

А. О. Андреева

Докажите тождество:

$$\frac{\cos(3\pi - 2\alpha)}{2\sin^2(\frac{5}{4}\pi + \alpha)} = \operatorname{tg}(\alpha - \frac{5}{4}\pi)$$

$$y = \frac{e^{2x}}{e^x + 2}$$

Доказ-во. Упростим левую часть:

$$y' = \frac{(e^x + 2) \left[\frac{\cos(3\pi - 2\alpha)}{2\sin^2(\frac{5\pi}{4} + \alpha)} - \frac{\cos(\pi - 2\alpha)}{2\sin^2(\pi + (\frac{\pi}{4} + \alpha))} \right]}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x + 2) \left[\frac{-\cos 2\alpha}{2\sin^2(\frac{\pi}{4} + \alpha)} - \frac{-\cos 2\alpha}{2\sin^2(\frac{\pi}{4} + \alpha)} \right]}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x + 2) \left[\frac{-\cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} - \frac{-\cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} \right]}{(e^x + 2)^2} = \frac{(e^x + 2) \left[\frac{-\cos 2\alpha - \sin^2 \alpha}{(\cos \alpha + \sin \alpha)^2} \right]}{(e^x + 2)^2} = \frac{-\cos 2\alpha - \sin^2 \alpha}{(\cos \alpha + \sin \alpha)^2} \cdot e^x$$

ЕГЭ по математике

Практическая подготовка

- 560 заданий для подготовки к ЕГЭ
- Все темы от В1 до С3 с последними изменениями
- Теоретическая справка: формулы, определения, теоремы, преобразования, табличные данные
- Ответы и решения

$$y = (\ln x)^{\cos x}$$

use logarithmic differentiation.

$$\ln(y) = \ln[(\ln x)^{\cos x}]$$

$$= \cos x \ln(\ln x)$$

$$= \cos x \ln\left(\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{5}{4}\pi\right)\right) = -\operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{4} - \alpha\right) = -\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = -\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$$

differentiate with respect to x

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = -\sin x \ln(\ln x) + \cos x \left[\frac{1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \right]$$

Вектор $\vec{v}$ (правая часть) доказано.

$$\frac{dy}{dx} = y \left[\frac{\cos x}{x \ln(x)} - \sin x \ln(\ln(x)) \right]$$

$$= (\ln(x))^{\cos x} \left(\frac{\cos x}{x \ln(x)} - \sin x \ln(\ln(x)) \right)$$

А. О. Андреева

ЕГЭ по математике Практическая подготовка

Санкт-Петербург

«БХВ-Петербург»

2012

УДК 373:51
ББК 22.1я72
А65

Андреева А. О.

А65 ЕГЭ по математике. Практическая подготовка. — СПб.: БХВ-Петербург, 2009. — 256 с.: ил.

ISBN 978-5-9775-0813-1

Пособие предназначено для целевой подготовки к сдаче экзамена по математике в формате ЕГЭ.

Первая часть содержит краткую теорию в виде формул, таблиц, теорем по необходимым на экзамене темам: формулы сокращенного умножения, преобразование степеней и корней, квадратное уравнение, парабола, логарифмы, табличные значения тригонометрических функций, тригонометрические формулы, обратные тригонометрические функции, площади фигур, объемы и площади поверхностей фигур, необходимые теоремы геометрии, правила дифференцирования производных, производные элементарных функций, уравнение касательной функции. Во второй части даны блоки заданий от В1 до С3, содержащие разобранный типовый пример и от 5-и до 15-и заданий для самостоятельного решения. Приводятся ответы.

Для образовательных учреждений

УДК 373:51
ББК 22.1я72

Группа подготовки издания:

Главный редактор	<i>Екатерина Кондукова</i>
Зам. главного редактора	<i>Людмила Еремеевская</i>
Зав. редакцией	<i>Григорий Добин</i>
Компьютерная верстка	<i>Татьяны Олоновой</i>
Корректор	<i>Наталья Першакова</i>
Дизайн и оформление обложки	<i>Марины Дамбиевой</i>

Подписано в печать 05.04.12.

Формат 60×90¹/₁₆. Печать офсетная. Усл. печ. л. 16.

Тираж 1500 экз. Заказ №

"БХВ-Петербург", 190005, Санкт-Петербург, Измайловский пр., 29.

Первая Академическая типография «Наука»

199034, Санкт-Петербург, 9-я линия, 12/28

ISBN 978-5-9775-0813-1

© Андреева А. О., 2012

© Оформление, издательство "БХВ-Петербург", 2012

Содержание

Благодарности	5
1. Теория	7
Формулы сокращенного умножения	9
Преобразование степеней и корней	10
Квадратное уравнение. Парабола.....	11
Логарифмы	13
Табличные значения тригонометрических функций	14
Тригонометрические формулы	15
Обратные тригонометрические функции.....	18
Площади фигур	20
Объемы и площади поверхностей фигур	25
Необходимые теоремы геометрии	29
Правила дифференцирования производных	36
Производные элементарных функций. Уравнение касательной функции	37
2. Практика	39
B1.....	41
B2.....	44
B3.....	56
B4.....	63
B5.....	75
B6.....	88
B7.....	93
B8.....	101
B9.....	123
B10.....	131
B11.....	136
B12.....	143
B13.....	154

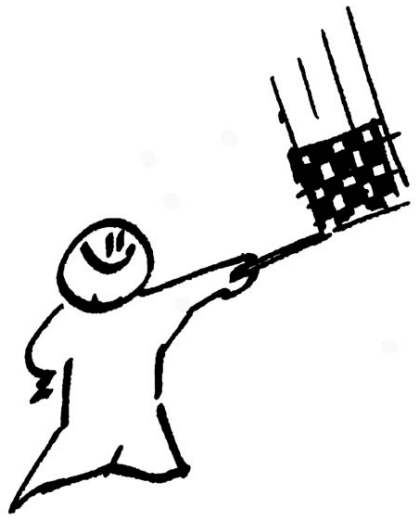
B14.....	161
C1.....	164
C2.....	186
C3.....	213
Ответы	230
Список используемой литературы.....	245

Благодарности

Хочется выразить особую благодарность прекрасным учителям математики, профессионалам своего дела: методисту по математике Калининского района, учителю математики Бестужевской гимназии № 159 *Елене Владимировне Шпаковой*, учителю математики школы-интерната № 9 *Алле Владимировне Цветковой*, учителю математики Бестужевской гимназии № 159 *Маргарите Александровне Смирновой*, учителю школы с углубленным изучением математики № 139 *Юлии Валерьевне Бунтовой*, учителю математики Бестужевской гимназии № 159 *Анне Сергеевне Ивановой*, а также учителям русского языка Бестужевской гимназии № 159 *Валерии Герасимовне Смирновой* и *Ольге Львовне Тупаец*.

Выражаю благодарность моей семье, и особенно мужу Борису и дочери Софье за моральную поддержку.

Автор с удовольствием ответит на все вопросы по заданиям и решениям: ege_matematika@mail.ru.



Теория

Формулы сокращенного умножения



1. Разность квадратов: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
2. Квадрат суммы: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3. Квадрат разности: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
4. Сумма кубов: $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
5. Разность кубов: $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
6. Куб суммы: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
7. Куб разности: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Преобразование степеней и корней



$$1. a^0 = 1$$

$$2. a^1 = a$$

$$3. a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$4. a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$5. a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

$$6. a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$$

$$7. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$8. (ab)^m = a^m \cdot b^m$$

$$9. \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$10. \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$11. \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$12. \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$13. \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$14. \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$15. \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$16. \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

Квадратное уравнение. Парабола



Квадратное уравнение — уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$.

Чтобы решить квадратное уравнение, нужно:

1. Найти дискриминант по формуле: $D = b^2 - 4ac$.

Если $D > 0$, то уравнение имеет 2 корня,
если $D = 0$, то уравнение имеет 1 корень,
если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.

2. Найти корни уравнения:

Если $D > 0$, то корни уравнения находятся по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

Если $D = 0$, то корень уравнения находится по формуле:

$$x = \frac{-b}{2a}.$$

Теорема Виета:

По теореме Виета корни уравнения находим по формулам:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$

Разложение квадратного трехчлена на множители:

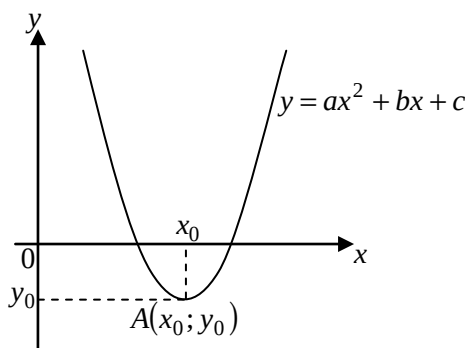
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

Если сумма коэффициентов квадратного уравнения $a + b + c = 0$,

то $x_1 = 1$; $x_2 = -\frac{c}{a}$.

Если выражение $a - b + c = 0$, то $x_1 = -1$ $x_2 = \frac{c}{a}$.

Уравнение параболы: $y = ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.



Точка $A(x_0; y_0)$ — вершина параболы.

Координаты вершины параболы находим по формулам:

$$x_0 = -\frac{b}{2a};$$

$$y_0 = a(x_0)^2 + bx_0 + c.$$

Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх; если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз.

Логарифмы



Логарифм числа b по основанию a — показатель степени, в которую нужно возвести a , чтобы получилось b .

Получаем $\log_a b = t \Rightarrow a^t = b$.

Натуральный логарифм — логарифм числа b по основанию e (экспонента $e = 2,71828\dots$): $\ln b$.

Десятичный логарифм — логарифм числа b по основанию 10 : $\lg b$.

Логарифм $\log_a b$ имеет смысл при условиях:
$$\begin{cases} a > 0; \\ a \neq 1; \\ b > 0. \end{cases}$$

Формулы логарифмов

$$1. \log_a b^c = c \cdot \log_a b$$

$$6. a^{\log_a b} = b$$

$$2. \log_{a^d} b = \frac{1}{d} \cdot \log_a b$$

$$7. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$3. \log_{a^d} b^c = \frac{c}{d} \cdot \log_a b$$

$$8. \frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$$

$$4. \log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$$

$$9. \log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$$

$$5. \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

Табличные значения тригонометрических функций



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
$\operatorname{tg} x$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0
$\operatorname{ctg} x$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	0	-

Тригонометрические формулы



Основные тригонометрические формулы

$$1. \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$2. \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$3. \quad 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Формулы сложения и вычитания аргументов

$$1. \quad \cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$2. \quad \cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$3. \quad \sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$4. \quad \sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$5. \quad \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$6. \quad \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$7. \quad \operatorname{ctg}(x + y) = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y - 1}{\operatorname{ctg} y + \operatorname{ctg} x}$$

$$8. \quad \operatorname{ctg}(x - y) = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y + 1}{\operatorname{ctg} y - \operatorname{ctg} x}$$

Формулы двойного угла

1. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$
2. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$
3. $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$
4. $\operatorname{ctg} 2x = \frac{\operatorname{ctg}^2 x - 1}{2 \operatorname{ctg} x}$

Формулы понижения степени

1. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$
2. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

Формулы тройного угла

1. $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$
2. $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
3. $\operatorname{tg} 3x = \frac{3 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x}$
4. $\operatorname{ctg} 3x = \frac{3 \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{ctg}^2 x}$

Формулы преобразования суммы и разности функций

1. $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$
2. $\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}$
3. $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

$$4. \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$5. \quad \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$$

$$6. \quad \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y}$$

$$7. \quad \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \sin y}$$

$$8. \quad \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y = \frac{-\sin(x-y)}{\sin x \sin y}$$

Формулы преобразования произведений функций

$$1. \quad \sin x \sin y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$2. \quad \sin x \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x+y) + \sin(x-y))$$

$$3. \quad \cos x \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x+y) + \cos(x-y))$$

Обратные тригонометрические функции



Арксинус числа x , $-1 \leq x \leq 1$, называется такое число α , $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, синус которого равен x .

$\arcsin x = \alpha$, если $\sin \alpha = x$;

$\arcsin(-x) = -\arcsin x$.

При решении уравнений типа: $\sin \alpha = x$ получим общее решение:

□ при $x > 0$:

$$\alpha = (-1)^k \arcsin x + \pi k; k \in \mathbb{Z};$$

□ при $x < 0$:

$$\alpha = (-1)^{k+1} \arcsin|x| + \pi k; k \in \mathbb{Z}.$$

Арккосинус числа x , $-1 \leq x \leq 1$, называется такое число α , $0 \leq \alpha \leq \pi$, косинус которого равен x .

$\arccos x = \alpha$, если $\cos \alpha = x$;

$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$.

При решении уравнений типа: $\cos \alpha = x$ получим общее решение:

□ при $x > 0$:

$$\alpha = \pm \arccos x + 2\pi k; k \in \mathbb{Z};$$

□ при $x < 0$:

$$\alpha = \pm(\pi - \arccos|x|) + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}.$$

Арктангенс числа x , $x \in R$, называется такое число α , $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, тангенс которого равен x .

$\operatorname{arctg} x = \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = x$.

$$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$$

При решении уравнений типа: $\operatorname{tg} \alpha = x$, получим общее решение:

□ при $x > 0$:

$$\alpha = \operatorname{arctg} x + \pi k; k \in Z;$$

□ при $x < 0$:

$$\alpha = -\operatorname{arctg}|x| + \pi k; k \in Z.$$

Арккотангенс числа x , $x \in R$, называется такое число α , $0 < \alpha < \pi$, котангенс которого равен x .

$\operatorname{arcctg} x = \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = x$;

$$\operatorname{arcctg}(-x) = -\operatorname{arcctg} x$$

При решении уравнений типа: $\operatorname{ctg} \alpha = x$, получим общее решение:

□ при $x > 0$:

$$\alpha = \operatorname{arcctg} x + \pi k; k \in Z;$$

□ при $x < 0$:

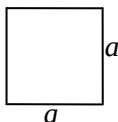
$$\alpha = -\operatorname{arcctg}|x| + \pi k; k \in Z.$$

Площади фигур



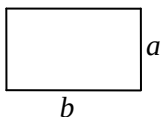
1. Площадь квадрата:

$S = a^2$, где a — сторона квадрата



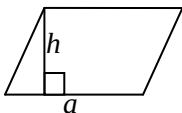
2. Площадь прямоугольника:

$S = ab$, где a , b — стороны прямоугольника

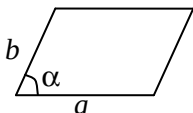


3. Площадь параллелограмма:

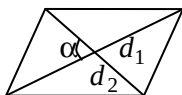
□ $S = ah$, где a — сторона; h — высота параллелограмма;



□ $S = ab \sin \alpha$, где a , b — стороны; α — угол между сторонами параллелограмма

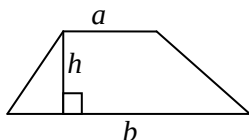


- $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \alpha$, где d_1 , d_2 — диагонали; α — угол между диагоналями параллелограмма

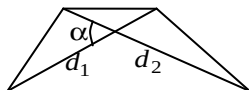


4. Площадь трапеции:

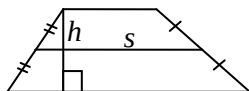
- $S = \frac{a+b}{2}h$, где a , b — основания; h — высота трапеции



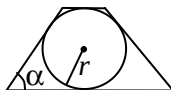
- $S = \frac{1}{2}d_1d_2 \sin \alpha$, где d_1 , d_2 — диагонали; α — угол между диагоналями трапеции



- $S = sh$, где s — средняя линия трапеции; h — высота трапеции

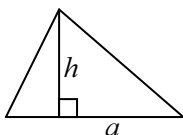


Площадь равнобедренной трапеции: $S = \frac{4r^2}{\sin \alpha}$, где r — радиус вписанной окружности; α — угол при основании трапеции

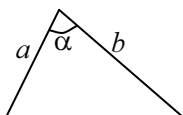


5. Площадь треугольника:

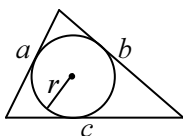
□ $S = \frac{1}{2}ah$, где a — сторона; h — высота треугольника



□ $S = \frac{1}{2}ab\sin\alpha$, где a , b — стороны; α — угол между сторонами a и b треугольника

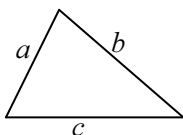


□ $S = rp$, где r — радиус вписанной окружности; $p = \frac{a+b+c}{2}$ — полупериметр треугольника

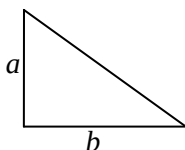


Формула Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где

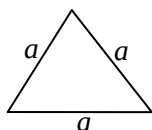
$p = \frac{a+b+c}{2}$ — полупериметр; a, b, c — стороны треугольника



Площадь прямоугольного треугольника: $S = \frac{1}{2}ab$, где a , b — катеты треугольника

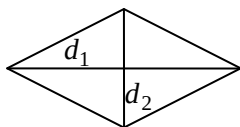


Площадь равностороннего треугольника: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, где a — сторона треугольника

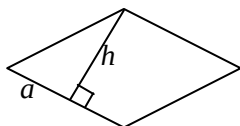


6. Площадь ромба:

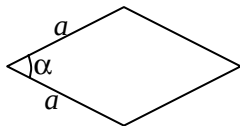
□ $S = \frac{d_1 d_2}{2}$, где d_1 , d_2 — диагонали ромба



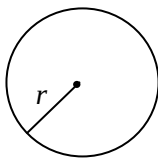
□ $S = ah$, где a — сторона; h — высота ромба



□ $S = a^2 \sin \alpha$, где a — стороны, α — угол между сторонами ромба



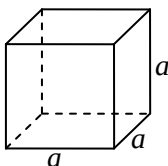
7. **Площадь круга:** $S = \pi r^2$, где r — радиус круга



Объемы и площади поверхностей фигур



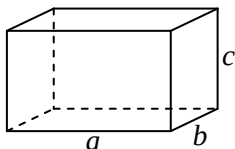
1. Куб:



Объем куба: $V = a^3$, где a — ребро куба.

Площадь поверхности куба: $S = 6a^2$.

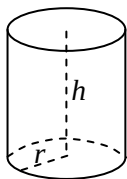
2. Прямоугольный параллелепипед:



Объем прямоугольного параллелепипеда: $V = abc$, где a , b , c — ребра прямоугольного параллелепипеда.

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда:
 $S = 2(ab + bc + ac)$.

3. Цилиндр:

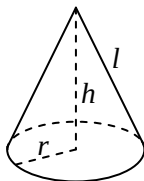


Объем цилиндра: $V = S_{\text{осн}} h = \pi r^2 h$, где r — радиус основания цилиндра; h — высота цилиндра.

Площадь боковой поверхности цилиндра: $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$.

Площадь полной поверхности цилиндра: $S_{\text{пол}} = 2\pi r(h + r)$.

4. Конус:

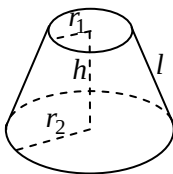


Объем конуса: $V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}h = \frac{1}{3}\pi r^2h$, где r — радиус основания конуса; h — высота конуса.

Площадь боковой поверхности конуса: $S_{\text{бок}} = \pi rl$, где l — образующая конуса.

Площадь полной поверхности конуса: $S_{\text{пол}} = \pi r(r + l)$.

5. Усеченный конус:



Объем усеченного конуса: $V = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$, где r_1 , r_2 — радиусы оснований усеченного конуса; h — высота усеченного конуса.

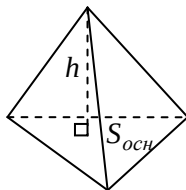
Площадь боковой поверхности усеченного конуса:

$S_{\text{бок}} = \pi(r_1 + r_2)l$, где l — образующая усеченного конуса.

Площадь полной поверхности усеченного конуса:

$S_{\text{пол}} = \pi(r_1 + r_2)l + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$.

6. Пирамида:

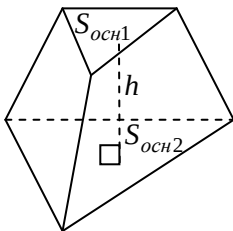


Объем пирамиды: $V = \frac{1}{3} S_{осн} h$, где $S_{осн}$ — площадь основания пирамиды; h — высота пирамиды.

Площадь полной поверхности пирамиды: $S_{пол} = S_{осн} + S_{бок}$, где $S_{осн}$ — площадь основания пирамиды; $S_{бок}$ — площадь боковой поверхности пирамиды.

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды: $S_{бок} = \frac{1}{2} P h_{бок}$, где P — периметр основания пирамиды; $h_{бок}$ — высота боковой грани.

7. Усеченная пирамида



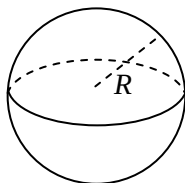
Объем усеченной пирамиды:

$$V = \frac{1}{3} h \left(S_{осн1} + \sqrt{S_{осн1} S_{осн2}} + S_{осн2} \right),$$

где $S_{осн1}$, $S_{осн2}$ — площади оснований усеченной пирамиды; h — высота усеченной пирамиды

Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды: $S_{бок} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) h_{бок}$, где P_1 , P_2 — периметры оснований; $h_{бок}$ — высота боковой грани.

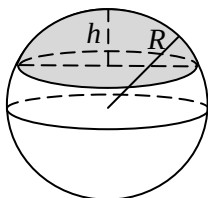
8. Шар



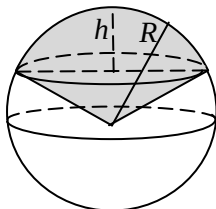
Объем шара: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R — радиус шара.

Площадь поверхности: $S = 4\pi R^2$.

Объем шарового сегмента: $V = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h)$, где h — высота шарового сегмента; R — радиус шара.



Объем шарового сектора: $V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$.

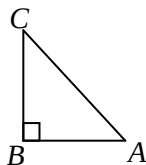


Необходимые теоремы геометрии



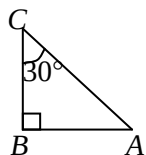
1. Теорема Пифагора.

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



$$AC^2 = AB^2 + BC^2.$$

2. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.



$$AB = \frac{1}{2} AC.$$

3. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла прямоугольного треугольника.

Синус угла — отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинус угла — отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Тангенс угла — отношение противолежащего катета к прилежащему.