}{\mathrm{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{V}_{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \mathbf{V}_{\mathrm{z}}}{\partial z} = 0$$
(1.2.)

Рассмотрим уравнение неразрывности для однонаправленного движения жидкости в центробежном экстракторе вдоль оси z (осевое движение) и вдоль оси г (радиальное движение). Примем, что при осевом движении жидкости (рис. 1.6) ширина камеры в сравнении с радиусом ротора мала. Это позволяет при рассмотрении скорости потока пренебречь застойными участками. Тогда уравнение неразрывности запишется в виде  $\frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$ . Умножая уравнение на s·dz, где  $s = \pi (R_2^2 - R_1^2)$ , и интегрируя, получим среднюю скорость жидкости в сечении площадью s:

$$s\int \frac{\partial V_z}{\partial z} dz = s \cdot V = Q \tag{1.3}$$

При радиальном движении жидкости в роторе центробежного экстрактора (рис. 1.7), когда жидкость равномерно распределяется по его высоте, уравнение сплошности будет иметь вид

$$\frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_r}{\partial r} = 0.$$



Рис. 1.6. Схема аппарата с коаксиальными цилиндрами



Рис. 1.7. Схема аппарата с полым ротором и диспергатором

Принимая, что в рассматриваемом случае отсутствует осевое и тангенциальное движение жидкости, можно записать

$$\frac{\mathbf{V}_{\mathbf{r}}}{\mathbf{r}} + \frac{\mathbf{d}\mathbf{V}_{\mathbf{r}}}{\mathbf{d}\mathbf{r}} = 0$$

Разделив переменные и проинтегрировав, получим

 $\ln V_r + \ln r + C = 0$ 

Откуда V<sub>r</sub>·r = C. Из рис. 1.7 видно, что  $\left(V_r\right)_{r=R} = \frac{Q}{2\pi R \cdot H} = \frac{C}{R}$ .

Откуда C =  $\frac{Q}{2\pi H}$ .

Следовательно,  $V = \frac{Q}{2\pi H \cdot r}$  (1.4)

Полученные уравнения (1.3) и (1.4) показывают, что при установившемся движении жидкости в центробежных экстракторах, несмот-

ря на изменения средних скоростей и площадей живых сечений по длине потока, расход в них остается постоянным.

## **1.3.** Дифференциальные уравнения равновесия и движения во вращающемся роторе (уравнение Л.Эйлера)

Зависимость для определения давления покоящейся жидкости относительно вращающегося ротора можно вывести из дифференциальных уравнений равновесия Л.Эйлера, записанных, например, в цилиндрической системе координат, жестко связанной с вращающимся ротором.

Выделим из объема жидкости, вращающейся вместе с ротором и неподвижной относительно его, элементарный участок с ребрами dr, r·dq, dz (рис. 1.8).



Рис. 1.8. Схема действия давлений на элементарный объем в центробежном annapame

Будем считать, что гидростатическое давление Р является функцией всех трех координат:  $P = f(r, \phi, z)$ . Рассмотрим проекции сил гидростатического давления на оси координат. Известно, что сила, обусловленная действием гидростатического давления на любую из граней участка, равна произведению гидростатического давления Р на площадь этой грани. Тогда проекция равнодействующей силы давления по направлению координаты г

$$P \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dr\right) \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz = -\frac{\partial P}{\partial r} \cdot dr \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz$$

Проекция равнодействующей силы давления по направлению координат ф и z:

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{dr} \cdot \mathbf{dz} - \left(\mathbf{P} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \phi} \cdot \mathbf{d\phi}\right) \cdot \mathbf{dr} \cdot \mathbf{dz} = -\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \phi} \cdot \mathbf{dr} \cdot \mathbf{d\phi} \cdot \mathbf{dz}$$

На рассматриваемый элементарный объем жидкости, кроме сил гидростатического давления, действуют массовые силы, непрерывно распределенные по его объему (сила тяжести, центробежная сила и т.п.). Равнодействующую массовых сил dG можно представить как сумму произведений ускорений ј массовых сил на массу жидкости в элементарном объеме:

$$dG = \sum j_i \rho_* dr \cdot r \cdot d\phi \cdot dz$$
$$P \cdot dr \cdot r \cdot d\phi - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz\right) \cdot dr \cdot r \cdot d\phi = -\frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz \cdot dr \cdot r \cdot d\phi$$

Плотность  $\rho_{*}$  жидкости здесь и далее принимается постоянной.

Обозначая проекции ускорения j на оси r,  $\phi$ , z соответственно через j<sub>r</sub>, j<sub> $\phi$ </sub>, j<sub>z</sub>, получим выражения для проекций равнодействующих массовых сил dG на эти оси:

$$dG_{r} = \sum j_{r} \cdot \rho \cdot dr \cdot r \cdot d\phi \cdot dz;$$
  

$$dG_{\phi} = \sum j_{\phi} \cdot \rho \cdot dr \cdot r \cdot d\phi \cdot dz;$$
  

$$dG_{z} = \sum j_{z} \cdot \rho \cdot dr \cdot r \cdot d\phi \cdot dz.$$

Выделенный элемент жидкости будет находиться в равновесии, если сумма проекций всех сил, действующих на элементарный объем, равна нулю. В этом случае, разделив данные уравнения на величину dr·r·dφ·dz, получим систему уравнений равновесия единичной массы рассматриваемого объема жидкости в общем виде

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \sum j_{r} = 0;$$
  
$$-\frac{1}{r \cdot \rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial \phi} + \sum j_{\phi} = 0;$$
  
$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} + \sum j_{z} = 0.$$
 (1.5)

Для рассматриваемого случая, то есть для жидкости, находящейся во вращающемся роторе, ускорением массовых сил будут центростремительное ускорение  $\omega^2 r$ , направленное по оси г и, ускорение свободного падения g, направленное по оси z. Окончательно уравнения равновесия Л. Эйлера для жидкости, вращающейся вместе с ротором, запишутся в следующем виде:

$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} + \omega^2 r = 0;$$
  
$$-\frac{1}{r \cdot \rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial \varphi} = 0;$$
  
$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} - g = 0.$$
 (1.6)

Ускорением свободного падения g в практических случаях можно пренебречь из-за малости по сравнению с центростремительным ускорением. Тогда можно принять  $\frac{\partial P}{\partial z}$  и  $\frac{\partial P}{\partial \phi}$  равными нулю и, следовательно, заменить  $\frac{\partial P}{\partial z}$  на  $\frac{dP}{dz}$ , а первое уравнение из системы (1.6) можно записать в форме  $\frac{dP}{dr} = \rho \omega^2 r$ .

Проинтегрировав это уравнение в пределах с  $r = r_o$  на r = r (рис. 1.9), получим

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{\rho}\omega^2}{2} \left( \mathbf{r}^2 - \mathbf{r}_o^2 \right).$$

Последнее уравнение выражает величину давления во вращающейся жидкости.



Рис. 1.9. Схема аппарата с полым ротором

При движении жидкости относительно вращающегося ротора, помимо центростремительного ускорения и ускорения свободного падения, будет действовать также ускорение Кориолиса. В частности, при движении жидкости в окружном направлении (по оси  $\phi$ ) будет справедливо ускорение Кориолиса по направлению радиуса, равное K<sub>r</sub> =  $2 \cdot \omega \cdot V_{\phi}$ , и при движении жидкости в радиальном направлении – ускорение Кориолиса по направлению оси  $\phi$  K<sub> $\phi$ </sub> =  $2 \cdot \omega \cdot V_{r}$ .

Подставляя значения проекций ускорений  $\omega^2 r$ , g, K<sub>r</sub> и K<sub> $\phi$ </sub> в уравнения (1.5) и используя основной принцип гидродинамики, гласящий, что сумма проекций сил, действующих на движущийся объем жидкости, равна произведению массы жидкости на ее ускорение, получим уравнения движения для единичной массы жидкости

$$-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial r}+\omega^2 r+2\omega V_{\varphi}=\frac{dV_r}{d\tau};$$

$$-\frac{1}{\rho \cdot r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \phi} - 2\omega V_r = \frac{dV_{\phi}}{d\tau}; \qquad (1.7)$$
$$-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} - g = \frac{dV_z}{d\tau}.$$

Система уравнений (1.7) может быть несколько преобразована. Учитывая, что компоненты скорости являются непрерывной функцией г,  $\varphi$ , z и  $\tau$ , правую часть этих уравнений выразим через частные производные:

$$\frac{\partial V_{r}}{\partial r}V_{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_{r}}{\partial \phi}V_{\phi} + \frac{\partial V_{r}}{\partial z}V_{z} + \frac{\partial V_{r}}{\partial \tau} - \frac{1}{r}V_{\phi}^{2} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \omega^{2}r + 2\omega V_{\phi};$$

$$\frac{\partial V_{\phi}}{\partial r}V_{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_{\phi}}{\partial \phi}V_{\phi} + \frac{\partial V_{\phi}}{\partial z}V_{z} + \frac{\partial V_{\phi}}{\partial \tau} + \frac{1}{r}V_{R}V_{\phi} = -\frac{1}{\rho \cdot r}\frac{\partial P}{\partial \phi} - 2\omega V_{r}; \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial V_{z}}{\partial r}V_{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_{z}}{\partial \phi}V_{\phi} + \frac{\partial V_{z}}{\partial z}V_{z} + \frac{\partial V_{z}}{\partial \tau} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} - g.$$

Полученная система уравнений (1.8) представляет собой дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости Л.Эйлера в поле действия центробежных сил.

Одним из решений дифференциальных уравнений движения Л.Эйлера для установившегося потока невязкой жидкости (1.7) является уравнение Бернулли, имеющее большое практическое применение при расчете параметров движения жидкости во вращающихся роторах. Для вывода уравнения Бернулли умножим левые и правые части уравнений (1.7) соответственно на dr, rdq, dz. После сложения правых и левых частей уравнений получим

$$V_r dV_r + V_{\varphi} dV_{\varphi} + V_z dV_z =$$

$$= -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial r} dr + \frac{\partial P}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial P}{\partial z} dz \right) + \omega^2 r dr + 2\omega V_{\varphi} dr - 2\omega V_r r d\varphi - g dz.$$
(1.9)

Можно записать

$$V_{r}dV_{r} = d\left(\frac{V_{r}^{2}}{2}\right)$$
$$V_{\phi}dV_{\phi} = d\left(\frac{V_{\phi}^{2}}{2}\right)$$
$$V_{z}dV_{z} = d\left(\frac{V_{z}^{2}}{2}\right)$$

А их сумма

$$d\left(\frac{V_r^2}{2}\right) + d\left(\frac{V_{\phi}^2}{2}\right) + d\left(\frac{V_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{V_r^2 + V_{\phi}^2 + V_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{V^2}{2}\right)$$

при установившемся движении давления в данной точке не зависит от времени. Следовательно, сумма слагаемых в скобках уравнения (1.9) представляет собой полный дифференциал dP. Тогда уравнение (1.9) запишется в виде

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) = -\frac{dP}{\rho} + \omega^2 r dr + 2\omega V_{\phi} dr - 2\omega V_r r d\phi - g dz.$$

После интегрирования этого уравнения получим

$$\frac{V^2}{2} + \frac{1}{\rho}P - \frac{\omega^2 r^2}{2} - 2\omega \int V_{\varphi} dr + 2\omega \int V_r r d\varphi + gz = const.$$

Для частного случая, когда  $V_{\phi}$  и  $V_z$  равны нулю, то есть когда линия тока жидкости совпадает с направлением оси z (осевое движение), последнее уравнение принимает вид

$$\frac{V_z^2}{2} + \frac{P}{\rho} - \frac{\omega^2 r^2}{2} + gz = const.$$
 (1.10)

Если рассматривать движение для двух сечений струйки в направлении оси вращения, то для случая полностью заполненного ротора жидкостью можно записать

$$\frac{V_{z1}^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} - \frac{\omega^2 r^2}{2} + gz_1 = \frac{V_{z2}^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} - \frac{\omega^2 r^2}{2} + gz_2. \quad (1.11)$$

### 1.4. Истечение жидкостей из затопленных насадок (диспергаторов)

Центробежное поле характеризуется рядом свойств, отличающих его от поля действия сил тяжести. Во-первых, поверхностями равного давления в центробежном поле являются поверхности коаксиальных цилиндров с общей осью, совпадающей с осью вращения центробежного аппарата. Во-вторых, величина центробежной силы, в отличие от силы тяжести, есть величина переменная, зависящая от радиуса и угловой скорости вращения. В-третьих, центробежное поле характеризуется силой Кориолиса, которая появляется при относительном движении тела в направлении, отличном от направления оси вращения. Величина и направление этой силы зависят от массы тела, радиуса вращения, угловой скорости и направления движения. Ввиду вышеперечисленных свойств центробежного поля, как отмечено автором [2], явления, происходящие в нем, качественно отличаются от явлений, происходящих в поле действия сил тяжести.

Особенности центробежного поля значительно затрудняют анализ процессов истечения жидкостей с использованием методов классической гидромеханики [47-51]. Поэтому необходимость расчета центробежных аппаратов, отдельных его узлов, где происходит течение и истечение жидкостей, вынуждает стать на путь экспериментального исследования [17]. Проведение исследований по выявлению закономерностей течения жидкостей через затопленные отверстия в центробежном поле имеет важное значение для расчета предельных скоростей потоков в центробежных экстракторах, для определения оптимальной площади сечения каналов в контактных элементах и выбора наиболее рационального режима работы аппарата.

Анализ конструкций и работы противоточных центробежных экстракторов показывает, что процесс течения жидкостей через отверстия в контактных элементах этих аппаратов можно подразделить:

 а) на истечение из круглых и щелевых отверстий (рис. 1.10г-1.10е);

б) на двухфазное противоточное течение жидкостей через круглые и щелевые отверстия (рис. 1.10д), через кольцевые щели и щели, образованные плоскими (рис. 1.10ж), коническими насадками (рис. 1.10з, 1.10и) и насадками сложной формы (рис. 1.10к, рис. 1.10л, 1.10м).

32



Рис. 1.10. Виды течений потоков в распылительных устройствах через отверстия контактных элементов противоточных центробежных экстракторов: а-в - истечение жидкостей из диспергирующих распылительных устройств; г-и - одно- и двухфазное течение потоков через элементы и насадки; к-м - сложное движение потоков в межнасадочных зазорах насадки центробежных массобменных аппаратов.

Дополнительный анализ явлений, имеющих место при течении жидкостей через отверстия в поле действия центробежных сил, приводит к выводу о качественном отличии их от явлений, которые возникают при течении жидкостей через отверстия в гравитационном поле, вследствие существенного различия свойств гравитационного и центробежного полей (рис. 1.11–1.13).



Рис. 1.11. Схема истечения жидкости из отверстий тонкостенного цилиндра.

Помимо того что центробежная сила инерции, в отличие от силы земного притяжения, является величиной переменной, зависящей от величины радиуса ротора и угловой скорости вращения, существенную роль при истечении играют кориолисовы силы инерции, появляющиеся при относительном движении жидкостей (рис. 1.13).



Рис. 1.12. Схема линий тока и эпюры скоростей при истечении:
а, в - в гравитационном поле; б, г - в центробежном поле;
д - схема сил, действующих на жидкость в трубке тока (в преположении симметричного подтекания к отверстию); А - архимедова сила
вытеснения, К - кориолисова сила инерции, С - центробежная сила инерции



Рис. 1.13. Схема отрыва струи от стенки сопла.

Под действием этих сил нарушается симметрия и коэффициент расхода  $\mu'$  уменьшается с увеличением отношения длины сопла  $\ell$  к его диаметру d. Этот вывод, видимо, следует считать ошибочным, так как вследствие возрастания по радиусу центробежной силы, действующей на текущую в канале сопла жидкость, движение ее должно быть ускоренным, а из условий неразрывности потока следует, что сечение потока жидкости в канале сопла должно постоянно уменьшаться пропорционально росту скорости жидкости.

Вследствие постоянства сечения канала произойдет отрыв струи от стенки сопла со стороны, противоположной действию кориолисовой силы (см. рис. 1.13) и изменится характер распределения скоростей и давлений не только в этом слое, но и в струе, проходящей через отверстие. Поэтому рекомендации, данные Д.Е. Шкоропадом [4] по использованию уравнений, полученных при исследовании истечения в аппаратах гравитационного типа, для определения расхода жидкостей через отверстия в контактных элементах центробежных экстракторов можно использовать лишь для ориентировочных расчетов.

## 1.5. Вывод функциональной зависимости для определения коэффициента расхода для центробежных аппаратов

Известно, что расход жидкости при истечении из отверстий определяется по зависимости

$$Q = \mu' Q_{\rm T}, \tag{1.12}$$

где Q – действительный расход жидкости; Q<sub>т</sub> – теоретический расход жидкости; µ' - коэффициент расхода.

Для вывода уравнения теоретического расхода жидкости через отверстие в тонкой стенке в поле действия центробежных сил рассмотрим схему истечения (см. рис. 1.12). Выделим участок трубки тока, расположенной между сечениями I-I и II-II, и запишем уравнение Бернулли для этих сечений

$$\rho_{\pi} \frac{V_{1}^{2}}{2} + \rho_{\pi} \frac{\omega^{2} (R^{2} - R_{1}^{2})}{2} + \rho_{c} \frac{\omega^{2} (R_{1}^{2} - R_{o}^{2})}{2} + \rho_{\pi} gz = \rho_{\pi} \frac{V_{2}^{2}}{2} + \rho_{c} \frac{\omega^{2} (R^{2} - R_{o}^{2})}{2} + \rho_{c} gz, \quad (1.13)$$

где V<sub>1</sub> – скорость течения жидкости перед отверстием; V<sub>2</sub> – скорость течения жидкости в отверстии. Учитывая, что в центробежных аппаратах ускорение  $\omega^2 R$  обычно более чем на два порядка превосходит ускорение силы тяжести, влиянием последних членов обеих частей уравнения (1.12) на скорость истечения жидкостей можно пренебречь.

Осуществив указанное упрощение в (1.12), получим уравнение теоретической скорости истечения

$$\mathbf{V}_{2} = \boldsymbol{\omega} \sqrt{\frac{\Delta \boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\rho}_{\pi}} \cdot \frac{\mathbf{R}^{2} - \mathbf{R}_{1}^{2}}{\left[1 - \left(\frac{\mathbf{F}_{o}}{\mathbf{F}_{\pi}}\right)^{2}\right]}},$$

где  $F_o$  - площадь поперечного сечения отверстий в цилиндрической стенке;  $F_u$  - площадь поверхности контактного цилиндра;  $\Delta \rho$  - разность плотностей фаз. Величина  $F_o/F_u$ , которая учитывает скоростной напор перед отверстием истечения, будет также пренебрежимо мала для центробежных экстракторов, площадь сечения отверстий которых не превышает 10%.

С учетом упрощений расчет теоретической скорости истечения можно вести по формуле

$$\mathbf{V}_{2} = \boldsymbol{\omega} \sqrt{\frac{\Delta \boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\rho}_{\pi}} \left( \mathbf{R}^{2} - \mathbf{R}_{1}^{2} \right)} \,. \tag{1.14}$$

При выводе уравнения (1.14) для теоретической скорости истечения нами не учитывалось влияние кориолисовой силы инерции, под действием которой нарушается симметрия линий тока в слое жидкости перед отверстием, а также изменяется характер распределения скоростей как в слое, так и в самой струе (см. рис. 1.13). Поэтому коэффициент расхода  $\mu'$  будет зависеть от величины кориолисовой силы, которая является, в свою очередь, функцией  $\rho_{a}$ , V,  $\omega$ .

Как уже было отмечено, при подходе истекающей жидкости к отверстиям истечения вследствие действия кориолисовой силы инерции произойдет также отставание жидкости от ротора, скорость вращения которого принята в уравнении для теоретической скорости. Причем чем больше площадь сечения отверстий, тем вследствие увеличения радиальной составляющей скорости жидкости в сечении I-I (см. рис. 1.12) произойдет большее ее отставание. Силами, препятствующими отставанию, являются силы трения жидкости о поверхность перфорированного цилиндра и стенки ротора. Поэтому влияние этого эффекта кориолисовой силы на коэффициент расхода можно учесть отношением  $F_0/F_{\mu}$ . Помимо этого, на струю за сечением II-II будет действовать центробежная сила инерции  $\Delta \rho \omega^2 R$ , которая из-за наличия вязкости истекающей жидкости будет оказывать влияние на скорость истечения. Следовательно,  $\mu'$  будет также зависеть и от  $\Delta \rho$ , R.

Допустим, что, как и в случае истечения из отверстий в гравитационном поле [32], силы поверхностного натяжения не окажут заметного влияния на коэффициент расхода. Тогда  $\mu'$  будет определяться значением параметров:

$$\mu' = \phi (V, \omega, R, \Delta \rho, \rho_{\pi}, F_o/F_{\pi}).$$

Методом анализа размерностей для коэффициента расхода найдена следующая функциональная зависимость:

$$\mu' = A' \left(\frac{V}{\omega R}\right)^a \left(\frac{\rho_{\mathcal{A}}}{\Delta \rho}\right)^b \left(\frac{F_o}{F_u}\right)^c.$$
(1.15)

где V – скорость истечения из отверстий; R – радиус перфорированного цилиндра.

Для случая истечения тяжелой фазы из круговых конических дисков исследования проводились также для получения зависимостей по определению теоретической скорости по уравнению Бернулли [6]. Для выделенного участка «трубки тока», расположенного между сечениями І-І и ІІ-ІІ (рис. 1.14), в случае истечения из круговой щели конической насадки запишем



Рис. 1.14. Схема цилиндрического ротора с конической насадкой

$$Pa + 0.5\rho_{c}\omega_{o}^{2}(R_{1}^{2} - R_{o}^{2}) + \rho_{c}gz + 0.5\rho_{\mu}(V_{1}^{T})^{2} = Pa + 0.5\rho_{\mu}\omega_{o}^{2}(R_{1}^{2} - R_{o}^{2}) + \rho_{c}gz + 0.5\rho_{\mu}(V_{2}^{T})^{2} - 0.5(\rho_{\mu} - \rho_{c})\omega^{2}(R_{1}^{2} - R_{o}^{2}) = \text{const},$$

где  $V_1^{T}, V_2^{T}$  - скорости тяжелой дисперсной фазы в сечениях I-I, II-II соответственно. Откуда

$$Q_{m} = V_{2}^{m} f_{o} = 2\pi R h \sqrt{\left(V_{1}^{m}\right)^{2} + \Delta \rho \omega_{o}^{2} \left(R_{2}^{2} - R_{1}^{2}\right) \cdot \rho_{o}^{-1}}, \qquad (1.16)$$

$$\mu' = A \left( \frac{\rho_{\pi} V_{\pi}}{\Delta \rho \omega_{o} R} \right)^{a} \left( \frac{f_{o}}{f_{\kappa}} \right)^{B} \left( \frac{Q_{c}}{Q_{\pi}} \right)^{c}.$$
(1.17)

И для вязких систем

$$\mu' = A' \cdot (Fr)^{a} (Re_{d})^{B} (Re_{c})^{c} (We)^{d} \left(\frac{Q_{\pi}}{Q_{c}}\right)^{e} \left(\frac{f_{\kappa}}{f_{o}}\right)^{\kappa} \left(\frac{h}{R}\right)^{m} \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{n}$$
(1.18)

Здесь комплексы  $\frac{f_\kappa}{f_o}$  и  $\frac{h}{R}$  учитывают влияние величины подпора слоя

жидкости перед отверстием (щелью истечения) и влияние сил Кориолиса (изменение давления слоя при наличии проскальзывания слоя жидкости относительно вращающихся стенок элементов ротора); О

вотоком; 
$$\frac{\Delta \rho}{\rho_{_{\rm T}}}$$
 - влияние силы Архимеда в центробежном поле;

$$Fr = \frac{V_{\pi}\rho_{\pi}}{\Delta\rho\omega R}; \quad Re_{\pi} = \frac{\rho_{\pi}V_{\pi}d_{_{3KB}}}{\mu_{\pi}}; \quad Re_{c} = \frac{\rho_{c}V_{R}d_{_{9KB}}}{\mu_{c}}; \quad We = \frac{\rho_{\pi}V_{\pi}^{2}d_{_{9KB}}}{\sigma}; \quad d_{_{9KB}} = 2h;$$